

## Содержание

<b>Общие положения.....</b>	<b>4</b>
<b>Пример 1. Расчет консольного полукольца (гиб, колено трубопровода) на сосредоточенную нагрузку в плоскости. Сопоставление с аналитическим и численным решением .....</b>	<b>5</b>
<b>Пример 2. Расчет консольного полукольца (гиб, колено трубопровода) на сосредоточенную нагрузку из плоскости. Сопоставление с аналитическим и численным решением .....</b>	<b>12</b>
<b>Пример 3. Защемленное полукольцо под собственным весом. Сопоставление с другими программами.....</b>	<b>19</b>
<b>Пример 4. Консоль, нагруженная силой на свободном конце (сечение общего вида). Сопоставление с аналитическим решением .....</b>	<b>23</b>
<b>Пример 5. Консоль под равномерно распределенной нагрузкой (сечение общего вида). Сопоставление с аналитическим решением.....</b>	<b>28</b>
<b>Пример 6. Консольная балка, нагруженная на конце крутящим моментом (сечение общего вида). Сопоставление с аналитическим решением.....</b>	<b>32</b>
<b>Пример 7. Опорные конструкции, заданные в местной системе координат. Статический расчет .....</b>	<b>35</b>
<b>Пример 8 Собственные частоты прямолинейной трубы с опорными конструкциями, заданными в местной системе координат.....</b>	<b>43</b>
<b>Пример 9. Собственные частоты стержня с поперечным сечением общего вида. Сопоставление с аналитическим решением .....</b>	<b>49</b>
<b>Пример 10. Собственные частоты пространственного криволинейного стержня. Сопоставление с аналитическим решением .....</b>	<b>56</b>
<b>Пример 11. Вынужденные установившиеся колебания консольного стержня (АСТРА-ВИБР). Сопоставление с аналитическим решением.....</b>	<b>61</b>
<b>Пример 12. Вынужденные неустановившиеся колебания консольного стержня. Сопоставление с другими программами .....</b>	<b>65</b>
<b>Пример 13. Расчет собственных частот и форм разветвленной пространственной трубопроводной системы АЭС с РБМК (подвода и сброса пара за ГПК) .....</b>	<b>71</b>
<b>Пример 14. Расчет собственных частот и форм разветвленной трубопроводной системы АЭС с РБМК (приема паровых сбросов от ГПК) .....</b>	<b>78</b>
<b>Пример 15. Проверка правильности определения расчетных напряжений в элементах трубопровода (прямолинейная труба под действием давления).....</b>	<b>83</b>
<b>Пример 16. Проверка правильности определения расчетных напряжений в элементах трубопровода (прямолинейная труба под действием температурного перепада по толщине стенки).....</b>	<b>92</b>
<b>Пример 17. Проверка правильности определения расчетных напряжений в элементах трубопровода (прямолинейная автофретированная труба под действием давления).....</b>	<b>102</b>
<b>Пример 18. Проверка правильности определения расчетных напряжений в элементах трубопровода (криволинейная труба под действием давления) .....</b>	<b>110</b>
<b>Пример 19. Проверка правильности определения расчетных напряжений в элементах трубопровода (криволинейная автофретированная труба под действием давления).....</b>	<b>118</b>
<b>Пример 20. Проверка правильности определения расчетных усилий и напряжений в элементах трубопровода.....</b>	<b>126</b>
<b>Пример 21. Проверка правильности расчета частот и форм собственных колебаний и сейсмической реакции .....</b>	<b>133</b>
<b>Пример 22. Расчет трубопровода с учетом трения в опорах.....</b>	<b>140</b>
<b>Пример 23. Моделирование конических переходов .....</b>	<b>147</b>
<b>Пример 24. Моделирование днищ (крышек, донышек) .....</b>	<b>153</b>

Пример 25. Моделирование арматуры с учетом штока (привода). Сопоставление с аналитическим решением.....	156
Пример 26. Моделирование односторонних опор с трением, жестких подвесок и амортизаторов .....	161
Пример 27. Расчетная проверка герметичности фланцевых соединений .....	171
Пример 28. Расчет НДС высокотемпературных трубопроводов. Сопоставление с аналитическим решением.....	175
Пример 29. Расчет трубопроводной системы на сейсмическое воздействие по линейно-спектральной теории с учетом высших собственных форм колебаний (учета "потерянной массы").....	182
Пример 30. Трехмерный расчет температурного поля и термонапряженного состояния ортогонального тройникового соединения (АСТРА-СТАДИО).....	189
Пример 31. Уточненный расчет ортогонального сварного тройникового соединения на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО).....	204
Пример 32. Уточненный расчет криволинейной трубы с примыкающими прямыми участками (гиба) на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО).....	221
Пример 33. Уточненный расчет конического перехода на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО) .....	231
Пример 34. Расчёт толстостенной трубы на действие внутреннего давления (АСТРА-СТАДИО) .....	239
Пример 35. Расчёт толстостенной автофретированной прямолинейной трубы на действие внутреннего давления (АСТРА-СТАДИО) .....	246
Пример 36. Расчёт толстостенной автофретированной криволинейной трубы на действие внутреннего давления (АСТРА-СТАДИО) .....	252
Пример 37. Суперэлементный динамический расчет трубопроводной системы. Алгоритм Крейга-Бемптона (формирование и учет редуцированных матриц).....	258
Пример 38. Применение матричных суперэлементов для моделирования деталей трубопроводов (на примере криволинейных труб) .....	264
Пример 39. Тесты на размерность задачи .....	269

### Общие положения

1. Настоящее Приложение 1 (том 2) верификационного отчета содержит примеры, отражающие основные возможности программного комплекса АСТРА-СВД.

2. “Погрешности” (расхождения) полученных результатов по АСТРА-СВД с “эталонными” решениями определяются как ( $\delta, \%$ )

$$\delta = |(A - B) / B| \cdot 100,$$

где А – расчетный АСТРА-параметр, В – величина “эталонного” решения.

**Пример 1. Расчет консольного полукольца (гиб, колено трубопровода) на сосредоточенную нагрузку в плоскости. Сопоставление с аналитическим и численным решением<sup>1</sup>**

<b>Источник(и)</b>	1. Г.С.Писаренко, А.П.Яковлев, В.В.Матвеев. Справочник по сопротивлению материалов. Изд. “Наукова думка”. Киев. 1988 г. 2. АСТРА-АЭС’2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2011 3. ANSYS 11.0. Verification manual, 2007
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	Отвод (гиб, колено), прямая труба, мертвая опора (заделка)
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST01.dat</a>

**1.1 Постановка задачи**

Рассматривается консольное полукольцо кольцевого поперечного сечения, находящееся под действием сосредоточенной силы, приложенной по диаметру в его плоскости (рис. 1.1).

Требуется определить линейные ( $u, v$ ) и угловые ( $\theta_z$ ) перемещения консольного торца и усилия в заделке.

Провести сравнение с аналитическим решением, приведенном в источнике [1] на стр. 405, и с результатами, полученными по аттестованным программам АСТРА-АЭС’2009 [2] и ANSYS [3].

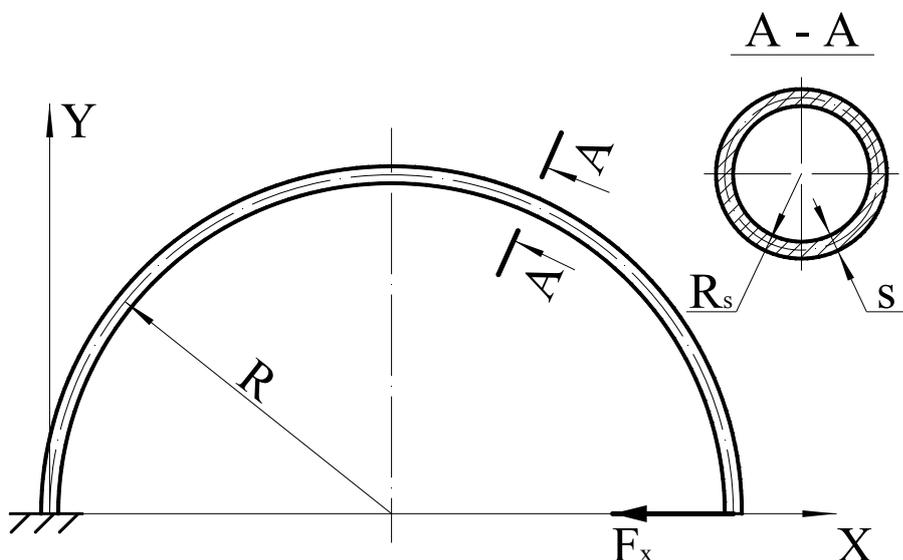


Рис. 1.1 Расчетная схема полукольца по действием сосредоточенной силы

<sup>1</sup> Пример 1 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС’2009, 2009 г.

## 1.2 Исходные данные

### Геометрические характеристики

- радиус срединной поверхности трубы  $R_s = 0.02$  м,
- толщина стенки  $S = 0.01$  м,
- радиус гiba  $R = 1$  м.

### Физико-механические характеристики

- модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- плотность материала  $\rho = 7.8$  т/м<sup>3</sup>.

### Граничные условия (опоры)

- защемление (заделка) одного из концов.

### Параметры нагрузки

- сосредоточенная сила  $F_x = -1$  кН на другом конце.

## 1.3 Расчетная модель

Полукольцо моделируется двумя последовательно соединенными гibaми (рис. 1.2–1.3) с малыми прямолинейными участками длиной 10 мм краям (см. рис. 1.4–1.5). Зона приложения сосредоточенной нагрузки показана на рис. 1.6.

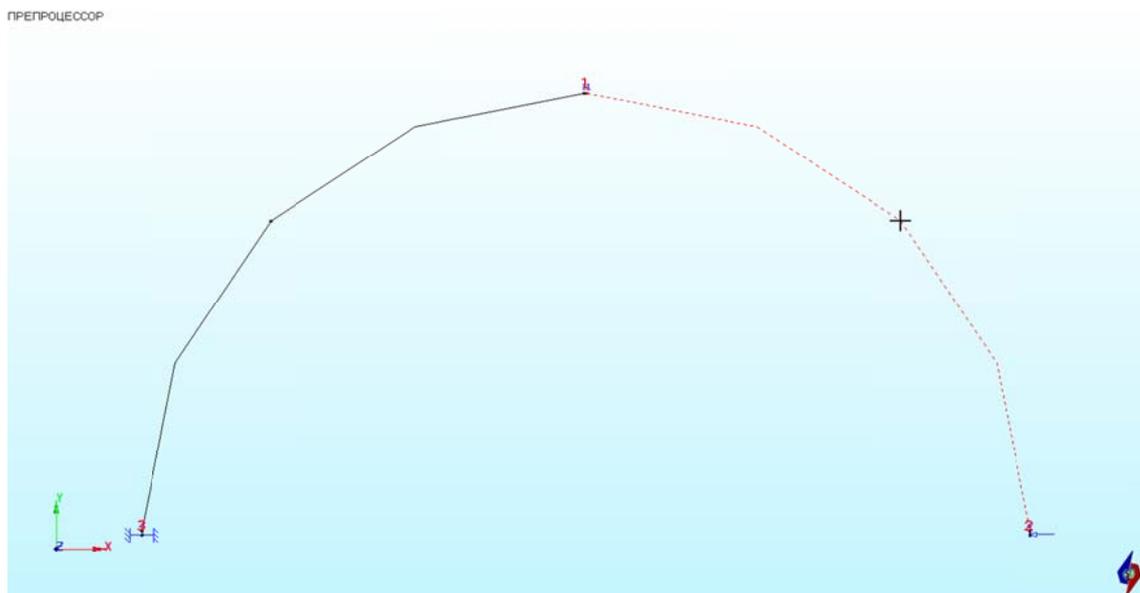


Рис. 1.2 Расчетная АСТРА-модель полукольца. Осевое представление. Узлы, сечения

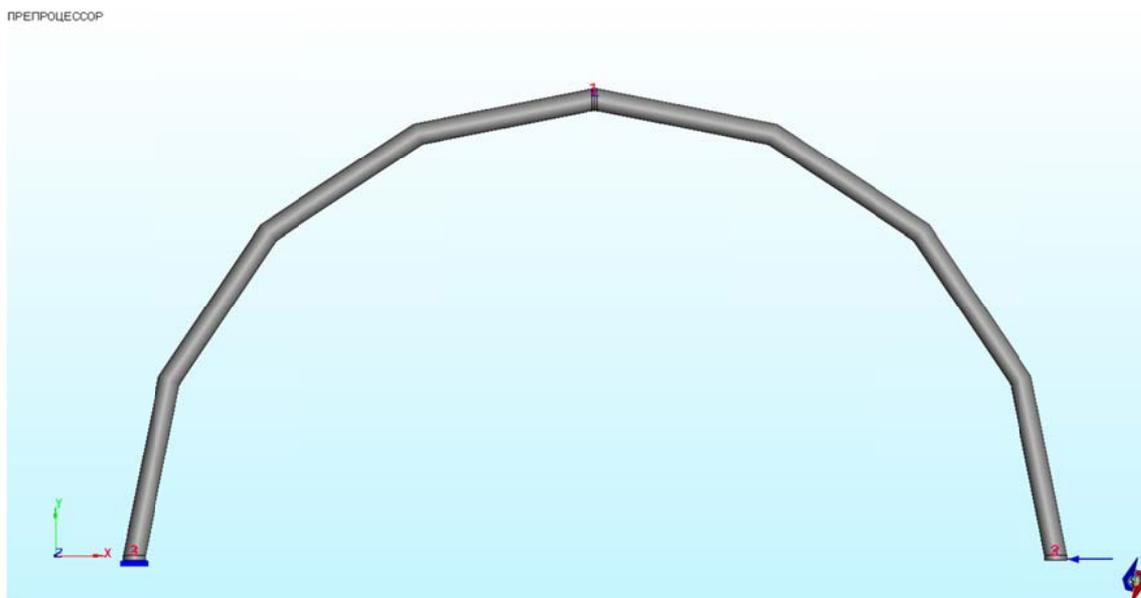


Рис. 1.3 Расчетная АСТРА-модель полукольца. Объемное представление

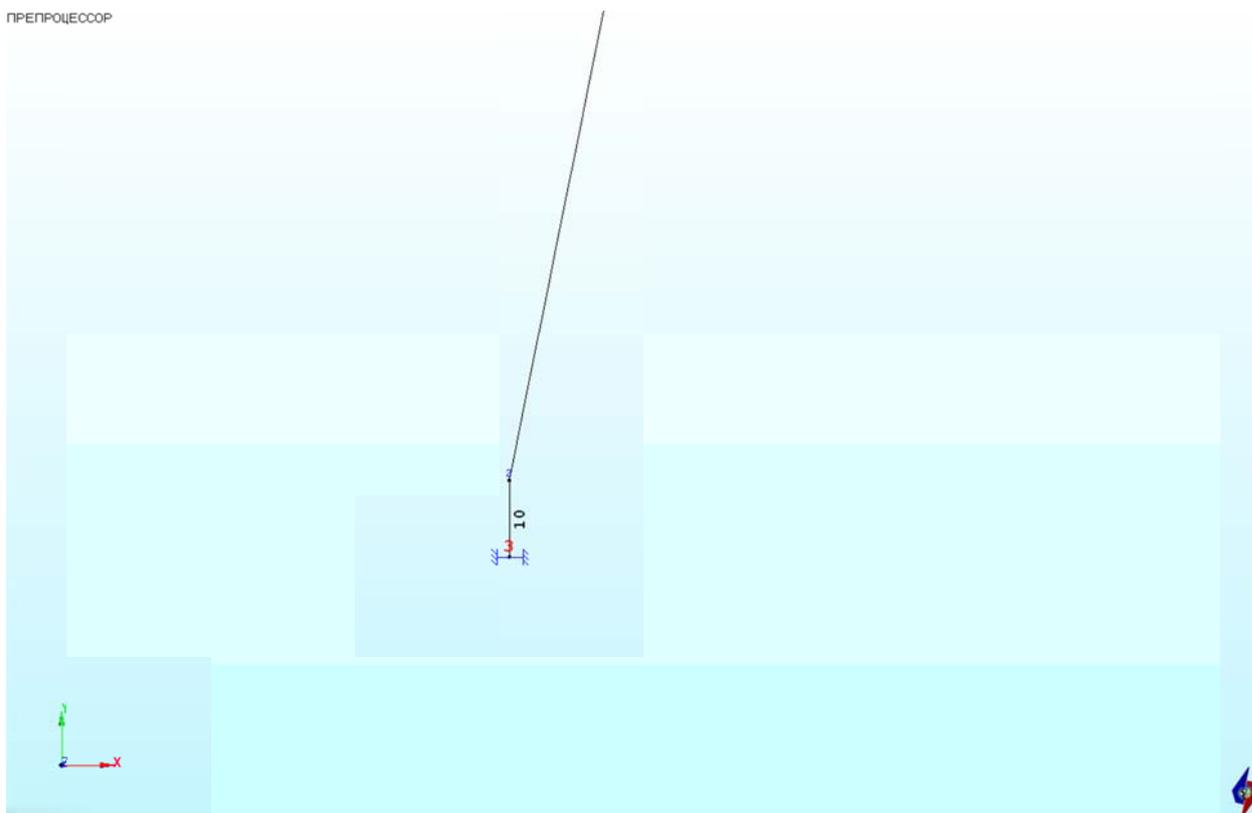


Рис. 1.4 Прямолинейный отрезок (элемент), примыкающий к заделке

ПРЕПРОЦЕССОР

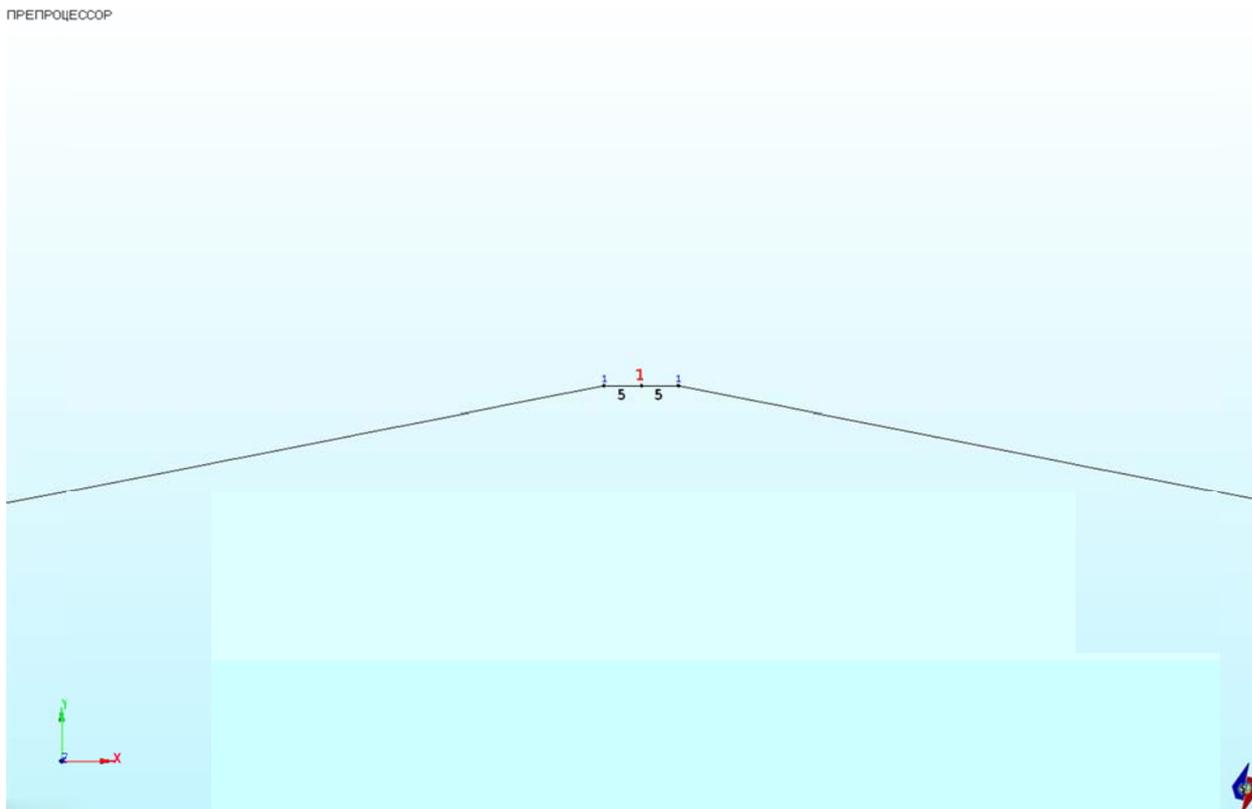


Рис. 1.5 Зона соединения гибов (размеры – в мм)

ПРЕПРОЦЕССОР

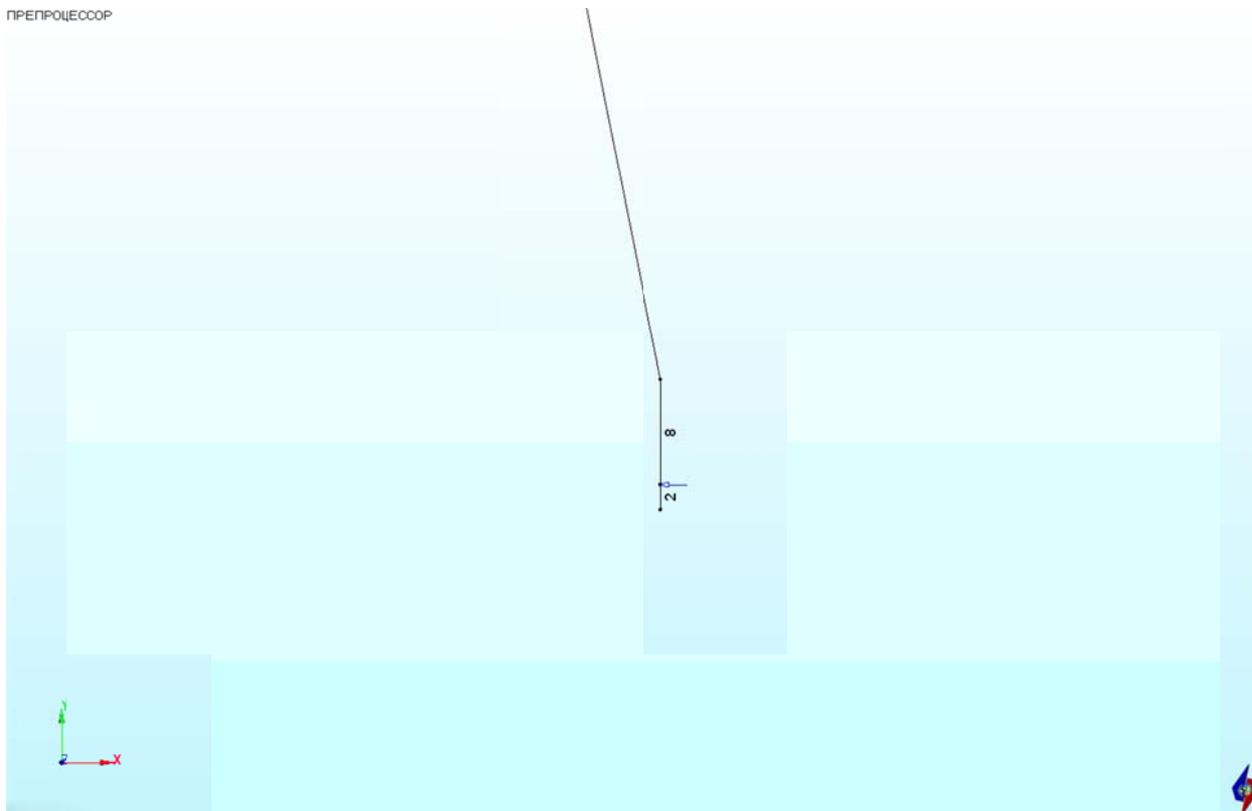


Рис. 1.6 Зона приложения нагрузки

## 1.4 Результаты

### 1.4.1 Аналитическое решение

Используем формулы, приведенные в [1] на стр. 405

Момент инерции:

$$I = \frac{\pi}{64} (0.05^4 - 0.03^4) = 2.67 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4$$

Горизонтальное перемещение:

$$u = \frac{F_x R^3}{EI} \cdot \left( \frac{\alpha}{2} - \frac{\sin 2\alpha}{4} \right) = \frac{-1 \cdot 1^3}{2 \cdot 10^8 \cdot 2.67 \cdot 10^{-7}} \cdot \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\sin 2\pi}{4} \right) = -29.42 \text{ мм}$$

Вертикальное перемещение:

$$v = \frac{F_x R^3}{EI} \cdot \frac{(1 - \cos \alpha)^2}{2} = \frac{-1 \cdot 1^3}{2 \cdot 10^8 \cdot 2.67 \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{(1 - \cos \pi)^2}{2} = -37.45 \text{ мм}$$

Угловое перемещение:

$$\theta_z = \frac{F_x R^2}{EI} \cdot (1 - \cos \alpha) = \frac{-1 \cdot 1^2}{2 \cdot 10^8 \cdot 2.67 \cdot 10^{-7}} \cdot (1 - \cos \pi) = -3.745 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$$

Поперечная сила из условия равновесия:

$$Q = F_x$$

### 1.4.2 Численное решение в АСТРА-СВД

Результатами расчета являются линейные ( $u, v$ ) и угловые ( $\theta_z$ ) перемещения консольного торца и усилия в заделке. Линейные перемещения показаны на рис. 1.7.

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.

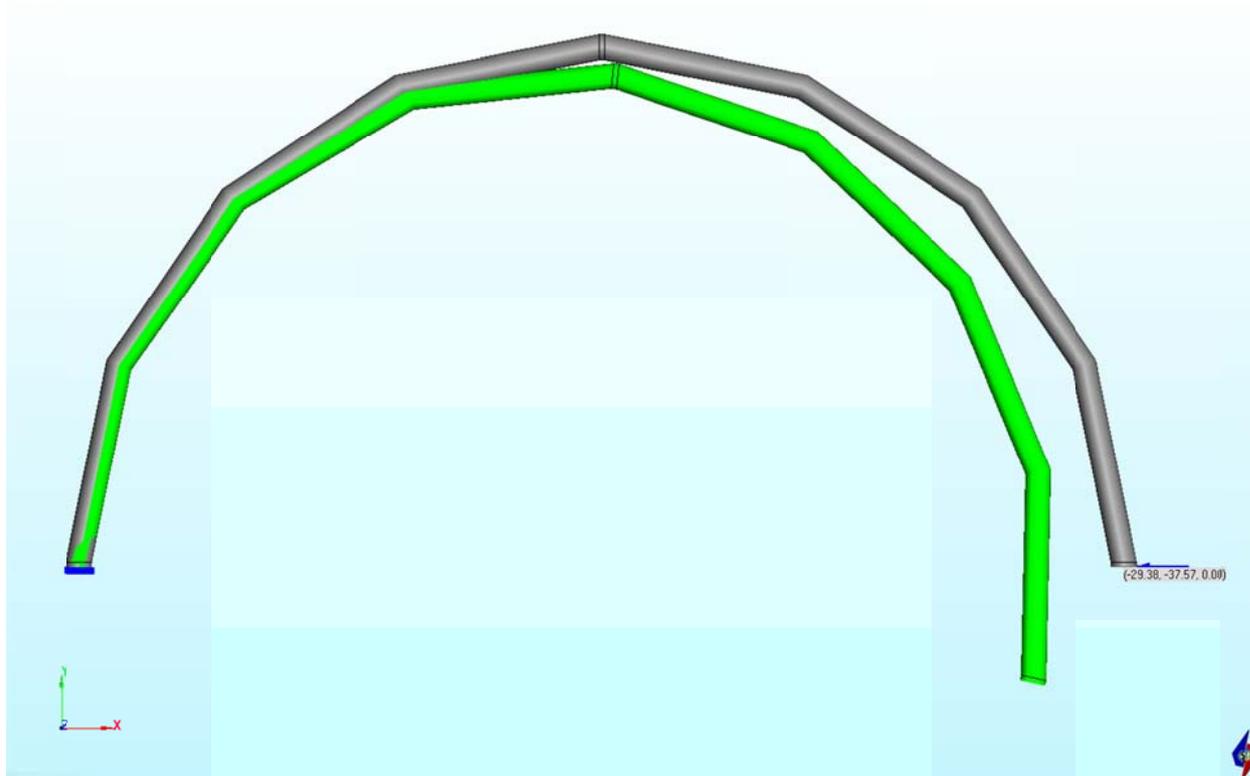


Рис.1.7 АСТРА-СВД. Перемещения полукольца под действием сосредоточенной силы  $F_x$ , приложенной в его плоскости, мм

### 1.4.3 Сравнение результатов

Сравнение результатов расчета по ПК АСТРА-СВД с аналитическим решением [1], ранее аттестованной версией АСТРА-АЭС'2009 [2] и ПК ANSYS [3] приведено в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Сопоставление результатов

Вариант	$U$ , мм	$V$ , мм	$\theta_z \times 10^2$ , рад	$Q_x$ , кН
Теория [1]	-29.42	-37.45	-3.745	-1.000
АСТРА-СВД	<b>-29.38</b>	<b>-37.57</b>	<b>-3.739</b>	<b>-1.000</b>
АСТРА-АЭС'2009 [2]	-29.38	-37.57	-3.738	-1.000
ANSYS [3]	-29.45	-37.45	-3.745	-1.000
$\delta$ , % (расчет vs теория)	0.10	0.64	0.16	0.00

Результаты по верифицируемой версии АСТРА-СВД идентичны таковым по ранее аттестованной ПК АСТРА-АЭС'2009[2].

### **1.5 Литература**

1. Г.С.Писаренко, А.П.Яковлев, В.В.Матвеев. Справочник по сопротивлению материалов. Изд. “Наукова думка”. Киев. 1988 г.
2. АСТРА-АЭС’2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009.
3. ANSYS 11. Verification manual. 2007.

**Пример 2. Расчет консольного полукольца (гиб, колено трубопровода) на сосредоточенную нагрузку из плоскости. Сопоставление с аналитическим и численным решением<sup>2</sup>**

<b>Источник(и)</b>	1. Г.С.Писаренко, А.П.Яковлев, В.В.Матвеев. Справочник по сопротивлению материалов. Изд. “Наукова думка”. Киев. 1988 г. 2. АСТРА-АЭС’2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009 3. ANSYS 11.0. Verification manual, 2007
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	Отвод (гиб, колено), прямая труба, мертвая опора (заделка)
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST02.dat</a>

**2.1 Постановка задачи**

Рассматривается консольное полукольцо кольцевого поперечного сечения, находящееся под действием сосредоточенной силы, направленной нормально к его плоскости (рис. 2.1).

Требуется определить линейное ( $w$ ) и угловые ( $\theta_y, \theta_x$ ) перемещения консольного торца и усилия в заделке.

Провести сравнение с аналитическим решением, приведенным в источнике [1] на стр.407, и с результатами, полученными по аттестованным программам АСТРА-АЭС’2009 [2] и ANSYS [3].

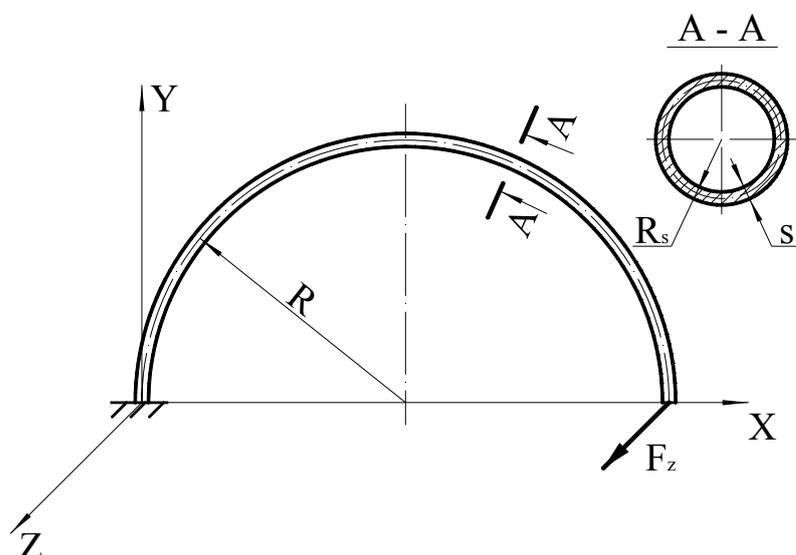


Рис. 2.1 Расчетная схема полукольца под действием сосредоточенной силы

<sup>2</sup> Пример 2 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС’2009, 2009 г.

## 2.2 Исходные данные

### *Геометрические характеристики*

- радиус срединной поверхности трубы  $R_s=0.02$  м,
- толщина стенки  $S=0.01$  м,
- радиус гiba  $R=1$  м.

### *Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E=2 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu=0.3$ ;
- плотность материала  $\rho=7.8$  т/м<sup>3</sup>.

### *Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) одного из концов.

### *Параметры нагрузки*

- сосредоточенная сила  $F_z=1$  кН на другом конце.

## 2.3 Расчетная модель

Полукольцо моделируется двумя последовательно соединенными гibaми (рис. 2.2–2.3) с малыми прямолинейными участками длиной 10 мм по краям (см. рис. 2.4–2.5). Зона приложения сосредоточенной нагрузки показана на рис. 2.6.

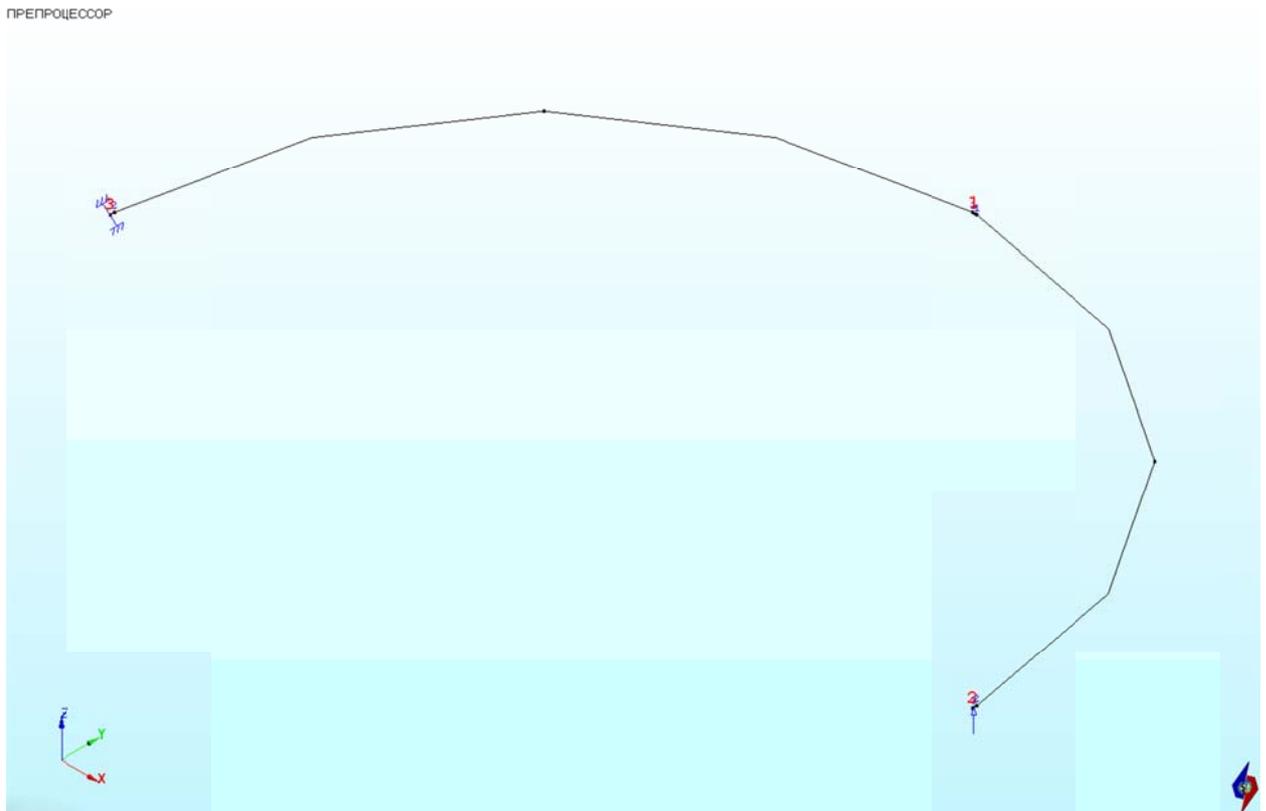


Рис. 2.2 Расчетная АСТРА-модель полукольца. Осевое представление. Узлы, сечения

ПРЕПРОЦЕССОР

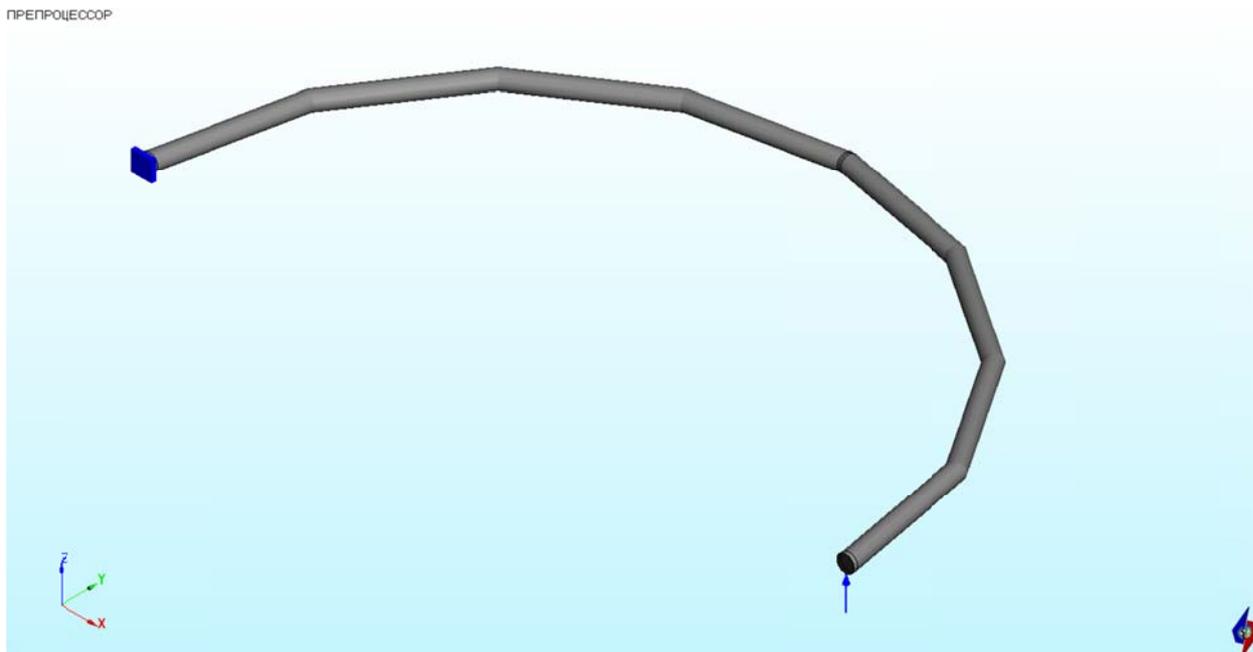


Рис. 2.3 Расчетная АСТРА-модель полукольца. Объемное представление

ПРЕПРОЦЕССОР

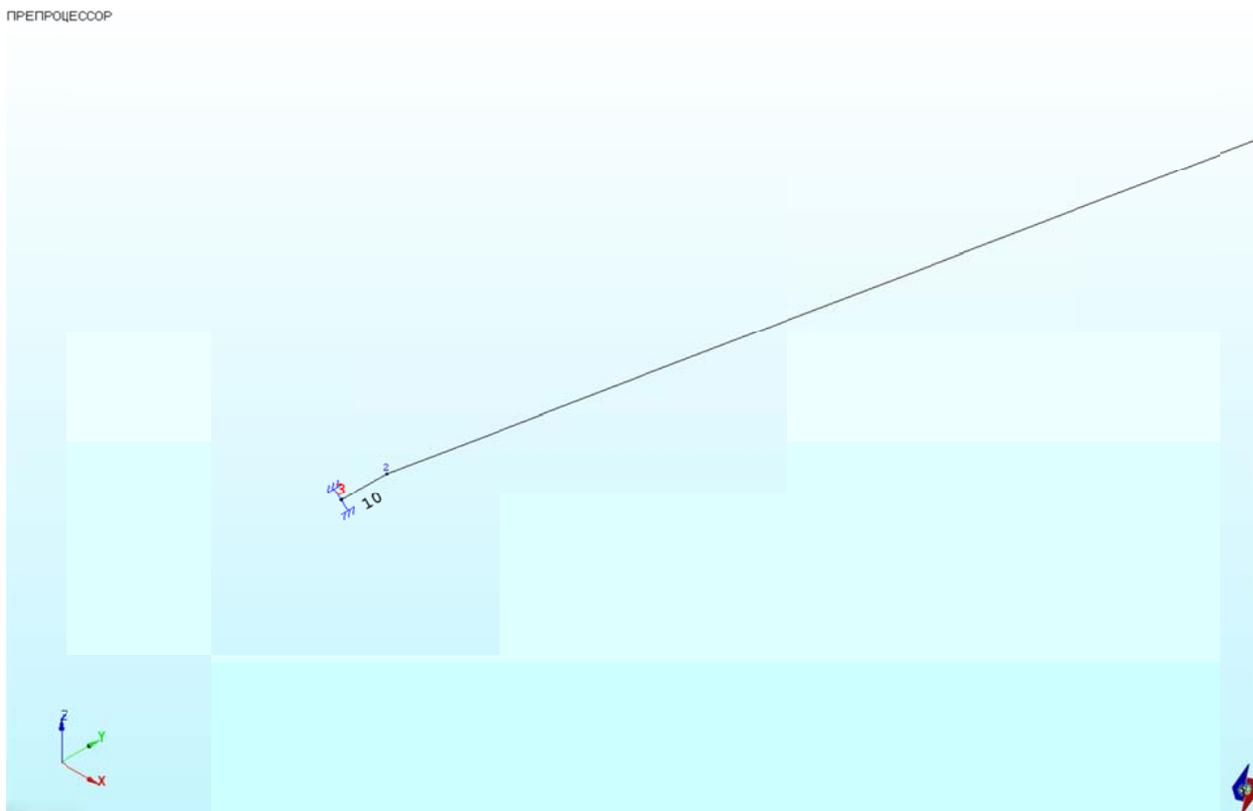


Рис. 2.4 Прямолинейный отрезок (элемент), примыкающий к заделке (размеры – в мм)

ПРЕПРОЦЕССОР

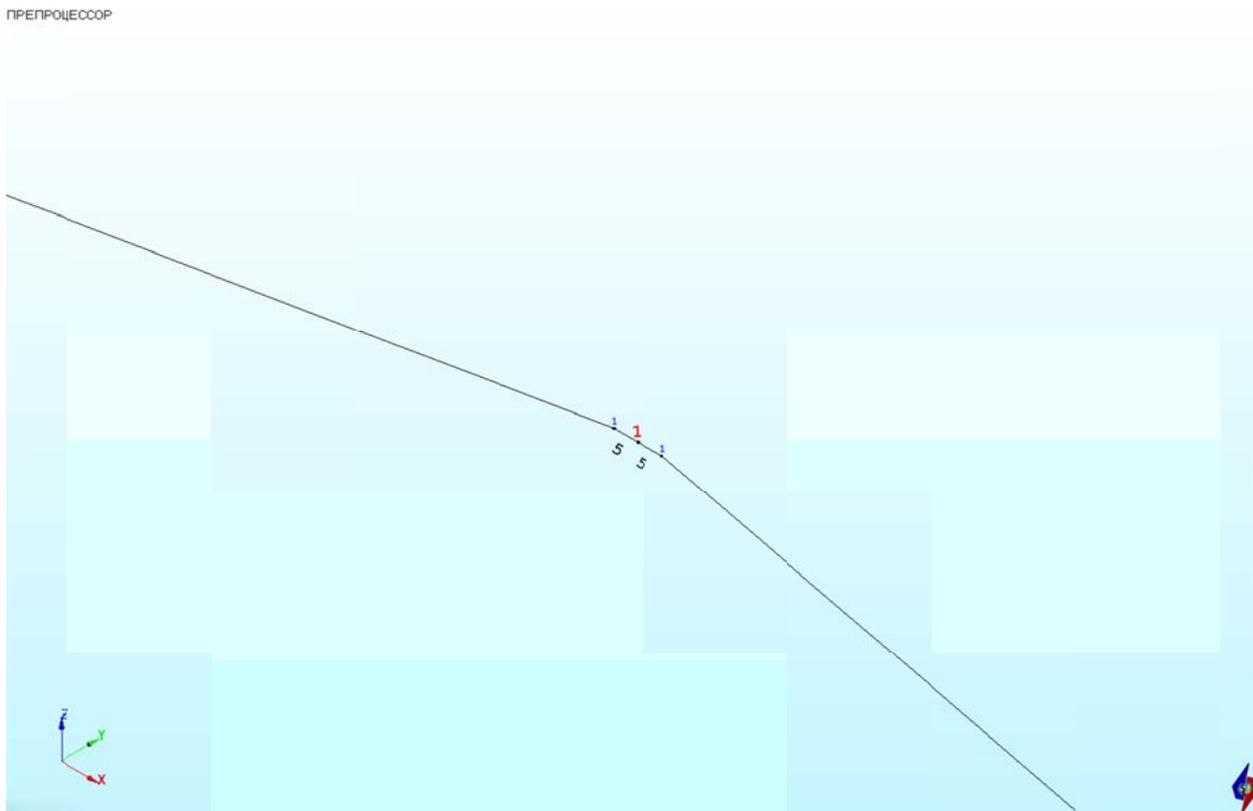


Рис. 2.5 Зона соединения гибов (размеры – в мм)

ПРЕПРОЦЕССОР

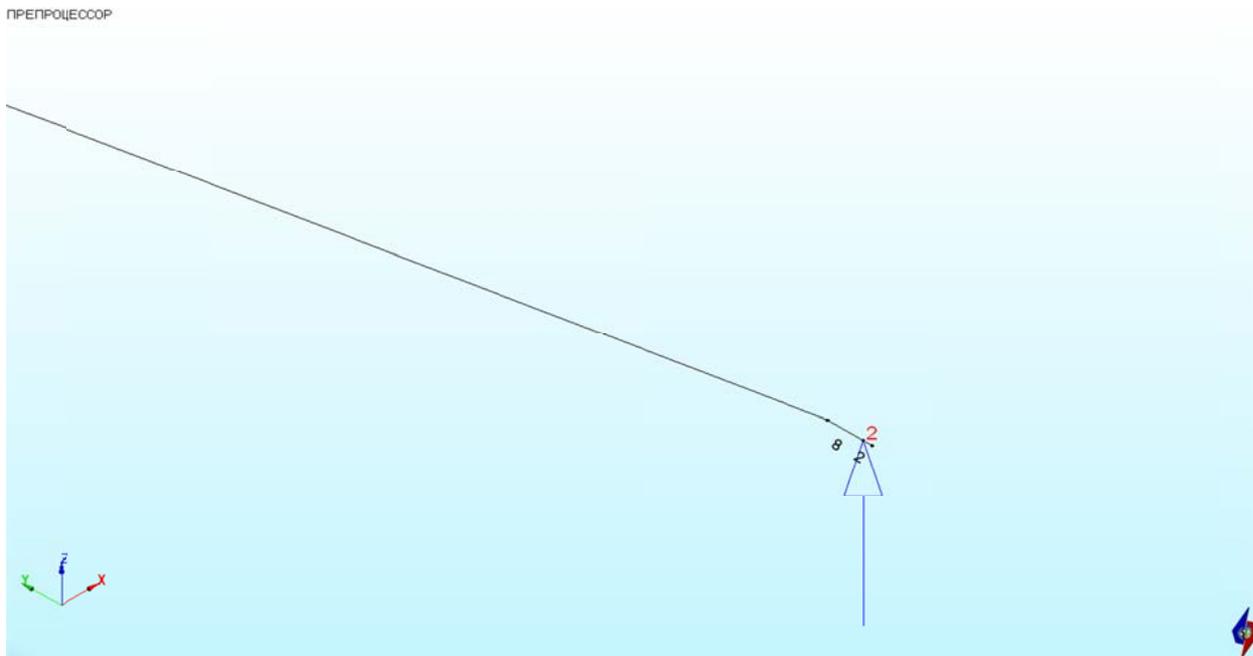


Рис. 2.6 Зона приложения нагрузки (размеры – в мм)

## 2.4 Результаты

### 2.4.1 Аналитическое решение

Получаем по формулам, приведенным в [1] на стр. 407.

Перемещение вдоль оси  $z$

$$W = \frac{F_z R^3}{EI} \cdot \left( \frac{1+3\lambda}{2} \cdot \alpha + \frac{\lambda-1}{4} \cdot \sin 2\alpha - 2\lambda \cdot \sin \alpha \right) =$$

$$= \frac{1 \cdot 1^3}{2 \cdot 10^8 \cdot 2,671 \cdot 10^{-7}} \cdot \left( \frac{1+3 \cdot 1,3}{2} \cdot \pi + \frac{1,3-1}{4} \cdot \sin 2\pi - 2 \cdot 1,3 \cdot \sin \pi \right) = 1,441 \cdot 10^{-1} \text{ м}$$

где

$$I = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} = \frac{3,142}{64} \cdot (0,05^4 - 0,03^4) = 2,671 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4$$

$$\lambda = \frac{EI}{GI_k} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot (D^4 - d^4) \cdot 32}{7,7 \cdot 10^4 \cdot 64 \cdot \pi \cdot (D^4 - d^4)} = 1,3$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)} = \frac{2 \cdot 10^5}{2 \cdot (1+0,3)} = 7,7 \cdot 10^4 \text{ МПа}$$

Угловое перемещение  $\theta_x$ :

$$\theta_x = \frac{-F_z R^2}{EI} \cdot \left[ \frac{\lambda-1}{2} \cdot \sin^2 \alpha + \lambda \cdot (1 - \cos \alpha) \right] =$$

$$= \frac{-0,001 \cdot 1^2}{2 \cdot 10^5 \cdot 2,671 \cdot 10^{-7}} \cdot \left[ \frac{1,3-1}{2} \cdot \sin^2 \pi + 1,3 \cdot (1 - \cos \pi) \right] = -4,867 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$$

Угловое перемещение  $\theta_y$ :

$$\theta_y = \frac{-F_z R^2}{EI} \cdot \left( \frac{\lambda-1}{2} \cdot \sin 2\alpha + \frac{1+\lambda}{2} \cdot \alpha - \lambda \cdot \sin \alpha \right) =$$

$$= \frac{-0,001 \cdot 1^2}{2 \cdot 10^5 \cdot 2,671 \cdot 10^{-7}} \cdot \left( \frac{1,3-1}{2} \cdot \sin 2\pi + \frac{1+1,3}{2} \cdot \pi - 1,3 \cdot \sin \pi \right) = -6,764 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$$

### 2.4.2 Численное решение в АСТРА-СВД

Результатами расчета являются линейное ( $w$ ) и угловые ( $\theta_y, \theta_x$ ) перемещения консольного торца и усилия в заделке. Линейные перемещения показаны на рис. 2.7.

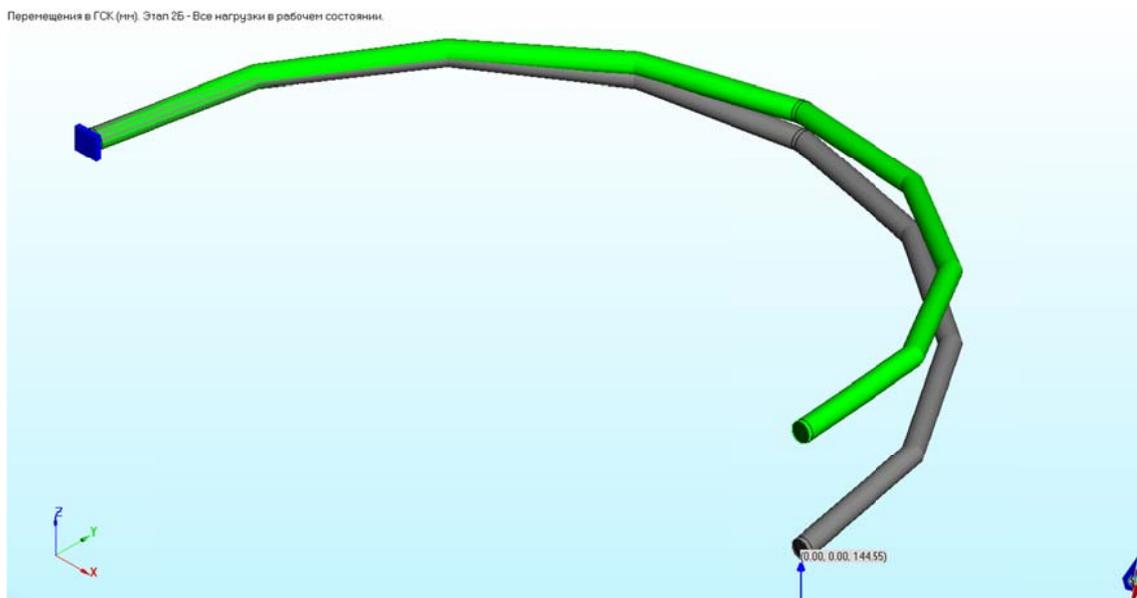


Рис. 2.7 Линейные перемещения полукольца под действием сосредоточенной силы, нормальной к его плоскости, мм

### 2.4.3 Сравнение результатов

Сравнение результатов расчета по ПК АСТРА-СВД с аналитическим решением [1], ранее аттестованной версией АСТРА-АЭС'2009[2] и ПК ANSYS[3] приведено в таблице 2.1.

Таблица 2.1

Сопоставление результатов

Вариант	$W, \text{ мм}$	$\theta_x \times 10^2, \text{ рад}$	$\theta_y \times 10^2, \text{ рад}$	$Q_z, \text{ кН}$
Теория [1]	144.10	-4.867	-6.764	1.000
<i>АСТРА-СВД</i>	<b>144.55</b>	<b>-4.856</b>	<b>-6.823</b>	<b>1.000</b>
АСТРА-АЭС'2009 [2]	144.55	-4.856	-6.823	1.000
ANSYS [3]	144.20	-4.869	-6.766	1.000
$\delta, \%$ (расчет vs теория)	0.31	0.23	0.87	0.00

Результаты по верифицируемой версии АСТРА-СВД идентичны таковым по ранее аттестованной ПК АСТРА-АЭС'2009.

## 2.5 Литература

1. Г.С.Писаренко, А.П.Яковлев, В.В.Матвеев. Справочник по сопротивлению материалов. Изд. “Наукова думка”. Киев. 1988 г.
2. АСТРА-АЭС’2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009.
3. ANSYS 11. Verification manual. 2007.

**Пример 3. Защемленное полукольцо под собственным весом. Сопоставление с другими программами<sup>3</sup>**

<b>Источник(и)</b>	1. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009 2. ANSYS 11. Verification manual. 2007
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	Отвод (гиб, колено), прямая труба, мертвая опора (заделка)
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST03V1.dat</a> – вариант с 2-мя гибами <a href="#">TEST03V2.dat</a> – вариант с 4-мя гибами

**3.1 Постановка задачи**

Рассматривается защемленное полукольцо, находящееся под действием собственного веса (рис. 3.1).

Требуется определить максимальный прогиб  $W_{max}$  и усилия в заделке.

Исследовать сходимость алгоритма статического расчета на сгущающейся сетке элементов.

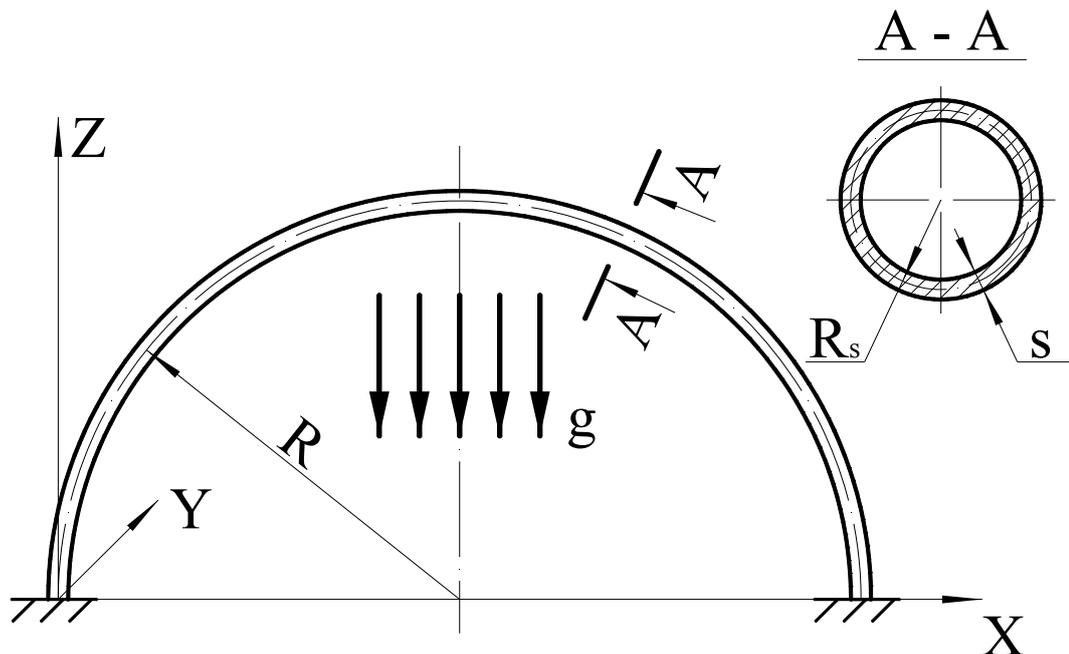


Рис. 3.1 Расчетная схема задачи: полукольцо под действием собственного веса

**3.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- радиус срединной поверхности трубы  $R_s = 0.02$  м,
- толщина стенки  $S = 0.01$  м,
- радиус гiba  $R = 10$  м.

<sup>3</sup> Пример 3 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС'2009, 2009 г.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- плотность материала  $\rho = 7.8$  т/м<sup>2</sup>.

*Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) обоих концов.

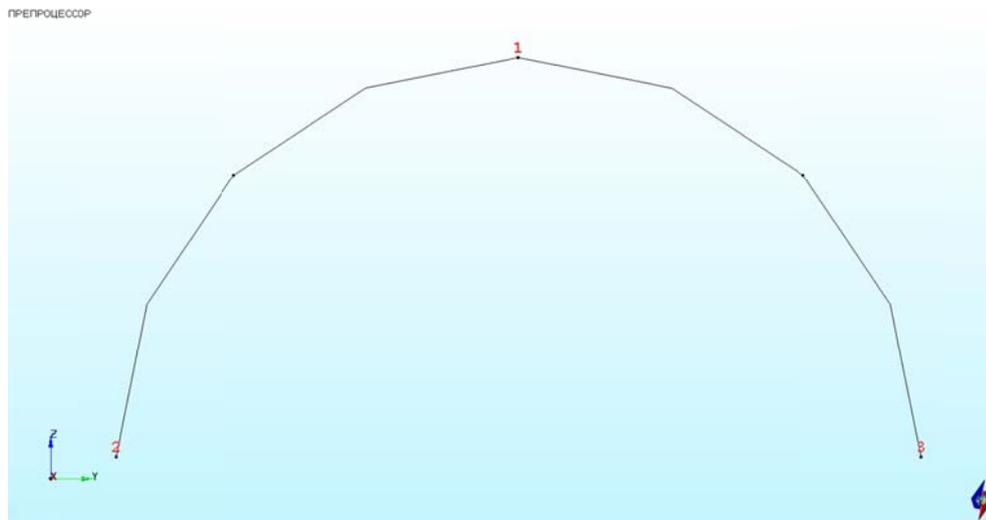
*Параметры нагрузки*

- собственный вес ( $g = 9.81$  м/с<sup>2</sup>).

### 3.3 Расчетная модель

Полукольцо рассчитывалось по нескольким суперэлементным АСТРА-моделям. Рассмотрено 2 варианта. В первом варианте (рис. 3.2) полукольцо моделируется двумя гйбами соединенными малым (10 мм) прямолинейным отрезком; во втором – 4 гйбами, также соединенными малыми (10 мм) отрезками (рис. 3.3).

*Осевое представление*



*Объемное представление*

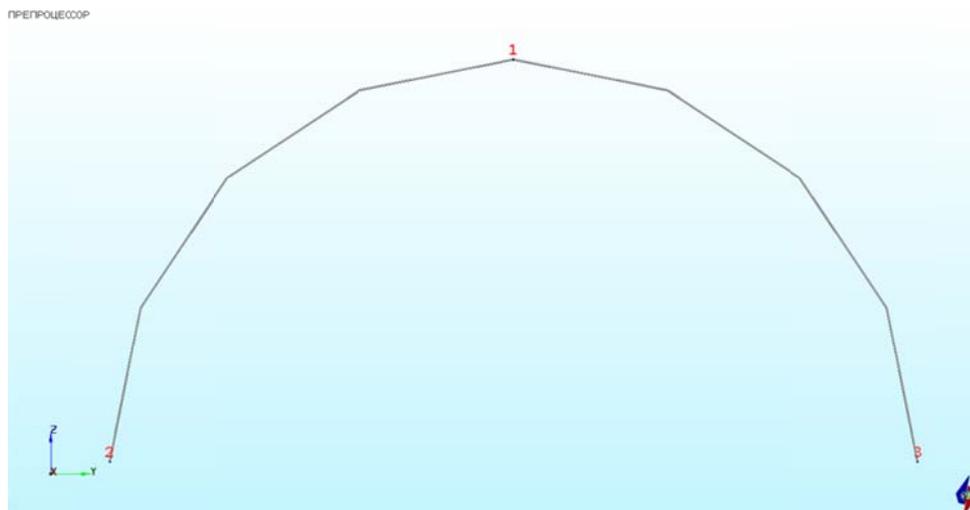
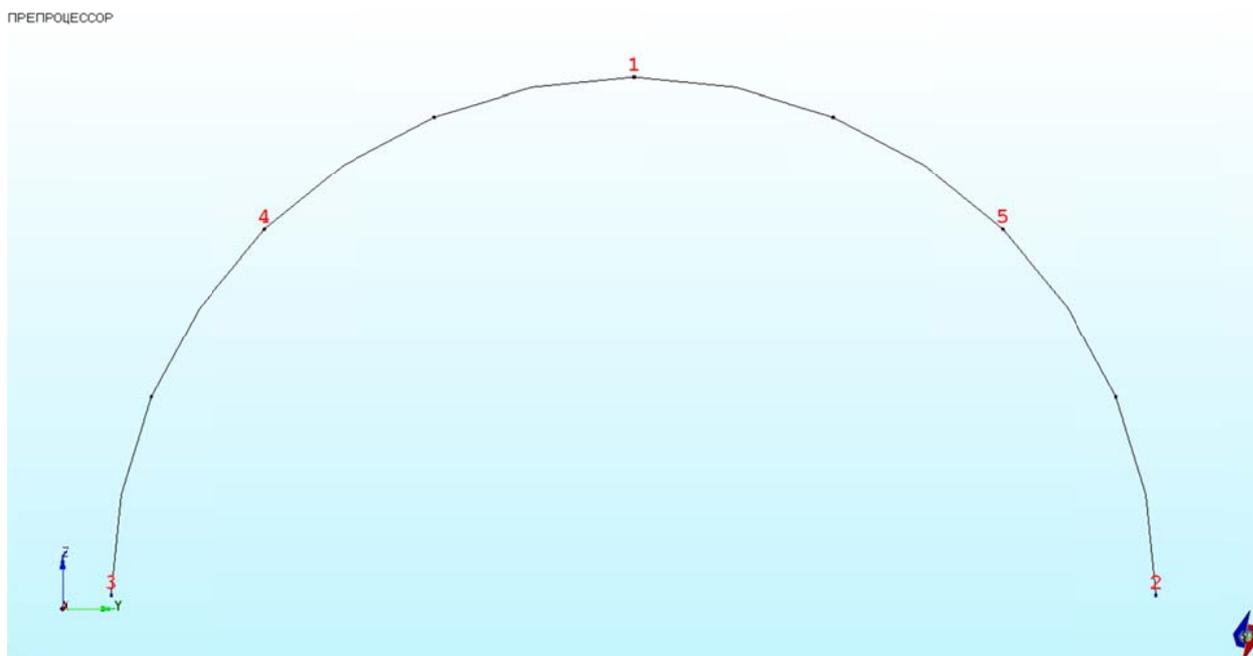


Рис. 3.2 Расчетная АСТРА-модель. Два суперэлемента

*Осевое представление*



*Объемное представление*

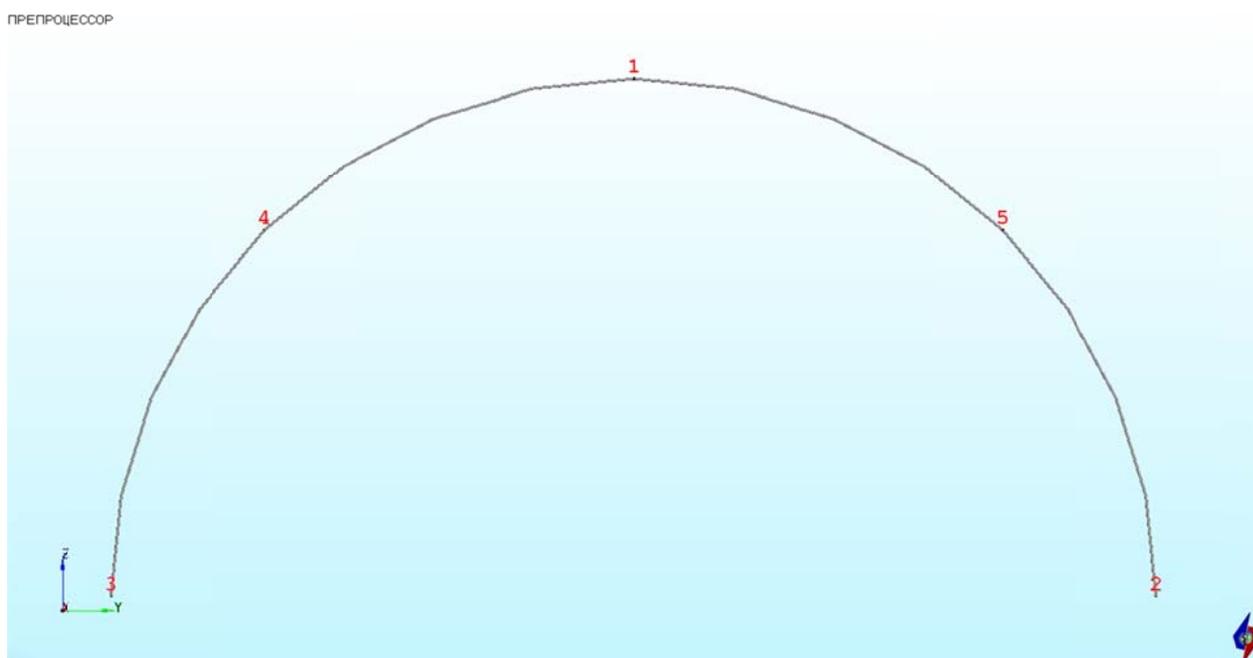


Рис. 3.3 Расчетная АСТРА-модель. Четыре суперэлемента

### 3.4 Результаты

В таблице 3.1. представлены результаты расчета (максимальный прогиб и усилия в заделках) по ПК АСТРА-СВД, ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС'2009[1] и по ПК ANSYS[2]. Проводится их сопоставление.

Таблица. 3.1

Результаты расчета

Число суперэлементов	$W_{max}$ , мм	$Q_y$ , кН	$N_z$ , кН	$M_x$ , кН·м
<i>АСТРА-СВД</i>				
2	-108.7	0.61	-1.50	-0.85
4	-112.3	0.62	-1.51	-1.01
АСТРА-АЭС'2009 [1]				
2	-108.8	0.61	-1.50	-0.85
4	-112.4	0.62	-1.51	-1.01
ANSYS [2]	-112.5	0.62	-1.51	-1.05
$\delta$ , % АСТРА vs ANSYS	0.18	0.00	0.00	3.81
$\delta$ , % АСТРА-СВД vs АСТРА'2009	0.09	0.00	0.00	0.00

Максимальное расхождение с ANSYS составило 0.18% по перемещениям, 3.81% по опорным реакциям, а с ранее верифицированной версией программы АСТРА-АЭС'2009 – 0,09% по перемещениям, по опорным реакциям результаты идентичны.

### 3.5 Литература

1. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009
2. ANSYS 11. Verification manual. 2007

**Пример 4. Консоль, нагруженная силой на свободном конце (сечение общего вида). Сопоставление с аналитическим решением<sup>4</sup>**

<b>Источник(и)</b>	1. В.И.Феодосьев. Сопротивление материалов. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>Стержень некольцевого сечения, мертвая опора (заделка)</i>
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST04.dat</a>

**4.1 Постановка задачи**

*Рассматривается консольная балка квадратного поперечного сечения, нагруженная сосредоточенной силой (рис. 4.1).*

*Требуется определить перемещение консольного конца балки.*

*Провести сравнение с аналитическим решением [1].*

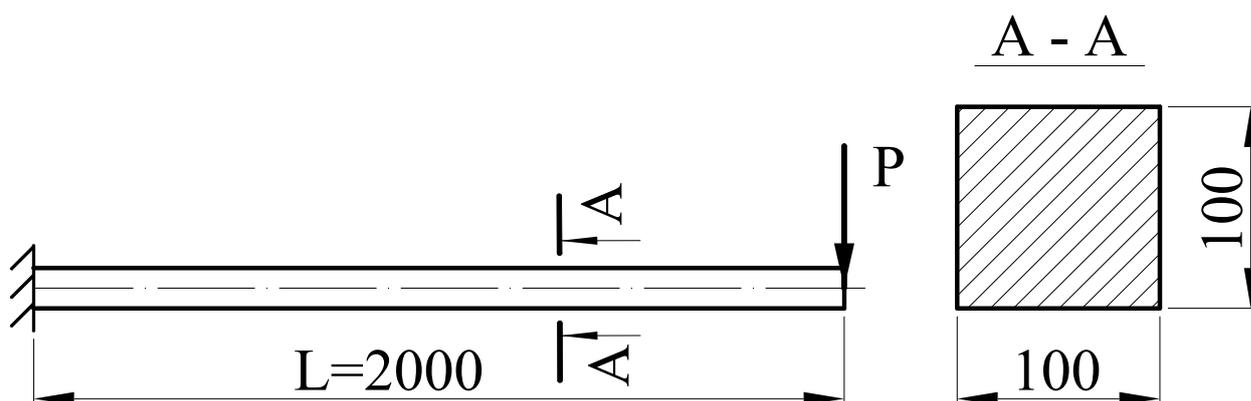


Рис. 4.1 Расчетная схема задачи: консольная балка, нагруженная сосредоточенной силой

**4.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- длина балки  $L = 2$  м;
- поперечное сечение - квадрат со стороной  $a = 0.1$  м.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E=205000$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) одного из концов.

*Параметры нагрузки*

- сосредоточенная сила  $P = 100$  кН на другом конце.

<sup>4</sup> Пример 4 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС'2009, 2009 г.

### 4.3 Расчетная модель

Консольная балка аппроксимируется двумя прямолинейными участками (суперэлементами), состоящими из различного количества элементов (см. рис. 4.2–4.3). Суперэлемент с узлами 1 и 3 образован двумя элементами одинаковой длины (0.5 м), а суперэлемент с узлами 1 и 2 – тремя элементами различной длины (0.5; 0.3 и 0.2 м).

ПРЕПРОЦЕССОР

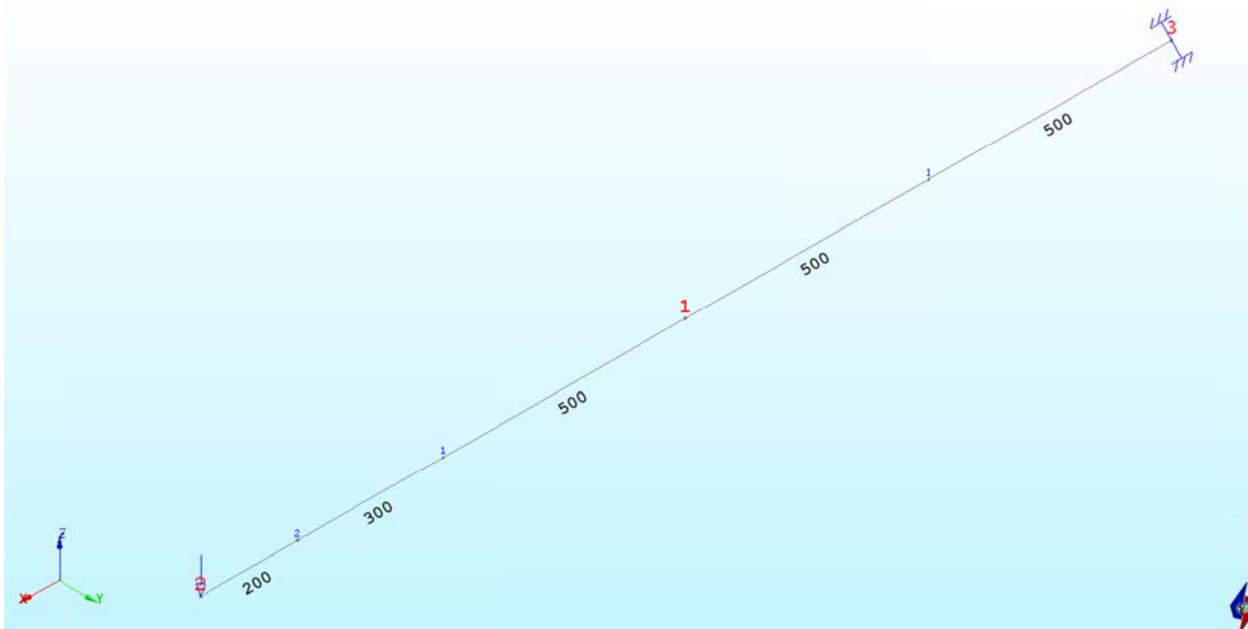


Рис.4.2 Расчетная АСТРА-модель. Осевое представление

ПРЕПРОЦЕССОР

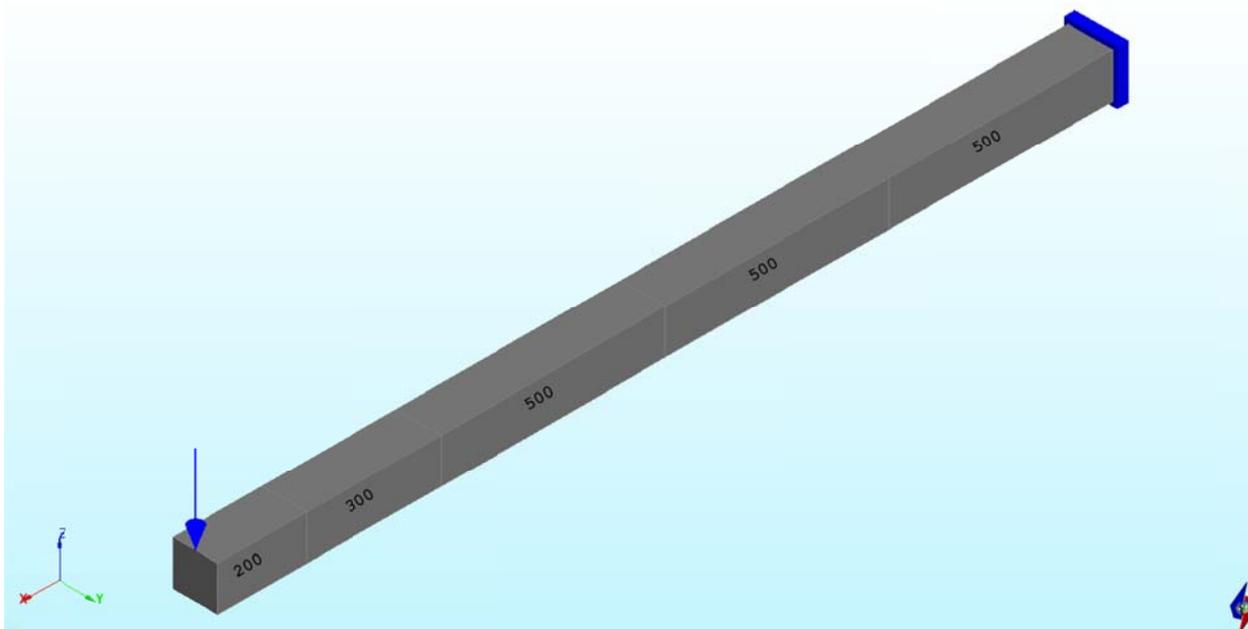


Рис. 4.3 Расчетная АСТРА-модель. Объемное (твердотельное) представление

## 4.4 Результаты

### 4.4.1 Аналитическое решение

Перемещение конца балки  $\delta$  под действием силы  $P$  равно:

$$\delta = \frac{PL^3}{3EJ_{x,y}} = \frac{100 \cdot 8}{3 \cdot 205000 \cdot 10^3 \cdot 8.333 \cdot 10^{-6}} = 0.1561 \text{ м}$$

$$\text{где } J_{x,y} = \frac{a^4}{12} = \frac{0.1^4}{12} = 8.333 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4.$$

Формула взята из [1], стр.234, пример 5.2.

### 4.4.2 Численное решение в ПК АСТРА-СВД

Деформированная схема и значение прогиба консольного конца для рассматриваемой балки показаны на рис. 4.4 для варианта учета сдвига и на рис. 4.5 для варианта неучета.

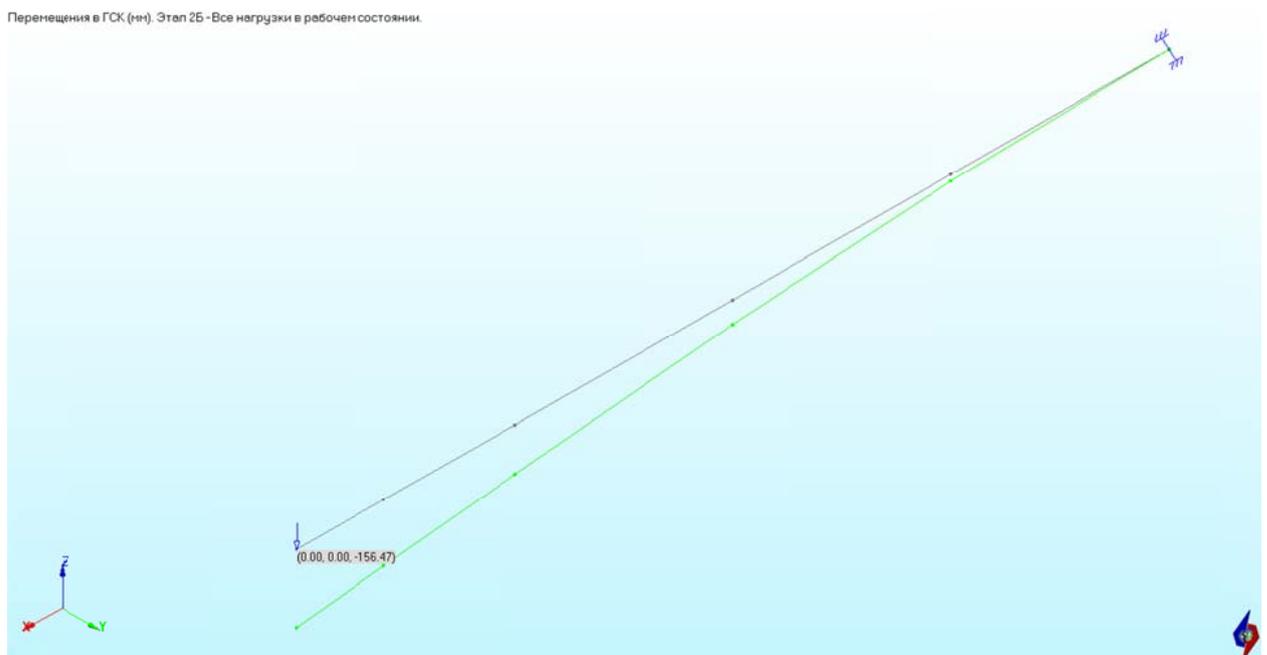


Рис.4.4 Расчетное деформированное состояние при учете сдвига (перемещения в мм)

Перемещения в ГСК (мм). Этап 25 - Все нагрузки в рабочем состоянии.

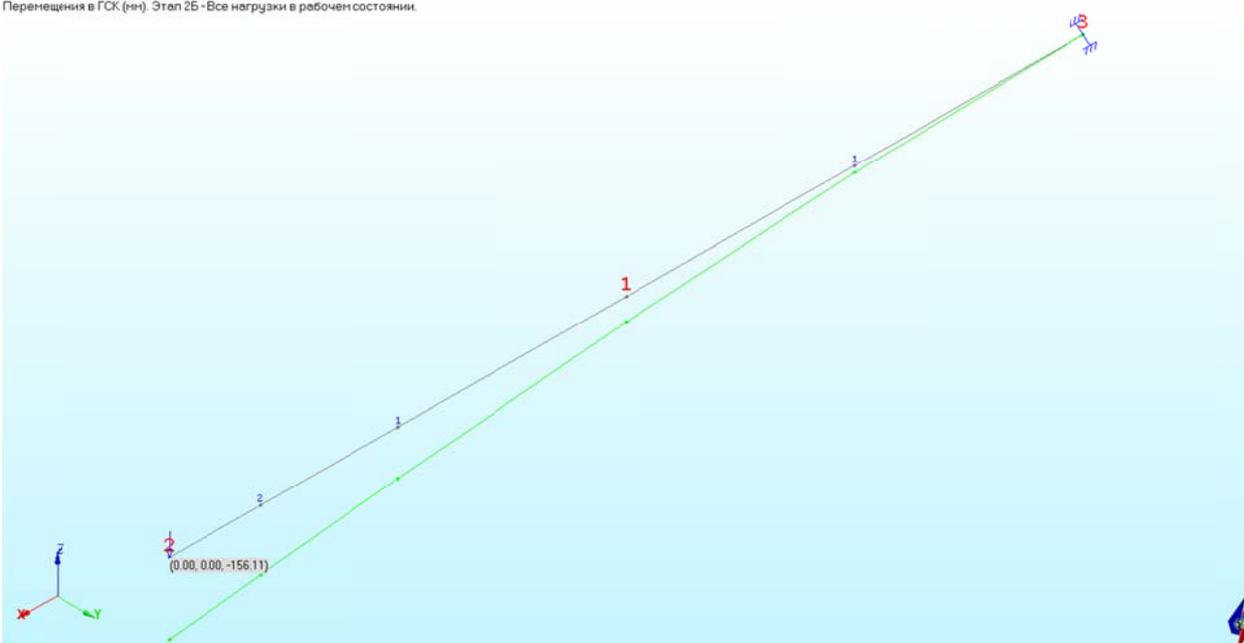


Рис.4.5 Расчетное деформированное состояние при неучете сдвига (перемещения в мм)

#### 4.4.3 Сравнение результатов

Сопоставление результатов расчета по ПК АСТРА-СВД с ранее аттестованной версией АСТРА-АЭС'2009[2] (при учете сдвига,  $k=1.2$ ) приведено в таблице 4.1, сопоставление с аналитическим решением – в таблице 4.2.

Таблица 4.1

Сравнение с ранее аттестованной версией программы (учет сдвига,  $k = 1.2$ )

Номер точки	Расстояние от заделки (м)	Перемещения по оси Z, м		Поворот вокруг оси Y, рад	
		АСТРА-СВД	АСТРА-АЭС'2009 [2]	АСТРА-СВД	АСТРА-АЭС'2009 [2]
1	заделка	<b>0</b>	0	<b>0</b>	0
2	0.5	<b>0.0135</b>	0.0135	<b>0.0512</b>	0.0512
3	1.0	<b>0.0490</b>	0.0490	<b>0.0878</b>	0.0878
4	1.5	<b>0.0991</b>	0.0991	<b>0.1098</b>	0.1098
5	1.8	<b>0.1331</b>	0.1331	<b>0.1159</b>	0.1159
6	2.0	<b>0.1565</b>	0.1565	<b>0.1171</b>	0.1171

Результаты по верифицируемой версии АСТРА-СВД идентичны таковым по ранее аттестованной ПК АСТРА-АЭС'2009.

Сравнение результатов численного и аналитического решений

	Аналитическое решение [1]	АСТРА-СВД		$\delta$ , % численное решение vs. [1]
		учет сдвига ( $k = 1.2$ )	неучет сдвига ( $k=0$ )	
прогиб на конце, мм	156.1	<b>156.5</b>	<b>156.1</b>	0.0

Результаты, полученные по ПК *АСТРА-СВД* для балки без учета сдвига, совпадают с аналитическим решением (в рамках гипотез Бернулли).

#### 4.5 Литература

1. В.И.Феодосьев. Сопротивление материалов. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана.
2. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009.

**Пример 5. Консоль под равномерно распределенной нагрузкой (сечение об-щего вида). Сопоставление с аналитическим решением<sup>5</sup>**

<b>Источник(и)</b>	1. В.И.Феодосьев. Сопротивление материалов. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	Стержень некольцевого сечения, мертвая опора (заделка)
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST05.dat</a>

**5.1 Постановка задачи**

Рассматривается консольная балка квадратного поперечного сечения, находящаяся под действием равномерно распределенной нагрузки (рис. 5.1).

Требуется определить прогиб в центральной точке А.

Провести сравнение с аналитическим решением [1].

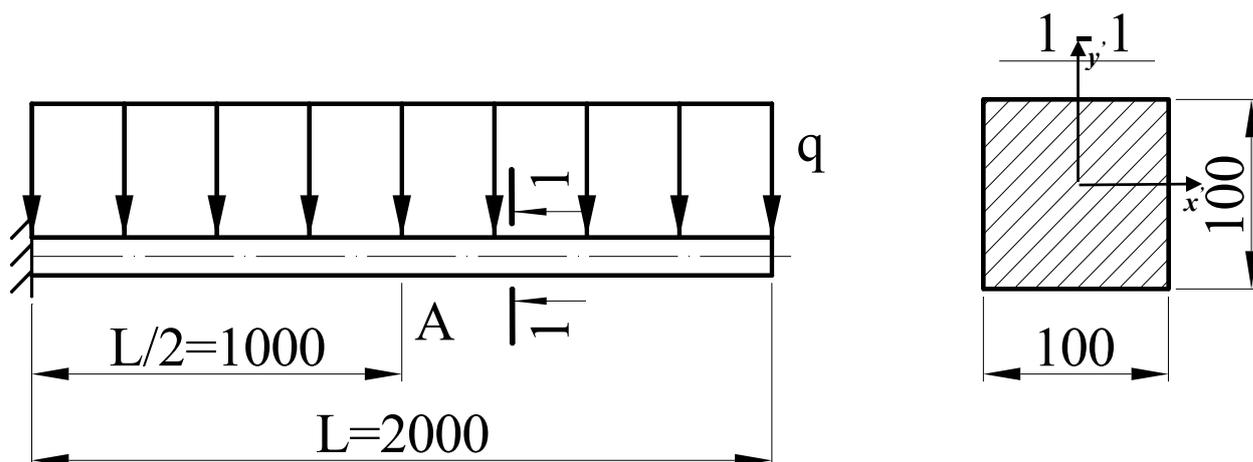


Рис. 5.1 Расчетная схема задачи: консольная балка под действием распределенной нагрузки

**5.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- длина балки  $L = 2$  м;
- поперечное сечение - квадрат со сторонами  $a = 0.1$  м;
- осевые моменты инерции сечения  $J_{x,y} = 8.333 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4$ .

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 205000$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) одного из концов.

<sup>5</sup> Пример 5 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС'2009, 2009 г.

*Параметры нагрузки*

- распределенная нагрузка  $q = -18.1$  кН/м.

**5.3 Расчетная модель**

Консольная балка аппроксимируется двумя равными по длине прямолинейными участками (суперэлементами) (см. рис. 5.2–5.3). Каждый суперэлемент образован 10-ю отрезками длиной по 100 мм.

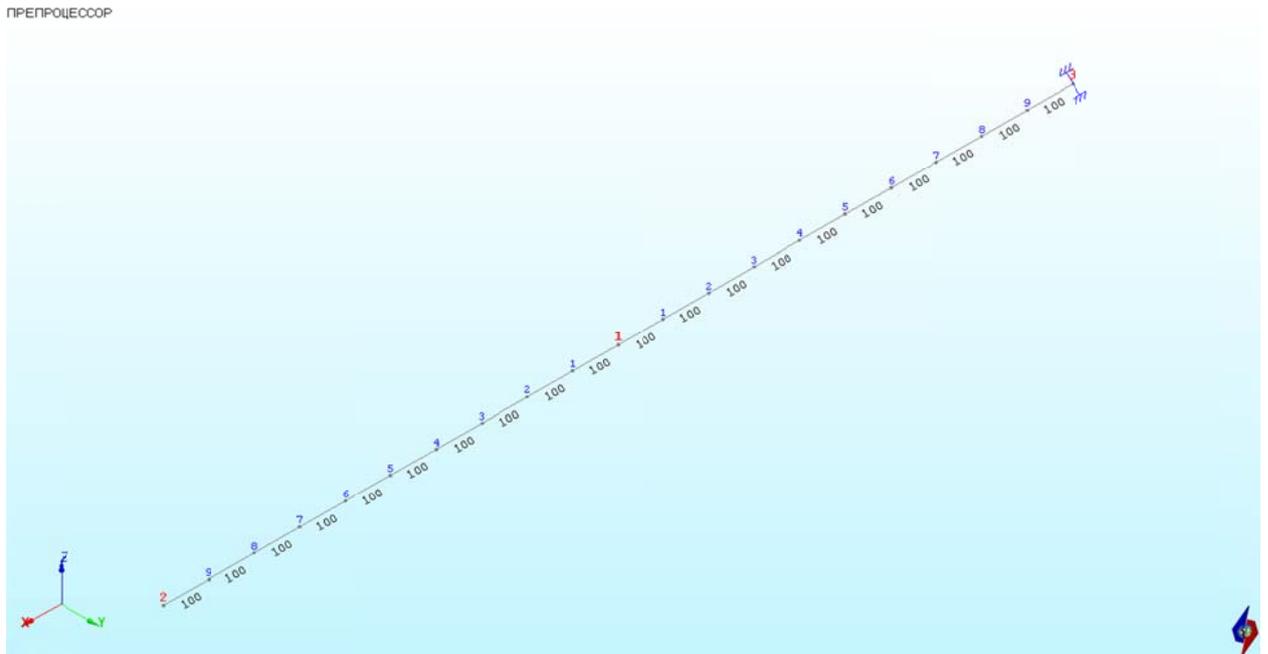


Рис. 5.2 Расчетная АСТРА-модель. Осевое представление

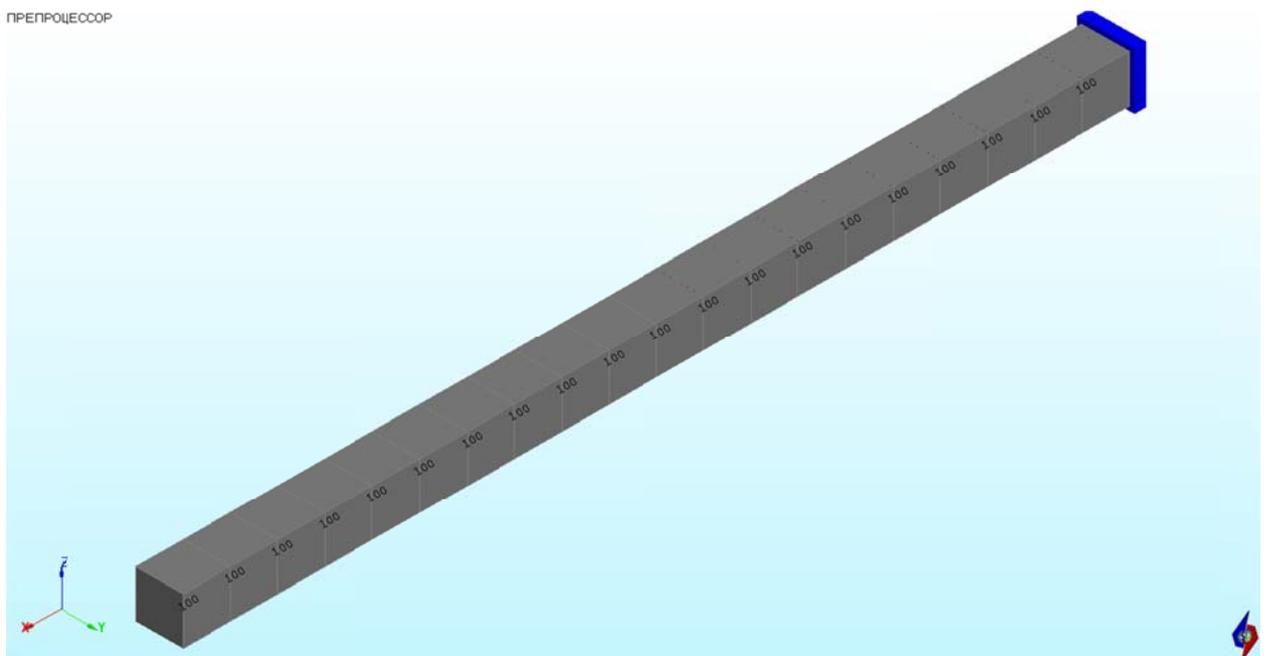


Рис. 5.3 Расчетная АСТРА-модель. Объемное (твердотельное) представление

## 5.4 Результаты

### 5.4.1 Аналитическое решение

Прогиб  $\delta$  центральной точки А балки равен:

$$\delta = \frac{17}{384} \cdot \frac{qL^4}{EJ_{x,y}} = -\frac{17}{384} \cdot \frac{18.1 \cdot 10^3 \cdot 16}{205 \cdot 10^9 \cdot 8.333 \cdot 10^{-6}} = -7.505 \text{ мм.}$$

Формула взята из [1], стр.248, пример 5.9.

### 5.4.2 Численное решение в АСТРА-СВД

Деформированная схема и значение прогиба в центральной точке балки показаны на рис. 5.4.

Перенесения в ГСК (мм). Этап 25 - Все нагрузки в рабочем состоянии.

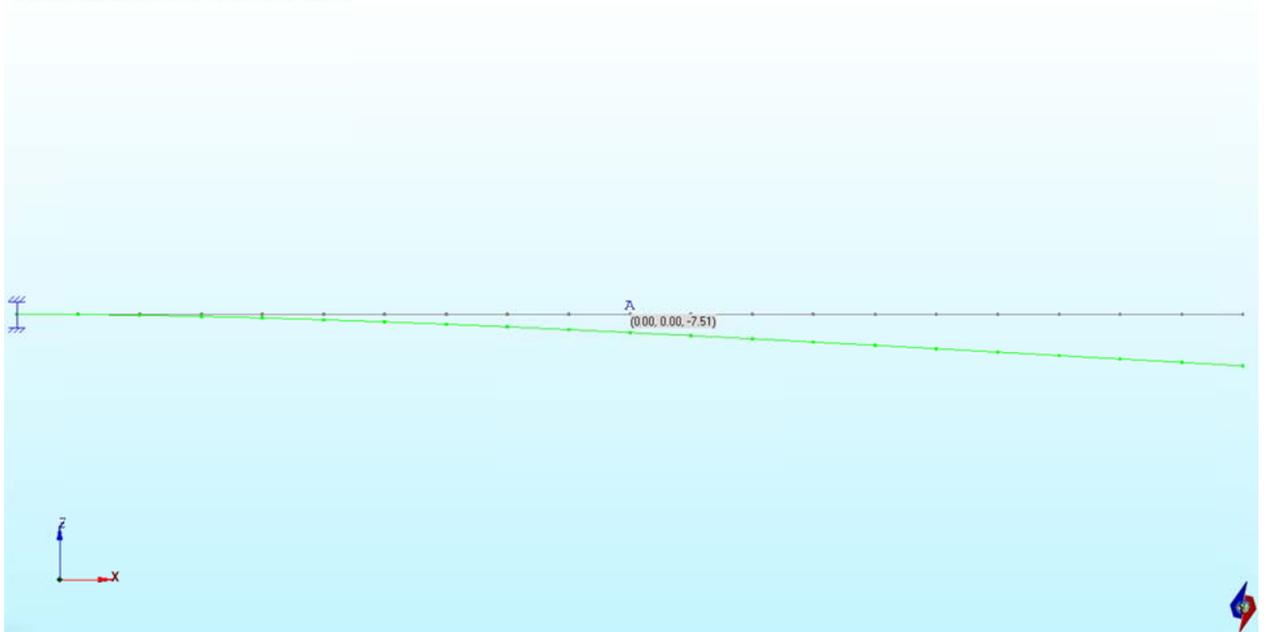


Рис. 5.4 Расчетное деформированное состояние (перемещения в мм)

### 5.4.3 Сравнение результатов

Сопоставление результатов расчета по ПК АСТРА-СВД с ранее аттестованной версией АСТРА-АЭС'2009[2] приведено в таблице 5.1, сопоставление с аналитическим решением[1] – в таблице 5.2.

Таблица 5.1

Сравнение с ранее аттестованной версией программы

Номер точки	Расстояние от заделки, мм	Перемещения по оси Z, мм		Углы поворота вокруг оси Y, рад	
		АСТРА-СВД	АСТРА-АЭС'2009 [2]	АСТРА-СВД	АСТРА-АЭС'2009 [2]
1	заделка	0	0	0	0
2	100	-0.102	-0.103	0.00202	0.00202
3	200	-0.396	-0.396	0.00383	0.00383
4	300	-0.862	-0.862	0.00545	0.00545
5	400	-1.481	-1.481	0.00689	0.00690

Номер точки	Расстояние от заделки, мм	Перемещения по оси Z, мм		Углы поворота вокруг оси Y, рад	
		<i>АСТРА-СВД</i>	АСТРА-АЭС'2009 [2]	<i>АСТРА-СВД</i>	АСТРА-АЭС'2009 [2]
6	500	-2.235	-2.236	0.00817	0.00817
7	600	-3.109	-3.110	0.00928	0.00929
8	700	-4.087	-4.088	0.01025	0.01025
9	800	-5.154	-5.156	0.01108	0.01108
10	900	-6.298	-6.300	0.01178	0.01178
<b>11</b>	<b>1000</b>	<b>-7.506</b>	<b>-7.508</b>	<b>0.01236</b>	<b>0.01237</b>
12	1100	-8.767	-8.770	0.01284	0.01284
13	1200	-10.071	-10.074	0.01322	0.01323
14	1300	-11.408	-11.413	0.01352	0.01353
15	1400	-12.772	-12.777	0.01375	0.01375
16	1500	-14.156	-14.161	0.01391	0.01391
17	1600	-15.558	-15.558	0.01402	0.01402
18	1700	-16.957	-16.963	0.01408	0.01409
19	1800	-18.367	-18.374	0.01411	0.01412
20	1900	-19.779	-19.786	0.01413	0.01413
21	2000	-21.192	-21.200	0.01413	0.01413

Результаты по верифицируемой версии ПК *АСТРА-СВД* близки к таковым по ранее аттестованной ПК *АСТРА-АЭС'2009*. Небольшие различия (0,08% для центральной точки А) обусловлены более точным заданием параметров (осевой момент инерции сечения) в новой расчетной *АСТРА*-модели.

Таблица 5.2

Сравнение результатов численного и аналитического решений

	Аналитическое решение [1]	<i>АСТРА-СВД</i>	различие, %
Прогиб в точке А (см. рис. 5.1), мм	-7.505	-7.506	0.01

Результаты численного расчета по ПК *АСТРА-СВД* практически идентичны (с точностью до 0.01%) результатам аналитического решения [1].

### 5.5 Литература

1. В.И.Феодосьев. Соппротивление материалов. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 1999 г.
2. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009

**Пример 6. Консольная балка, нагруженная на конце крутящим моментом (сечение общего вида). Сопоставление с аналитическим решением<sup>6</sup>**

<b>Источник(и)</b>	1. В.И.Феодосьев. Сопротивление материалов. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	Прямая труба, стержень некоего сечения, мертвая опора (заделка)
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST06.dat</a>

**6.1 Постановка задачи**

Рассматривается консольная балка квадратного поперечного сечения, нагруженная на свободном краю крутящим моментом (рис. '2009).

Требуется определить угол поворота в точке приложения нагрузки.

Провести сравнение с аналитическим решением.

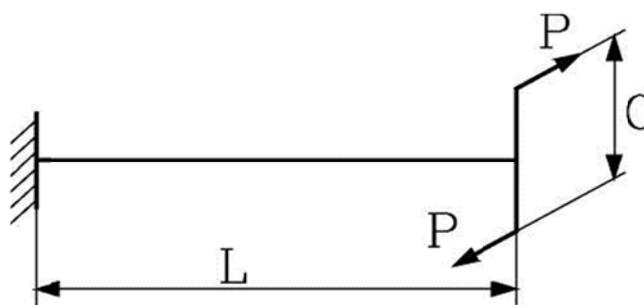


Рис. 6.1 Расчетная схема задачи: балка, нагруженная крутящим моментом

**6.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- длина балки  $L = 1$  м;
- поперечное сечение - квадрат со сторонами  $a = 0.1$  м;
- полярный момент инерции сечения  $J_p = 0.0000141$  м<sup>4</sup>.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 205000$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Параметры нагрузки*

- величины сосредоточенных сил  $P = 100$  кН;
- плечо момента  $C = 2$  м.

<sup>6</sup> Пример 6 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС'2009, 2009 г.

### 6.3 Расчетная модель

Консольная балка моделируется одним прямолинейным участком (суперэлементом), состоящим из двух конечных элементов одинаковой длины (рис. 6.2–6.3). Крутящий момент задан как пара сил, лежащих в плоскости, перпендикулярной продольной оси балки, для передачи усилий используются два вспомогательных элемента кольцевого сечения.

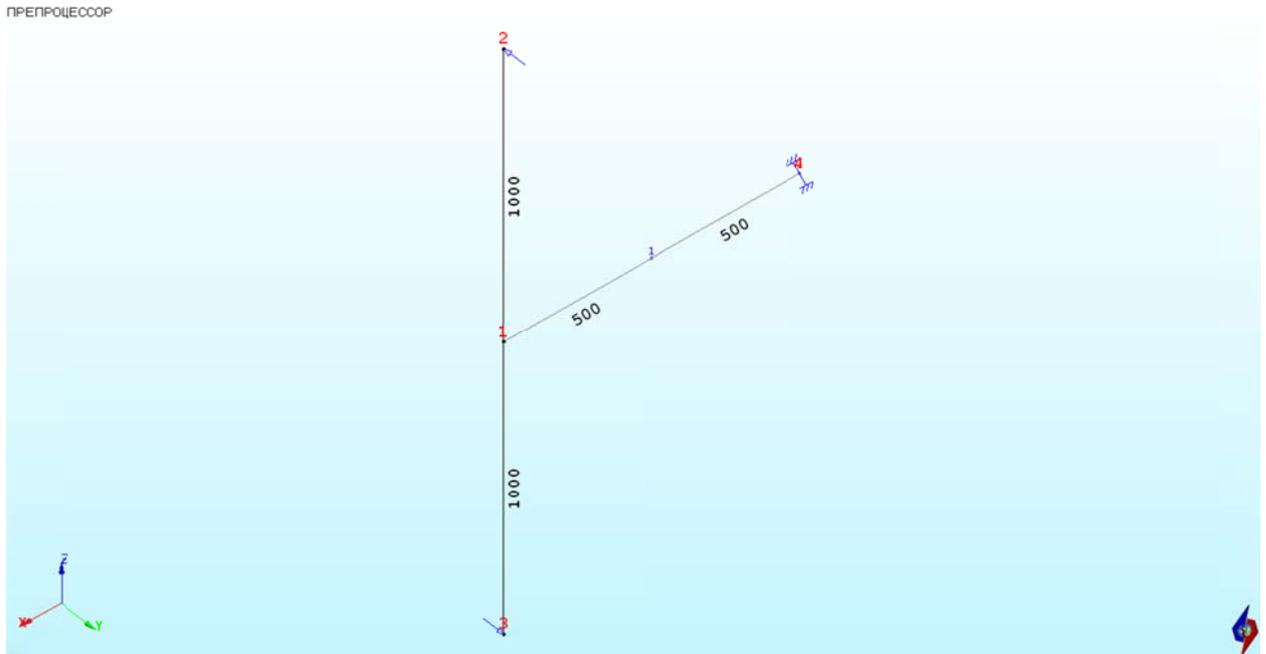


Рис. 6.2 Расчетная АСТРА-модель. «Ниточное» представление

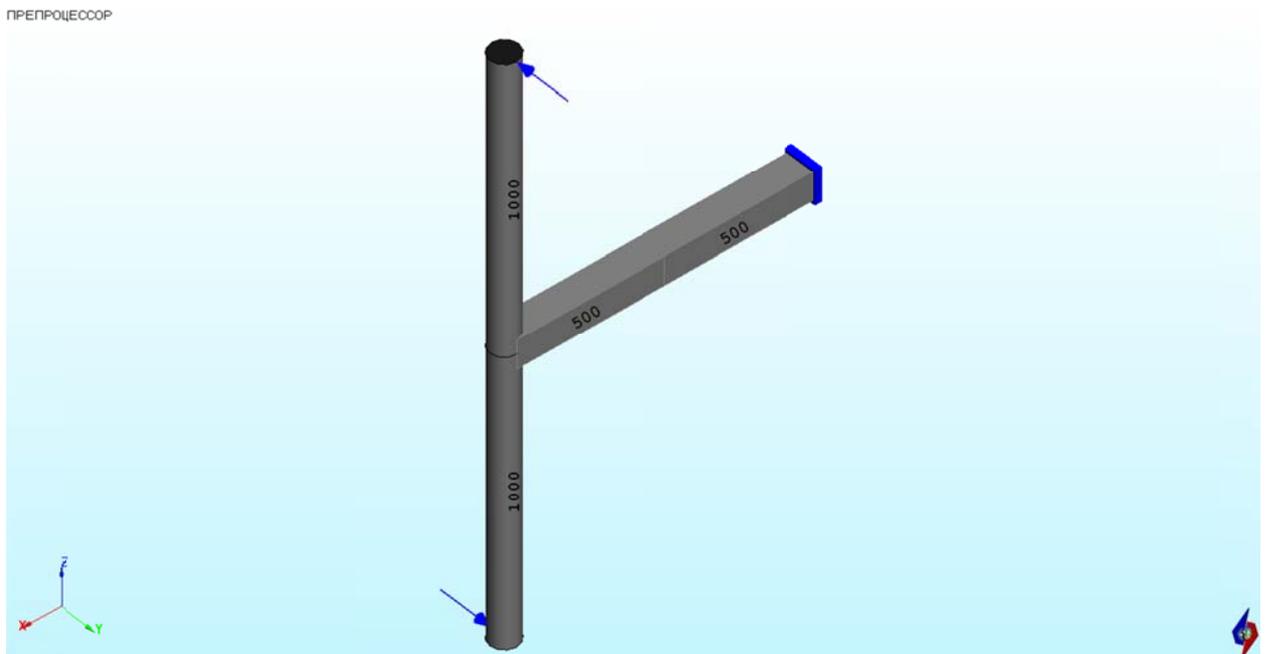


Рис. 6.3 Расчетная АСТРА-модель. Объемное представление

## 6.4 Результаты

### 6.4.1 Аналитическое решение

Воспользуемся формулой, приведенной в [1] на стр. 113.

Угол поворота  $\varphi$  правого торца, нагруженного моментом  $M$  равен:

$$\varphi = \frac{ML}{GJ_p} = \frac{100 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2.6}{1.41 \cdot 10^{-5} \cdot 205 \cdot 10^6} = 0.1799 \text{ рад,}$$

где:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = \frac{E}{2 \cdot 1.3} = \frac{E}{2.6} = \frac{205 \cdot 10^6}{2.6}$$

### 6.4.2 Численное решение в ПК АСТРА-СВД

Поворот балки вокруг оси  $X$  на свободном краю при расчете по комплексу АСТРА-АЭС составил 0,1799 рад, что в точности соответствует значению, полученному по указанной выше формуле.

### 6.4.3 Сравнение результатов

Сопоставление результатов, полученных численно в ПК АСТРА-СВД, аналитически [1] и в ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС'2009[2], приведено в таблице 6.1.

Таблица 6.1.

Сравнение результатов аналитического и численного решений

	Аналитическое решение [1]	АСТРА-АЭС'2009 [2]	АСТРА-СВД	$\delta$ , % расчет vs. теория
$\varphi$ , рад	0.1799	<b>0.1799</b>	0.1799	0.00

## 6.5 Литература

1. В.И.Феодосьев. Сопротивление материалов. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана.
2. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009.

### Пример 7. Опорные конструкции, заданные в местной системе координат. Статический расчет<sup>7</sup>

<b>Источник(и)</b>	1. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009.
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>Прямая труба, направляющая опора, мертвая опора (заделка), опора общего вида</i>
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST07V1(global).dat</a> <a href="#">TEST07V2(local).dat</a> <a href="#">TEST07V3(local 60 grad).dat</a> <a href="#">TEST07V4(local 45 grad).dat</a>

#### 7.1 Постановка задачи

*Рассматриваются* три случая задания базового консольного прямолинейного трубопровода относительно основной системы координат.

*Требуется* проверить идентичность результатов расчета по комплексу АСТРА-СВД (перемещения, нагрузки на опоры), для различных способов задания ориентации трубопровода.

#### 7.2 Исходные данные

*Геометрические характеристики*

- длина балки  $L = 2$  м;
- наружный диаметр трубы 0.01 м;
- толщина стенки трубы 0.001 м.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 205000$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Граничные условия (опоры)*

- заземление (заделка) одного из концов;
- двухсторонняя опора на расстоянии 1.5 м от заделки, запрещающая линейные поперечные перемещения балки.

*Параметры нагрузки*

- вертикальная сосредоточенная нагрузка величиной 100 кН, приложенная на расстоянии 1.9 м от заделки.

#### 7.3 Расчетная модель

За базовый трубопровод принимается модель, состоящая из двух участков (супер-элементов), направляющей опоры в местной системе координат (по двум направлениям) и одной поперечной сосредоточенной силы, действующей рядом с консольным концом балки (рис. 7.1). Другой торец балки заземлен. В таблице 7.1 показаны различные варианты задания опоры в местной системе координат.

Первый вариант характерен тем, что ось балки совпадает с направлением глобальной оси X. Направляющая опора работает по направлениям Y и Z. Поэтому опору можно задать как в глобальной системе координат, так и в местной.

<sup>7</sup> Пример 7 в верификационном отчете комплекса программ АСТРА-АЭС'2009, 1994 г.

Для второго варианта опора задана в местной системе координат и повернута вокруг глобальной оси  $X$  на  $60^\circ$ . При этом ось балки совпадает с направлением оси  $X$ . Направляющая опора работает по осям  $x''$  и  $y''$ , повернутым относительно местной системы координат на  $60^\circ$ . Так как сосредоточенная нагрузка в  $100\text{ кН}$  задана также под углом  $60^\circ$  к плоскости  $XY$ , она раскладывается на две составляющие:  $50\text{ кН}$  по оси  $Y$  и  $86,6\text{ кН}$  по оси  $Z$ .

В третьем варианте ось балки направлена под углом  $45^\circ$  к глобальным осям  $X$  и  $Y$ . Направляющая опора задана в местной системе координат и работает по направлениям  $x'$  и  $y'$ . Сосредоточенная сила направлена вертикально вниз по оси  $Z$ .

ПРЕПРОЦЕССОР

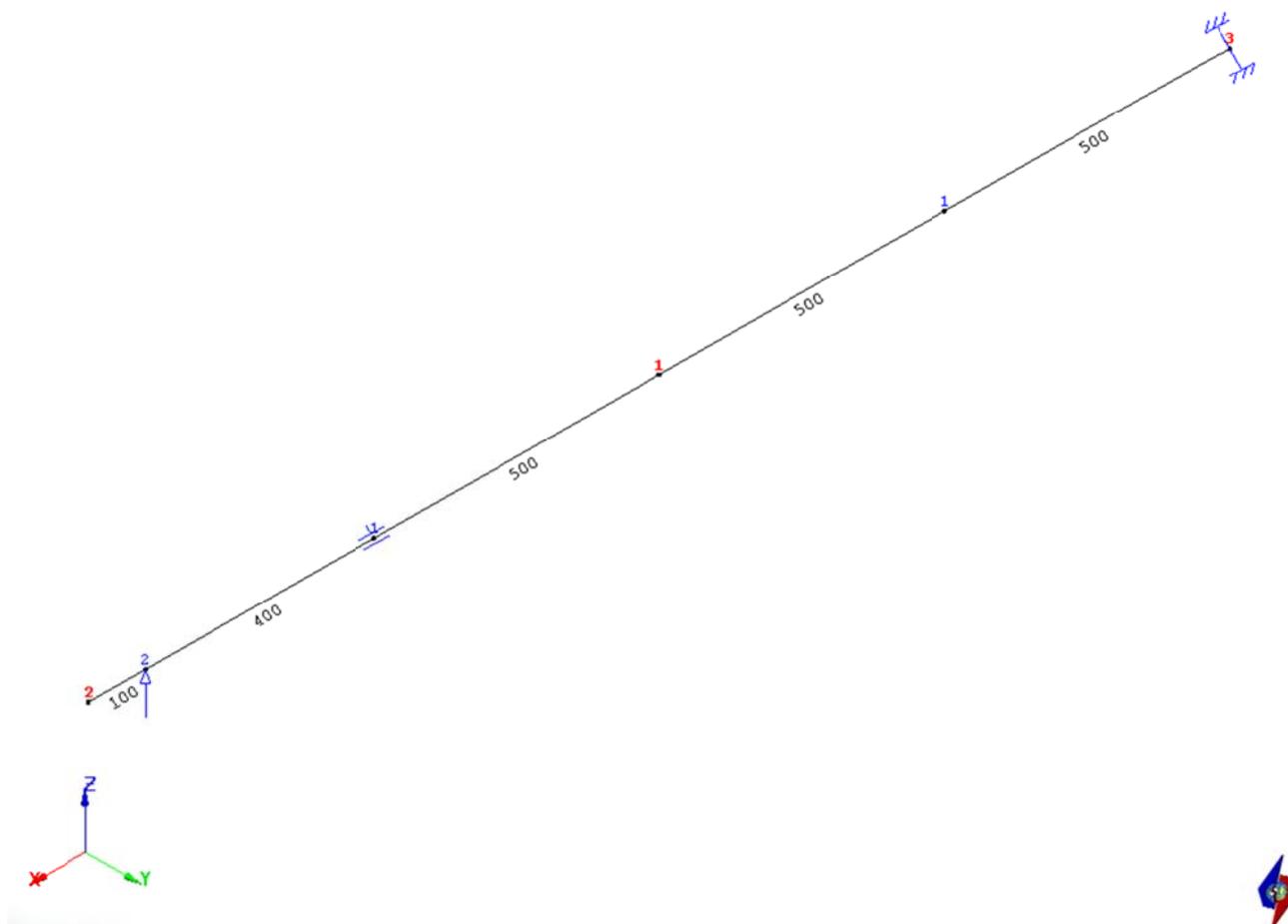
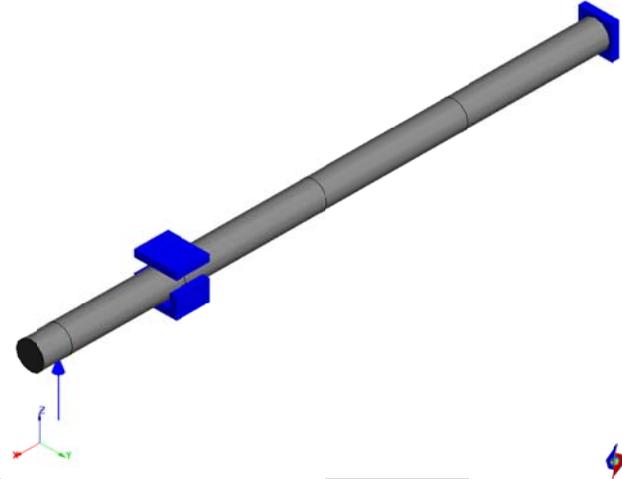
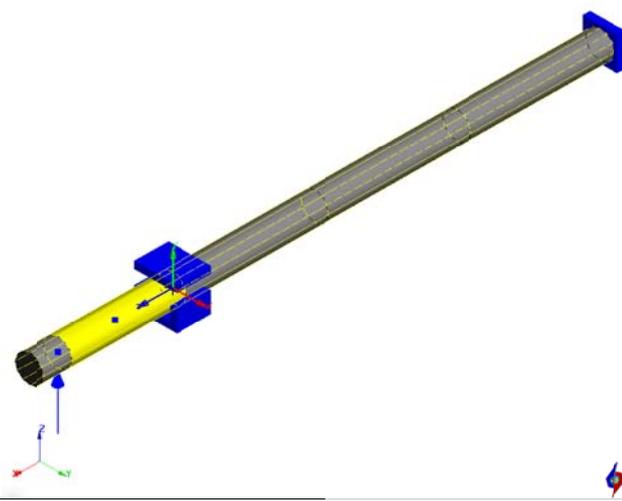
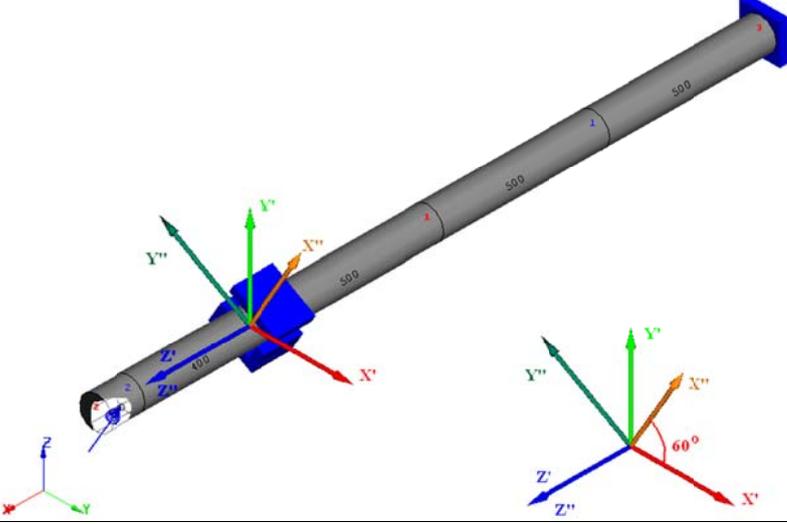
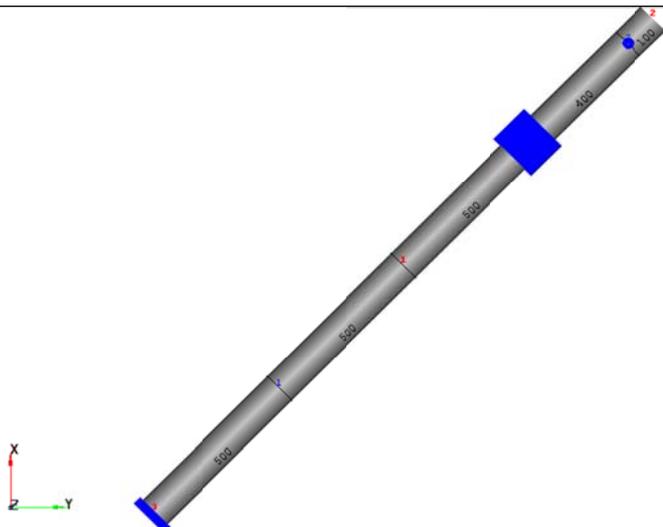


Рис.7.1 Геометрия расчетной АСТРА-модели

Таблица 7.1

Варианты задания опоры

Вариант, №	Модель	Описание
1a		<p>Жесткости опоры заданы в глобальной системе координат по осям Y и Z.</p>
1b		<p>Жесткости опоры заданы в местной системе координат по осям X' и Y'.</p>
2		<p>Жесткости опоры заданы в местной системе координат по осям X'' и Y''.</p>

3		<p>Ось балки повернута под углом <math>45^\circ</math> к осям X и Y. Жесткости опоры по осям X', Y'.</p>
---	--	--

### 7.4 Результаты

Результатами расчета являются перемещение точки приложения сосредоточенной силы, нагрузка на направляющую опору, силовые факторы (момент, поперечная сила) в заделке, они представлены на рис. 7.2–7.5.

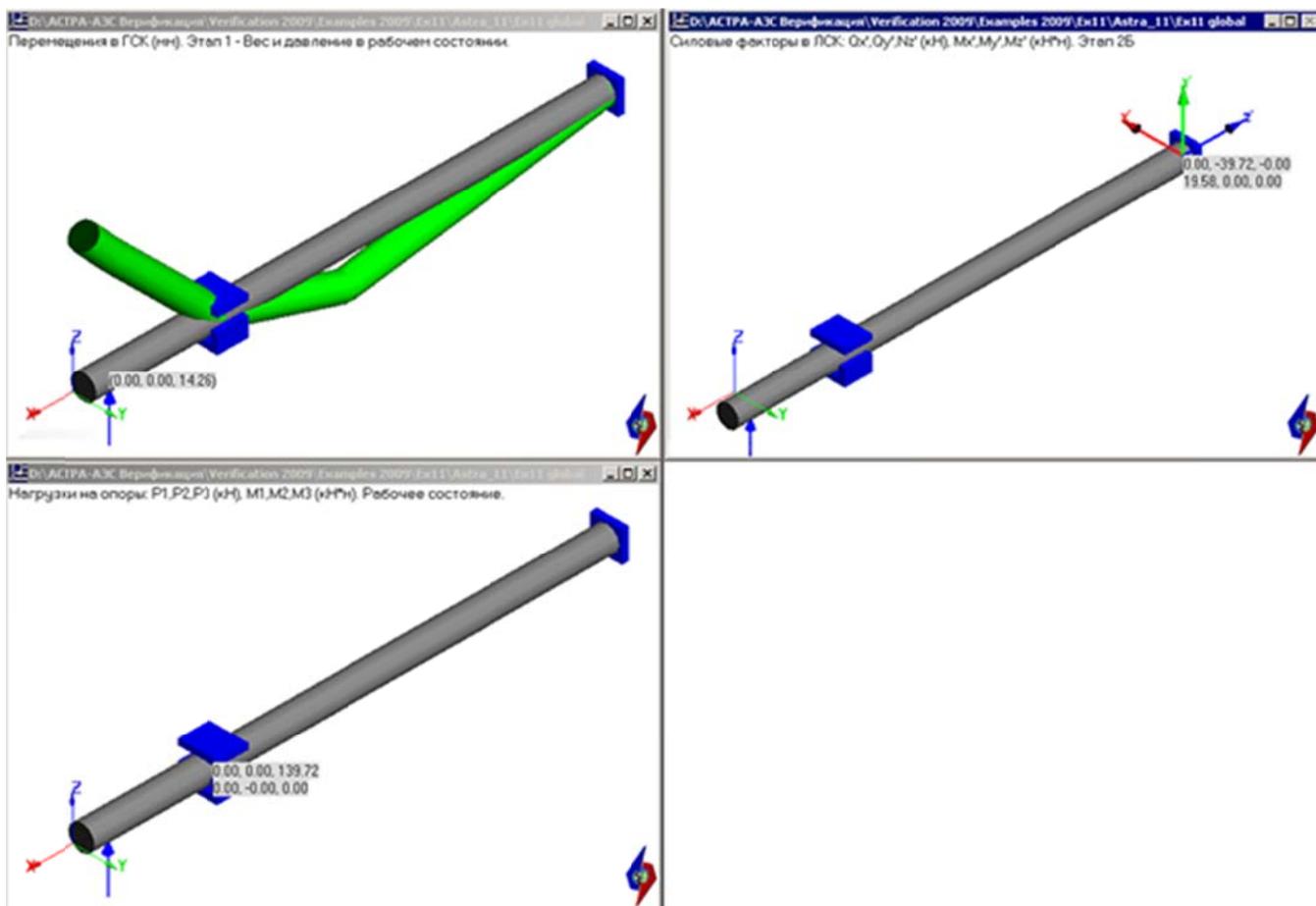


Рис. 7.2 Результаты для варианта расчета 1а (опора задана в глобальной с.к.)

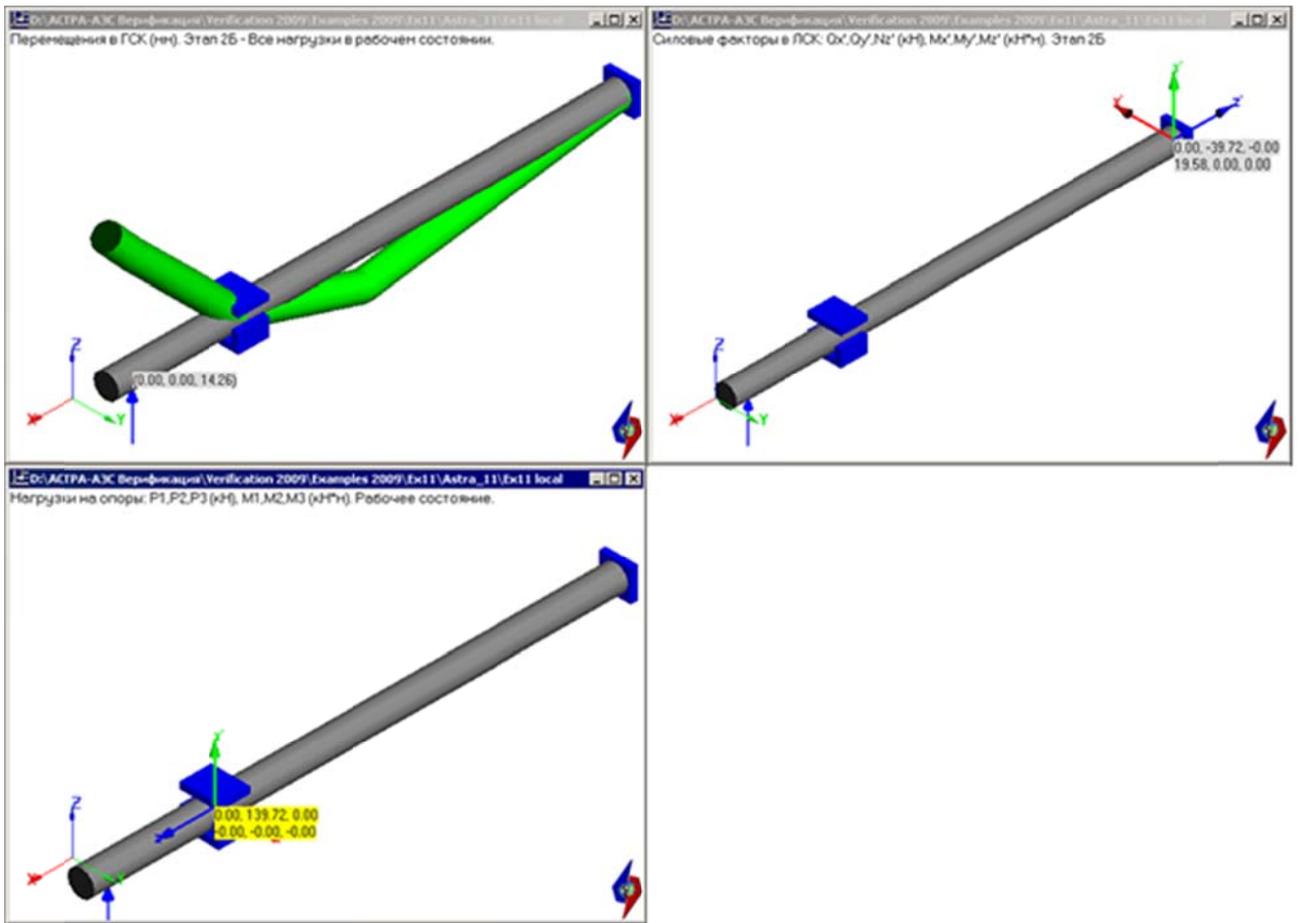


Рис. 7.3 Результаты для варианта расчета 1б (опора задана в местной с.к.)

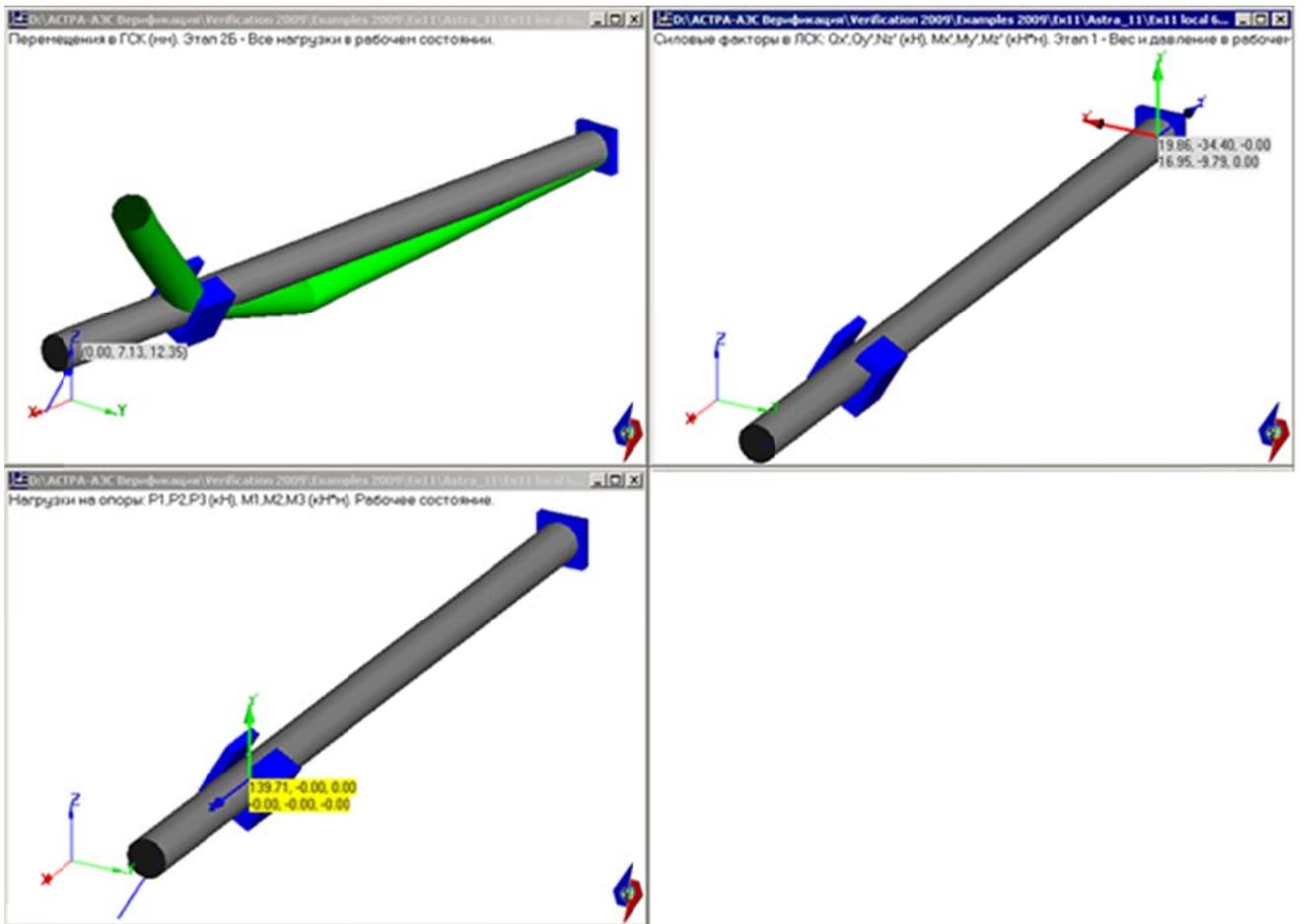


Рис. 7.4 Результаты для варианта расчета 2 (опора повернута на 60°)

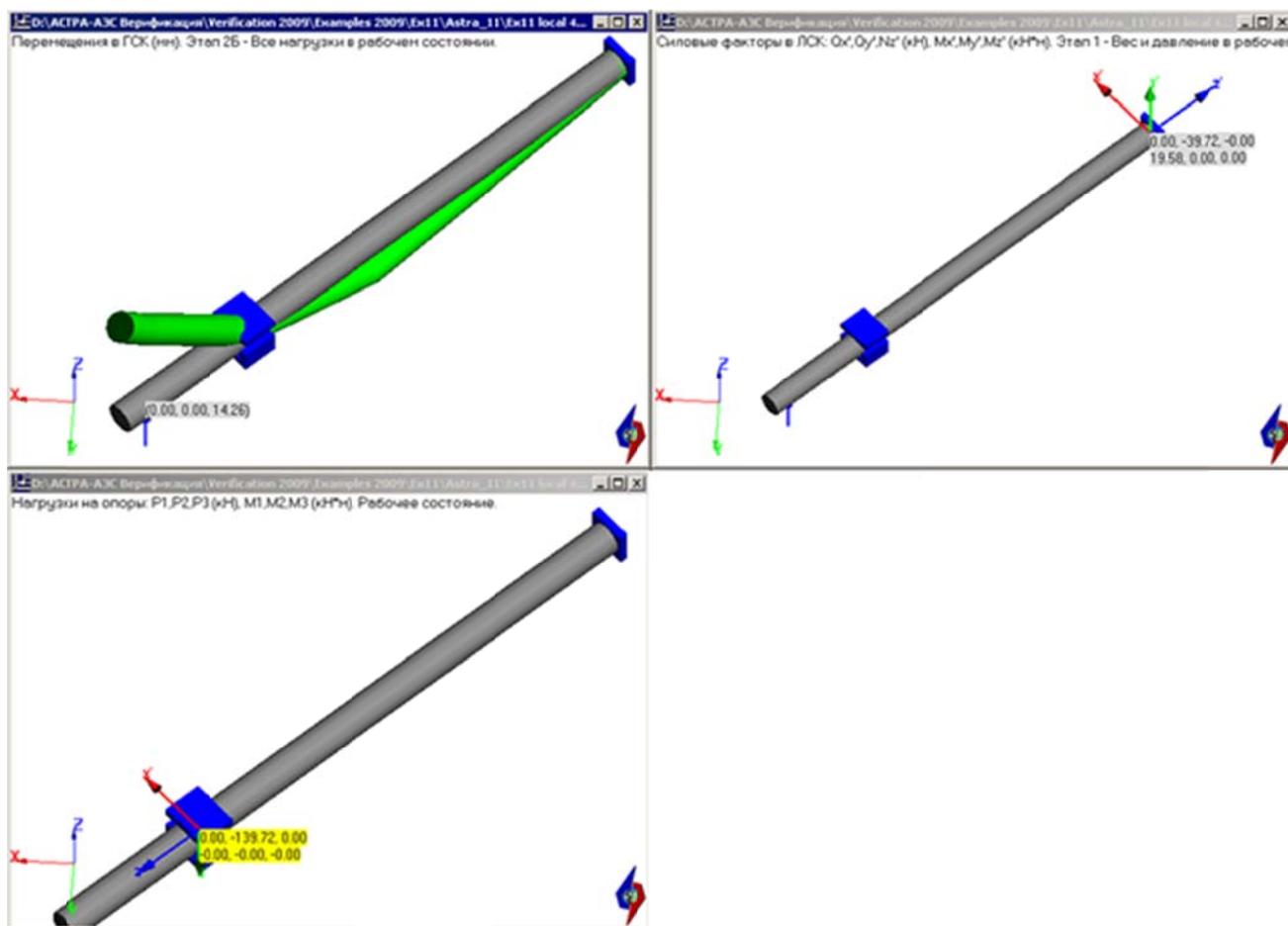


Рис. 7.5 Результаты для варианта расчета 3 (ось балки направлена под углом  $45^\circ$ )

### 7.5 Сопоставление результатов

Результаты расчетов схемы для опоры, заданной как в общей, так и в местной системах координат (варианты *1a* и *1b*), должны полностью совпадать, поскольку опора ориентирована одинаково. В остальных двух вариантах (при вращении опоры) результаты получаются при извлечении корня из суммы квадратов результатов по осям и они должны быть идентичны (с точностью до округления при вычислениях) результатам, полученным для схемы без вращения. Таблица 7.2 подтверждает сделанные предположения.

### 7.6 Литература

1. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009.

Таблица 7.2.

## Сопоставление результатов расчета

Вар-т №	Система коорд. для опоры	Комп-ты силы по осям, кН	Угол поворота опоры	Перемещение в точке приложения силы, мм	Нагрузка на опору, кН	Сила в заделке, кН	Момент в заделке, кН·м
<i>АСТРА-СВД</i>							
1a	общ.	Pz = 100	0°	14.3	139.72	39.72	19.58
1b	местн.	Pz = 100	0°	14.3	139.72	39.72	19.58
2	местн.	Py = 50 Pz = 86.6	60°	$(12,4^2 + 7,1^2)^{0,5}$ = 14,3	139.71	$(19,86^2 + 34,40^2)^{0,5} =$ 39,72	$(16,95^2 + 9,79^2)^{0,5} = 19,57$
3	местн.	Pz = 100	45°	14.3	139.72	39.72	19.58
<i>АСТРА-АЭС'2009 [1]</i>							
1a	общ.	Pz = 100	0°	14.3	139.72	39.72	19.58
1b	местн.	Pz = 100	0°	14.3	139.72	39.72	19.58
2	местн.	Py = 50 Pz = 86.6	60°	$(12,4^2 + 7,1^2)^{0,5}$ = 14,3	139.71	$(19,86^2 + 34,40^2)^{0,5} =$ 39,72	$(16,95^2 + 9,79^2)^{0,5} = 19,57$
3	местн.	Pz = 100	45°	14.3	139.72	39.72	19.58

Результаты по верифицируемой версии *АСТРА-СВД* идентичны таковым по ранее аттестованной ПК *АСТРА-АЭС'2009*[1].

### Пример 8 Собственные частоты прямолинейной трубы с опорными конструкциями, заданными в местной системе координат<sup>8</sup>

Источник(и)	1. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009
Тип задачи	Расчет собственных частот и форм колебаний
Тип(ы) верифицируемых элементов	Прямая труба, направляющая опора, мертвая опора (заделка), опора общего вида
Входной файл	<a href="#">TEST08V1(global).dat</a> <a href="#">TEST08V2(local).dat</a> <a href="#">TEST08V3(local 60 grad).dat</a> <a href="#">TEST08V4(local 45 grad).dat</a>

#### 8.1 Постановка задачи

Рассматриваются три случая расположения опоры в местной системе координат.

Требуется проверить идентичность сопоставимых собственных частот, полученных для аналогичной расчетной схемы с опорой, жесткости которой заданы в общей системе координат. Провести сравнение с ранее верифицированной версией АСТРА-АЭС'2009[1].

#### 8.2 Исходные данные

*Геометрические характеристики*

- длина балки  $L = 2$  м;
- наружный диаметр трубы 0.01 м;
- толщина стенки трубы 0.001 м.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 205000$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) одного из концов
- двухсторонняя опора на расстоянии 1.5 м от заделки, запрещающая линейные поперечные перемещения балки.

*Параметры нагрузки*

- погонная масса  $m = 0.01$  т/м.

#### 8.3 Расчетная модель

Расчетная модель состоит из 2-х суперэлементов (участков). В суперэлементе, прилегающем к заделке – 2 сечения; в суперэлементе, ближайшем к консольному концу – 3 сечения (рис. 8.1). В таблице 8.1 представлены различные варианты задания опоры в местной системе координат.

<sup>8</sup> Пример 8 в верификационном отчете комплекса программ АСТРА-АЭС'2009, 2009 г.

ПРЕПРОЦЕССОР

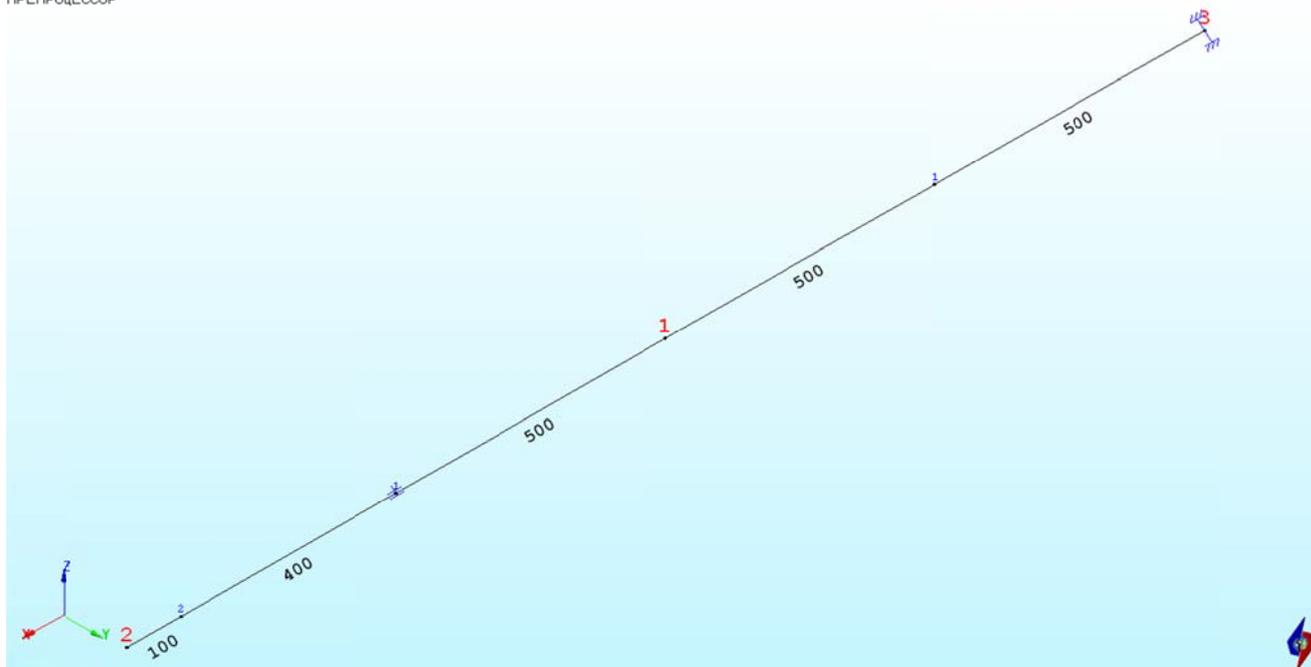


Рис.8.1 Геометрия расчетной АСТРА-модели

В первом варианте, ось балки совпадает по направлению с глобальной осью **X**. Направляющая опора работает по направлениям **Y** и **Z**. Поэтому опора может быть задана как в глобальной системе координат, так и в местной.

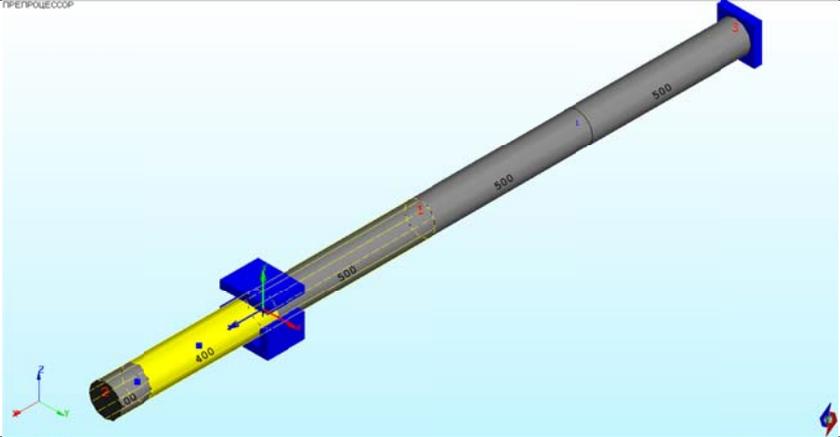
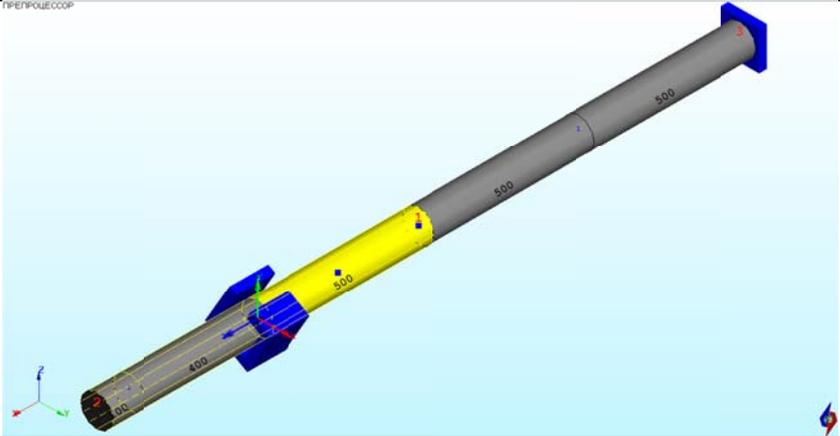
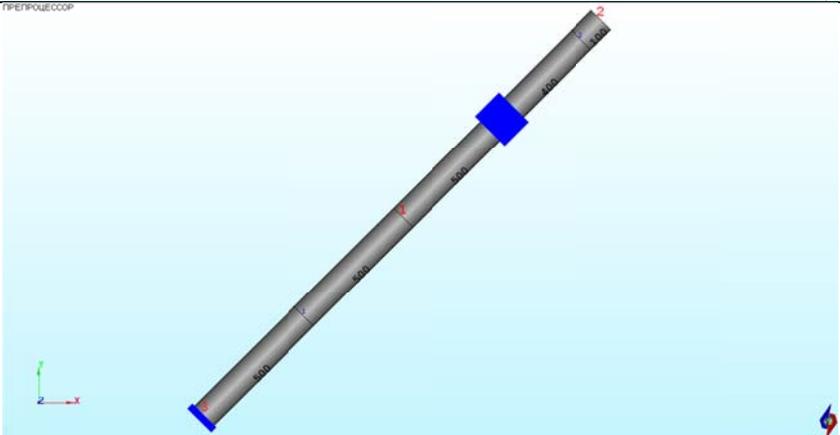
Во втором рассматриваемом варианте опора задана в местной системе координат и повернута вокруг глобальной оси **X** на  $60^\circ$ : ось балки совпадает с направлением оси **X**. Направляющая опора работает по осям **X''** и **Y''**, повернутым вокруг глобальной системы на  $60^\circ$

В третьем варианте ось балки направлена под углом  $45^\circ$  к глобальным осям **X** и **Y**. Направляющая опора задана в местной системе координат и работает по направлениям **X'** и **Y'**.

Таблица 8.1

Варианты задания опоры

Вариант, №	Модель	Описание
1a		<p>Жесткости опоры заданы в глобальной системе координат по осям <b>Y</b> и <b>Z</b></p>

<p><b>1b</b></p>	 <p>3D model of a beam with a yellow section and blue supports. A local coordinate system X' and Y' is shown. The beam is labeled with '400' and '500'.</p>	<p>Жесткости опоры заданы в местной системе координат по осям X' и Y'</p>
<p><b>2</b></p>	 <p>3D model of a beam with a yellow section and blue supports. A local coordinate system X'' and Y'' is shown. The beam is labeled with '400' and '500'.</p>	<p>Жесткости опоры заданы в местной системе координат по осям X'' и Y''</p>
<p><b>3</b></p>	 <p>3D model of a beam with a blue support. A local coordinate system X' and Y' is shown. The beam is labeled with '400' and '500'.</p>	<p>Ось балки повернута под углом 45° к осям X и Y. Жесткости опоры по осям X', Y'</p>

Масса стержня приведена к расчетным сечениям. Общее число степеней свободы схемы – 13 (не учитываются совпадающие по направлению с действием опоры), вычисляется 5 низших собственных частот расчетной схемы. Масса балки приведена во все расчетные сечения схемы. Динамическая модель показана на рис. 8.2.

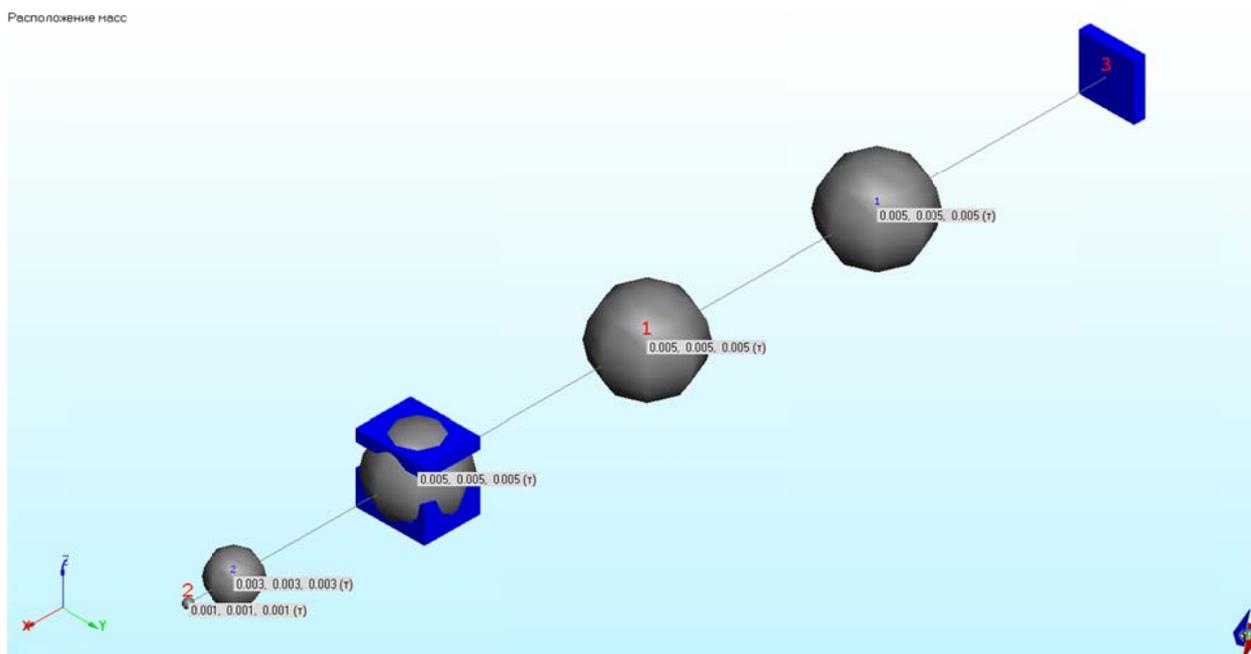


Рис. 8.2 Расчетная динамическая модель

#### 8.4 Результаты

Низшие собственные частоты для трех вариантов расположения опор в местной системе представлены в таблице 8.2. Расчет проводился блочным методом Ланцоша (блочность 1), с точностью 0.00005, частоты вычислены за 11 итераций. Для прямолинейных стержней кольцевого сечения (в частности, рассмотренного прямолинейного трубопровода) собственные частоты не должны зависеть от поворота осей опорной конструкции в плоскости сечения (вариант 1 и 2) и/или всего трубопровода относительно общей системы (варианты 2 и 3).

Таблица 8.2

## Расчетные собственные частоты. Сопоставление результатов

№	Собственные частоты, Гц					
	Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3	
	АСТРА-СВД	АСТРА-АЭС'2009	АСТРА-СВД	АСТРА-АЭС'2009	АСТРА-СВД	АСТРА-АЭС'2009
1	<b>189.62</b>	189.62	<b>189.62</b>	189.62	<b>189.62</b>	189.62
2	<b>189.62</b>	189.62	<b>189.62</b>	189.62	<b>189.62</b>	189.62
3	<b>377.45</b>	377.45	<b>377.45</b>	377.45	<b>377.45</b>	377.45
4	<b>377.45</b>	377.45	<b>377.45</b>	377.45	<b>377.45</b>	377.45
5	<b>752.61</b>	752.61	<b>752.61</b>	752.61	<b>752.61</b>	752.61

Данные таблицы 8.2 свидетельствуют о совпадении частот. Максимумы форм колебаний для этих вариантов расчета представлены в таблицах 8.3–8.5.

Таблица 8.3

## Вариант 1 (угол поворота опоры в местной системе координат 0°)

Собственные частоты и формы колебаний системы							
N частоты	Круговая частота (рад/с)	Частота (Гц)	Форма (максимальные значения)				
			Участок/Узел	Сеч.	Линейные		
					X1	X2	X3
1	1191.4	189.62	2		0.000	-1.000	-0.278
2	1191.4	189.62	2		0.000	-0.278	1.000
3	2371.6	377.45	2		0.000	1.000	0.055
4	2371.6	377.45	2		0.000	-0.055	1.000
5	4728.8	752.61	1-3	1	0.000	-0.203	-1.000

Таблица 8.4

## Вариант 2 (задан угол поворота опоры в местной системе координат 60°)

Собственные частоты и формы колебаний системы							
N частоты	Круговая частота (рад/с)	Частота (Гц)	Форма (максимальные значения)				
			Участок/Узел	Сеч.	Линейные		
					X1	X2	X3
1	1191.4	189.62	2		0.000	-1.000	-0.278
2	1191.4	189.62	2		0.000	-0.278	1.000
3	2371.6	377.45	2		0.000	1.000	0.055
4	2371.6	377.45	2		0.000	-0.055	1.000
5	4728.8	752.61	1-3	1	0.000	-0.203	-1.000

Таблица 8.5

Вариант 3 (балка развернута по отношению к осям X и Y на 45°)

Собственные частоты и формы колебаний системы							
N частоты	Круговая частота (рад/с)	Частота (Гц)	Форма (максимальные значения)				
			Участок/Узел	Сеч.	Линейные		
					X1	X2	X3
1	1191.4	189.62	2		1.000	-1.000	-0.016
2	1191.4	189.62	2		-0.008	0.008	-1.000
3	2371.6	377.45	2		1.000	-1.000	0.017
4	2371.6	377.45	2		-0.009	0.009	1.000
5	4728.8	752.61	1-3	1	-0.602	0.603	1.000

### 8.5 Литература

1. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009

**Пример 9. Собственные частоты стержня с поперечным сечением общего вида. Сопоставление с аналитическим решением<sup>9</sup>**

<b>Источник(и)</b>	1. Г.С.Писаренко, А.П.Яковлев, В.В.Матвеев. Справочник по сопротивлению материалов. Изд. “Наукова думка”. Киев. 1988 г. 2. И.М.Бабаков. Теория колебаний. Изд. 2. “Наука. Физмат”. 1965 3. АСТРА-АЭС’2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009
<b>Тип задачи</b>	Расчет собственных частот и форм
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>Стержень некольцевого сечения, прямая труба, мертвая опора (заделка)</i>
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST09V1(square, 20 masses).dat</a> <a href="#">TEST09V2(square, 20 masses, shear).dat</a> <a href="#">TEST09V3(square, 5 masses, shear).dat</a> <a href="#">TEST09V4(ring, 20 masses).dat</a> <a href="#">TEST09V5(ring, 5 masses).dat</a>

**9.1 Постановка задачи**

*Рассматривается консольная балка, требуется определить несколько первых собственных частот для случаев квадратного и кольцевого поперечных сечений (рис. 9.1–9.2), эквивалентных по изгибным моментам инерции.*

Провести сравнение с аналитическим решением [1,2] и с результатами, полученными по ранее аттестованной версии АСТРА-АЭС’2009 [3].

**9.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- длина балки  $L = 2.005$  м;
- поперечные сечения с равными изгибными моментами инерции  $J_{x,y} = 8.333 \cdot 10^{-6}$  м<sup>4</sup>:
  - а) квадрат со стороной 0.1 м, варианты без учета сдвига и с его учетом ( $\kappa = 1.2$ );
  - б) кольцевое сечение (трубка) наружный диаметр 0.150 м, толщина стенки 0.007281 м, полярный момент инерции  $J_p = 1.410 \cdot 10^{-5}$  м<sup>4</sup>.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 204990$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) одного из концов.

*Параметры нагрузки*

- погонная масса балки  $m = 0.24536$  т/м.

<sup>9</sup> Пример 9 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС’2009, 2009 г.

### 9.3 Расчетная модель

Консольная балка аппроксимируется двумя прямолинейными суперэлементами. Рассматриваются 2 варианта приведения массы балки в расчетные сечения. В первом (рис. 9.3) масса приведена в 5 точек, длины первых трех элементов (отрезков) 500 мм, длина элемента 3-4 300 мм, 4-5 200 мм; длина последнего элемента 5 мм. Общее число степеней свободы схемы 15, число вычисляемых собственных частот 5. Во втором варианте (рис. 9.4) масса стержня равномерно распределена в точки, отстоящие друг от друга на 200 мм. Общее число степеней свободы 60, количество вычисляемых собственных частот 9.

ПРЕПРОЦЕССОР

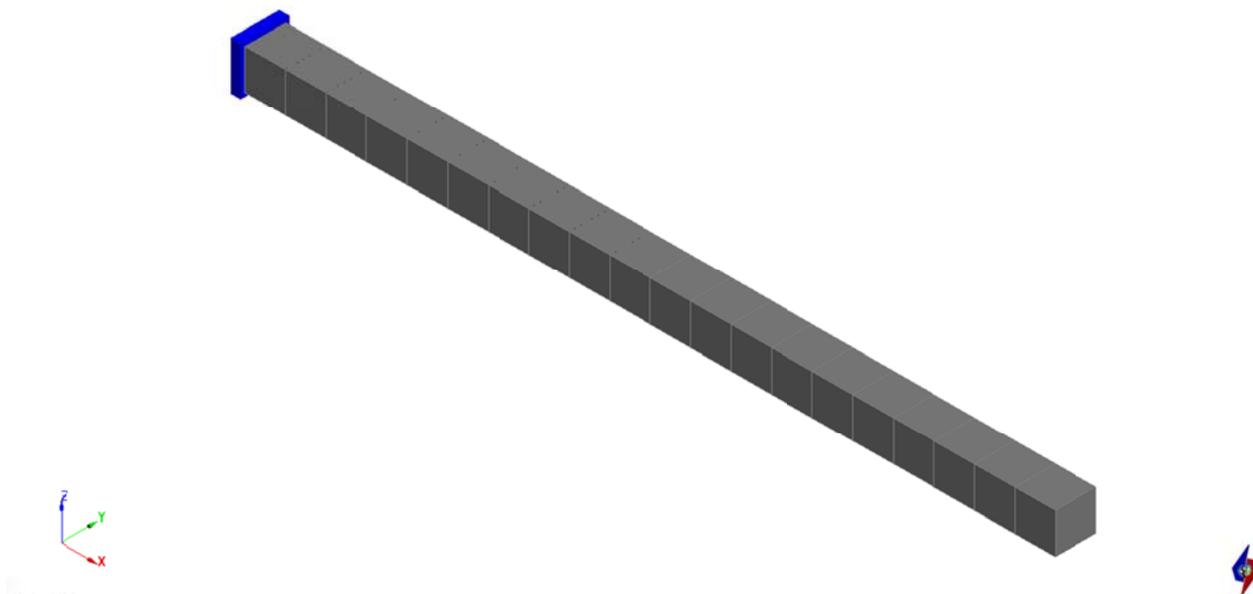


Рис.9.1 Расчетная АСТРА-модель. Квадратное сечение

ПРЕПРОЦЕССОР

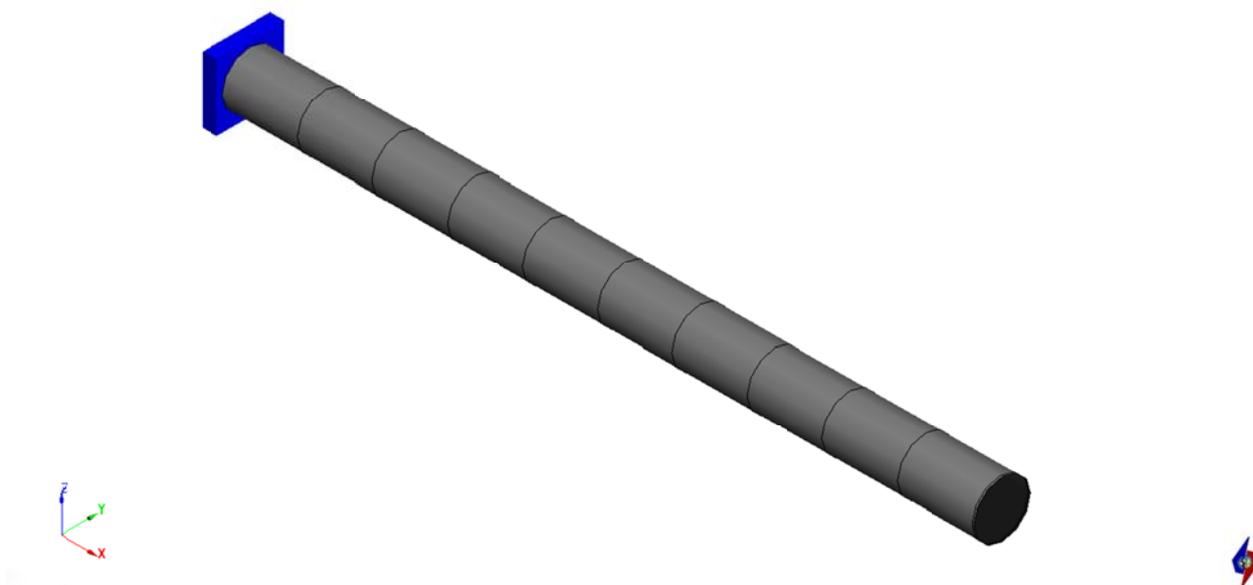
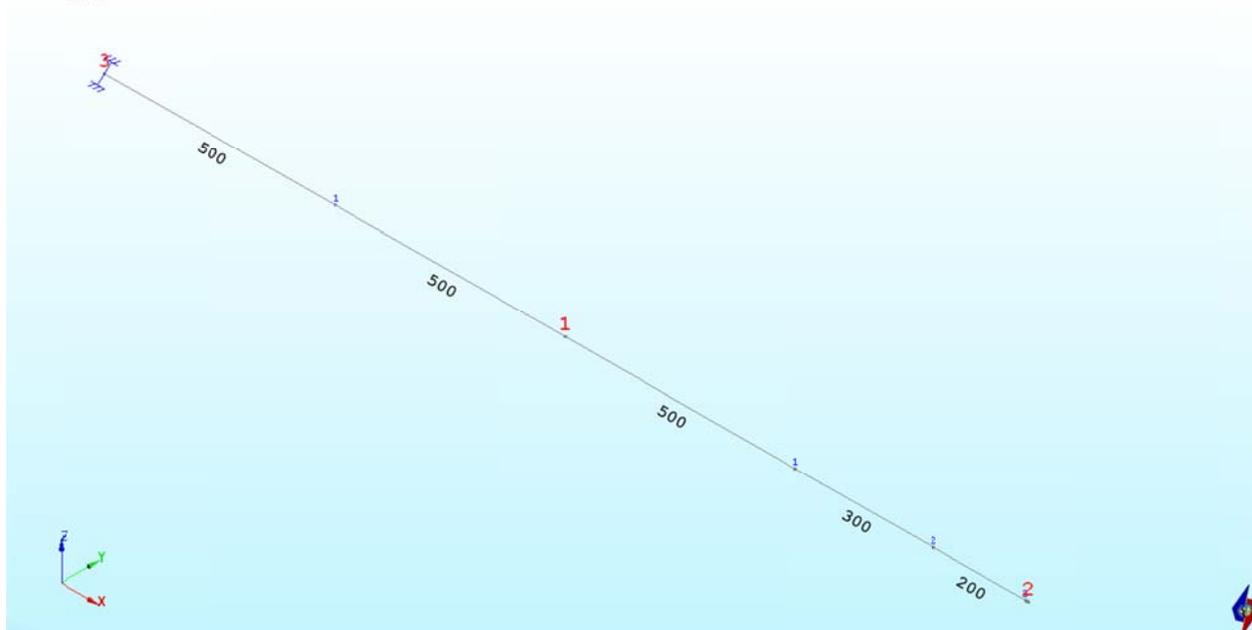


Рис. 9.2 Расчетная АСТРА-модель. Кольцевое сечение

ПРЕПРОЦЕССОР



Расположение масс

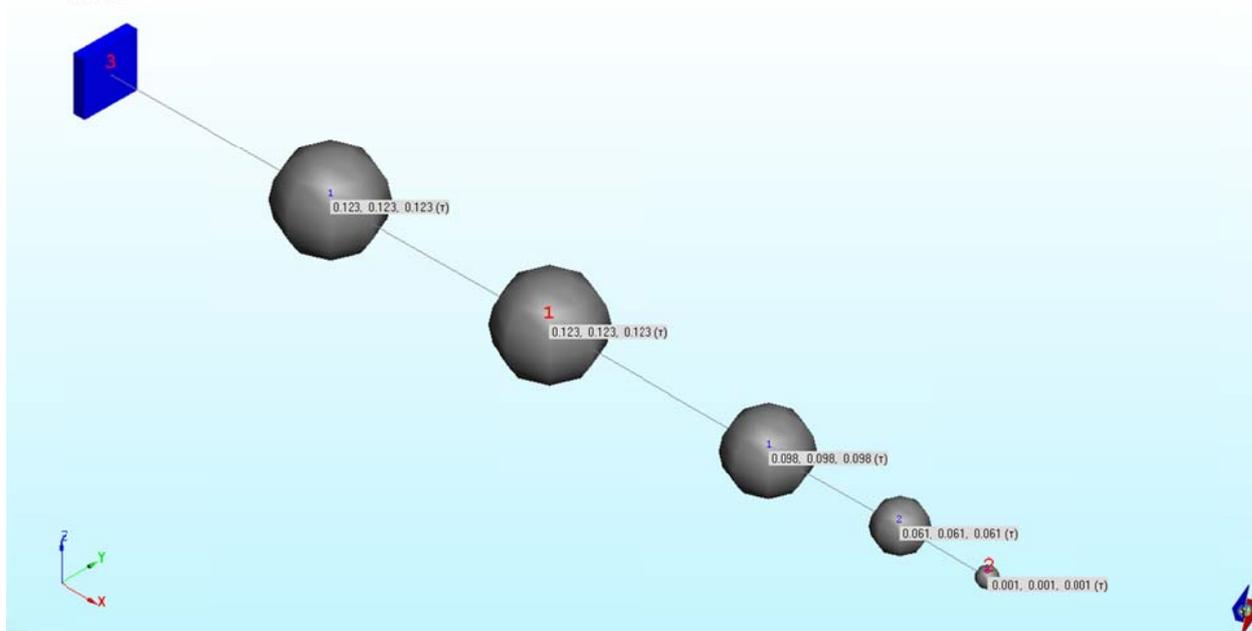


Рис. 9.3 Динамическая АСТРА-модель. Неравномерное расположение 5 масс

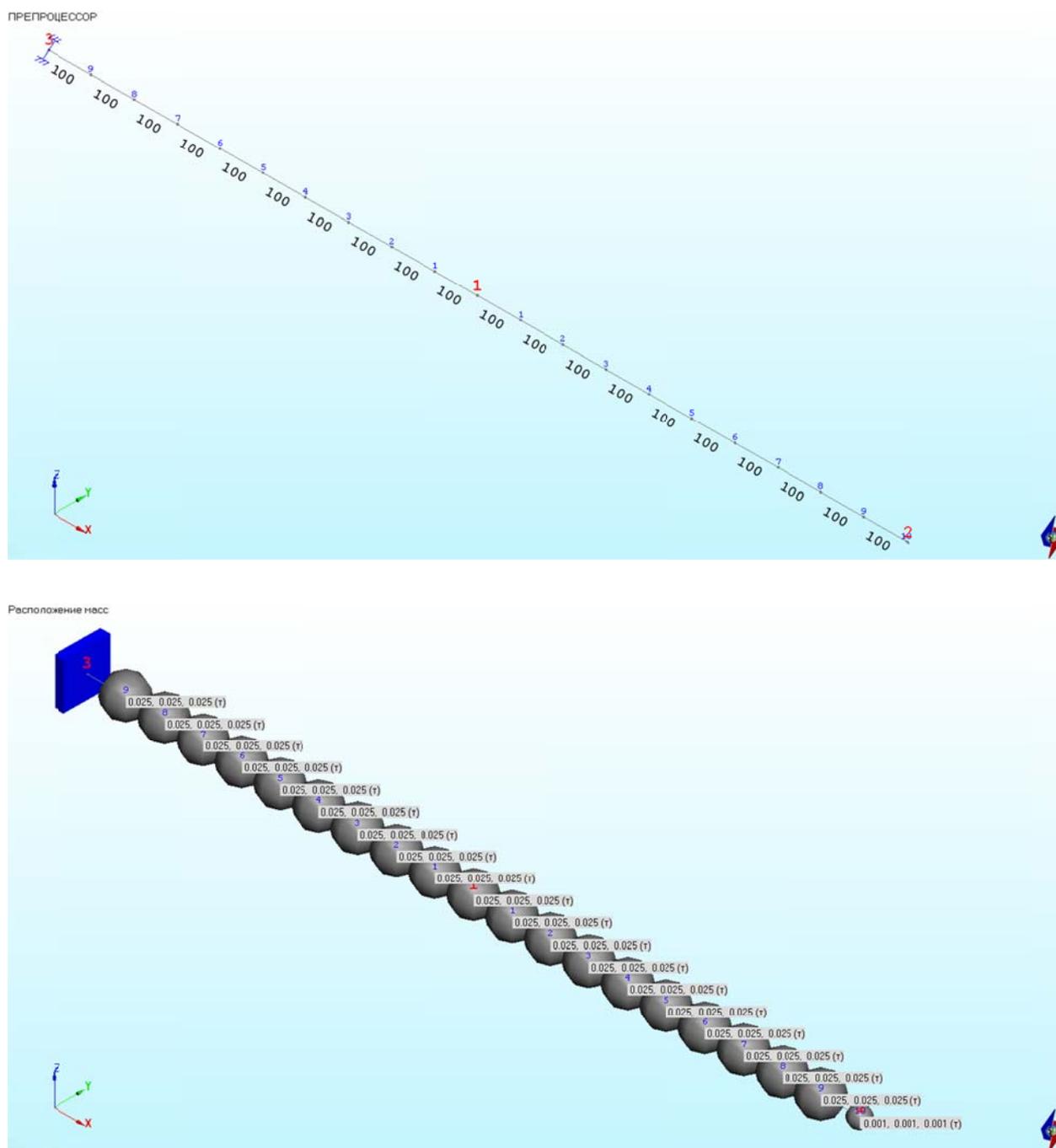


Рис. 9.4 Динамическая АСТРА-модель. Равномерное расположение 20 масс

## 9.4 Результаты

### 9.4.1 Аналитическое решение

Кратные собственные частоты изгибных колебаний балки вычисляются по формуле, приведенной в [1] на стр. 538

$$f_i = \frac{(K_i \cdot l)^2}{2\pi \cdot l^2} \cdot \sqrt{\frac{EJ}{m}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{N_i}{l}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{EJ}{m}}$$

где:

$N_i = K_i \cdot l$  – корень частотного уравнения;

$l$  – длина балки (м);

$E$  – модуль упругости (кПа);

$m = \rho F$  – погонная масса (т/м);

Для кратных изгибных частот с 1 по 4 значение  $N_i$  равно 1.875, 4.694, 7.855, 10.996 соответственно.

Вычисляем частоты:

$$f_1 = \frac{1}{2 \cdot 3.1416} \cdot \left(\frac{1.875}{2.005}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{204990 \cdot 10^6 \cdot 8.333 \cdot 10^{-6}}{245.36}} = 11.612 \text{ Гц}$$

$$f_2 = \frac{1}{2 \cdot 3.14} \cdot \left(\frac{4.694}{2.005}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{204990 \cdot 10^6 \cdot 8.333 \cdot 10^{-6}}{245.36}} = 72.777 \text{ Гц}$$

$$f_3 = \frac{1}{2 \cdot 3.14} \cdot \left(\frac{7.855}{2.005}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{204990 \cdot 10^6 \cdot 8.333 \cdot 10^{-6}}{245.364}} = 203.799 \text{ Гц}$$

$$f_4 = \frac{1}{2 \cdot 3.14} \cdot \left(\frac{10.966}{2.005}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{204990 \cdot 10^6 \cdot 8.333 \cdot 10^{-6}}{245.36}} = 397.196 \text{ Гц}$$

Для вычисления продольной частоты колебаний используется формула [2 на стр.254]:

$$P_i = \frac{\pi \cdot (2i - 1)}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{EF}{m}}$$

где  $F$  – площадь поперечного сечения (м<sup>2</sup>).

Для стержня квадратного сечения:

$$P_i = \frac{\pi}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{EF}{m}} = \frac{\pi}{2 \cdot 2.005} \cdot \sqrt{\frac{204990 \cdot 10^6 \cdot 0.01}{245.36}} = 2264.781 \text{ рад/с} = 360.404 \text{ Гц}$$

Для стержня кольцевого сечения:

$$P_i = \frac{\pi}{2 \cdot 2.005} \cdot \sqrt{\frac{204990 \cdot 10^6 \cdot 3.267 \cdot 10^{-3}}{245.36}} = 1294.431 \text{ рад/с} = 205.988 \text{ Гц}$$

где площадь поперечного сечения:

$$F = \frac{\pi}{4} \cdot (0.15^2 - (0.15 - 2 \cdot 0.007285)^2) = 3.267 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

#### 9.4.2 Методика расчета в АСТРА-СВД

Для решения частичной проблемы собственных значений в ПК АСТРА-СВД используется блочный метод Ланцоша с блочностью 2 и точностью вычисления высшей собственной частоты  $10^{-5}$ . Для балки квадратного сечения расчет проводился без учета и с учетом сдвига ( $k = 1.2$ ).

#### 9.4.3 Сопоставление результатов

В таблицах 9.1 и 9.2 приведены результаты аналитического решения [1, 2], численного решения в ПК АСТРА-СВД, а также результаты по ранее аттестованной версии ПС АСТРА-АЭС'2009[3].

Таблица. 9.1

Собственные частоты изгибных колебаний

№ п/п	Аналитическое решение [1]	Расчетные частоты									
		(20 масс), Гц									
		Сечение									
		Квадратное, сдвиг $k = 0$				Квадратное, сдвиг $k = 1.2$				Кольцевое	
		АСТРА-АЭС'2009 [3]	АСТРА-СВД		АСТРА-АЭС'2009 [3]	АСТРА-СВД		АСТРА-АЭС'2009 [3]	АСТРА-СВД		
значение	$\delta, \%$		значение	$\delta, \%$		значение	$\delta, \%$				
1	11.612	11.624	<b>11.601</b>	0.09	11.608	<b>11.584</b>	0.24	11.545	<b>11.514</b>	0.84	
2	11.612	11.624	<b>11.601</b>	0.09	11.608	<b>11.584</b>	0.24	11.545	<b>11.514</b>	0.84	
3	72.777	71.885	<b>72.504</b>	0.38	71.249	<b>71.758</b>	1.40	68.815	<b>68.914</b>	5.31	
4	72.777	71.885	<b>72.504</b>	0.38	71.249	<b>71.758</b>	1.40	68.815	<b>68.914</b>	5.31	
5	203.799	197.572	<b>202.516</b>	0.63	193.78	<b>197.642</b>	3.02	180.339	<b>180.824</b>	11.27	
6	203.799	197.572	<b>202.516</b>	0.63	193.78	<b>197.642</b>	3.02	180.339	<b>180.824</b>	11.27	
7	397.196	380.748	<b>395.863</b>	0.34	368.096	<b>378.662</b>	4.67	326.625	<b>326.295</b>	17.85	
8	397.196	380.748	<b>395.863</b>	0.34	368.096	<b>378.662</b>	4.67	326.625	<b>326.295</b>	17.85	

№ п/п	Аналитическое решение[1]	Расчетные частоты					
		(5 масс), Гц					
		Сечение					
		квадрат, сдвиг = 1.2			Кольцевое		
		АСТРА-АЭС'2009 [3]	АСТРА-СВД		АСТРА-АЭС'2009 [3]	АСТРА-СВД	
значение	$\delta, \%$		значение	$\delta, \%$			
1	11.612	11.619	<b>11.359</b>	2.18	11.44	<b>11.292</b>	2.76
2	11.612	11.619	<b>11.359</b>	2.18	11.44	<b>11.292</b>	2.76
3	72.777	72.822	<b>70.893</b>	2.59	67.489	<b>67.924</b>	6.67
4	72.777	72.822	<b>70.893</b>	2.59	67.489	<b>67.924</b>	6.67
5	203.799	203.924	<b>192.898</b>	5.35	175.328	<b>174.422</b>	14.41

Таблица 9.2

## Первые собственные частоты продольных колебаний (20 масс)

Аналитическое решение [2]		Расчетные частоты, Гц					
квадратное сечение	кольцевое сечение	квадратное сечение			кольцевое сечение		
		АСТРА-АЭС'2009 [3]	АСТРА-СВД		АСТРА-АЭС'2009 [3]	АСТРА-СВД	
			значение	$\delta$ , %		значение	$\delta$ , %
360.404	205.988	360.00	<b>360.31</b>	0.03	206.456	<b>205.868</b>	0.06

\*  $\delta$  – отличие численного решения по ПК АСТРА-СВД от аналитического решения

Показана сходимость решения при увеличении числа динамических степеней свободы.

При сопоставлении с аналитическим решением в качестве критериальных использовались значения собственных частот для балки квадратного сечения с 20-ю массами без учета сдвига. Максимальное расхождение составило 0.63% (по низшим частотам – 0.09%), что можно считать приемлемым результатом.

Максимальное различие с ранее верифицированной версией программы – 0.27% по низшим частотам, 3.97% – по высшим (сопоставление проводилось для моделей с 20-ю массами).

Кольцевое сечение для корректного сравнения использовать нельзя, поскольку для него по умолчанию в ПК АСТРА-СВД учитывается влияние деформаций сдвига при изгибе. В подтверждение этого был проведен расчет для балки кольцевого сечения в два раза более длинной. Результаты представлены в таблице 9.3.

Таблица 9.3

Собственные частоты изгибных колебаний «длинной» балки кольцевого сечения (длина  $l = 4$  м, 40 масс)

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8
Аналитическое решение [1]	2.903	2.903	18.194	18.194	50.950	50.95	99.299	99.299
АСТРА-СВД	2.897	2.897	17.941	17.941	49.323	49.323	94.219	95.219
$\delta$ , %	0.21	0.21	1.39	1.39	3.19	3.19	5.12	5.12

## 9.5 Литература

1. Г.С.Писаренко, А.П.Яковлев, В.В.Матвеев. Справочник по сопротивлению материалов. Изд. “Наукова думка”. Киев. 1988 г.
2. И.М.Бабаков. Теория колебаний. Изд. 2. “Наука. Физмат”. 1965
3. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009

### Пример 10. Собственные частоты пространственного криволинейного стержня. Сопоставление с аналитическим решением<sup>10</sup>

<b>Источник(и)</b>	1. Вибрация в технике. Т.З. Колебания машин, конструкций и их элементов/ред. Ф.М.Диментберга, К.С.Колесникова/. М., “Машиностроение”, 1980. 2. АСТРА-АЭС’2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009
<b>Тип задачи</b>	Расчет собственных частот и форм
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	Прямая труба, отвод (гиб, колено), мертвая опора (заделка), неподвижная опора (шарнир)
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST10V1.dat</a> – вариант со свободным концом <a href="#">TEST10V2.dat</a> – вариант с шарнирным опиранием <a href="#">TEST10V3.dat</a> – вариант с заделкой

#### 10.1 Постановка задачи

Рассматривается криволинейный пространственный стержень, описанный в примере 2 стр.27 тома 3 Справочника “Вибрации в технике”[1] и представленный на рис. 10.1.

Требуется сопоставить значения собственных частот колебаний, вычисленных по комплексу АСТРА-АЭС, и рассчитанных по методу прямой прогонки для точных уравнений криволинейного стержня [1].

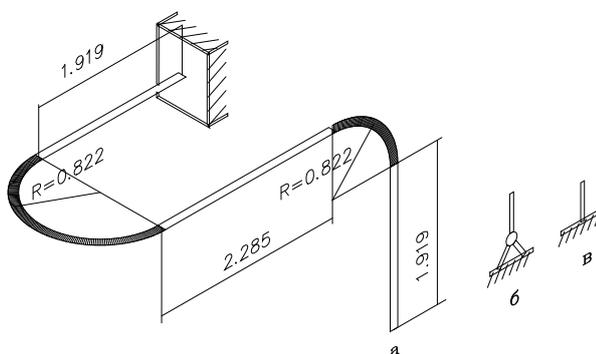


Рис. 10.1 Расчетная схема задачи: криволинейный пространственный стержень

#### 10.2 Исходные данные

##### Геометрические характеристики

- геометрия осевой линии трубопровода представлена на рис. 10.1 (радиус гибов составляет 0.822 м);
- поперечное сечение - кольцо с наружным диаметром 15 мм и толщиной стенки 0.7 мм;
- осевые моменты инерции сечения  $J_x = J_y = 8.054 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4$ .

##### Физико-механические характеристики

- модуль упругости  $E = 204990 \text{ МПа}$ ;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- погонная масса стержня  $Q = \rho \cdot F = 2.4536 \text{ кг/м}$ .

<sup>10</sup> Пример 10 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС’2009, 2009 г.

*Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) на одном конце;
- три варианта граничных условий для второго конца:
  - свободный край (консоль);
  - шарнирное опирание;
  - заделка.

**10.3 Расчетная модель**

Расчетная схема состоит из одного суперэлемента (участка) (рис. 10.2–10.4). Масса стержня распределена во все расчетные сечения, включая характерные точки гибов. Общая длина стержня составляет 10 м. Общее число динамических степеней свободы схемы – 130. Число сопоставляемых частот – 5. Динамическая модель представлена на рис. 10.5.

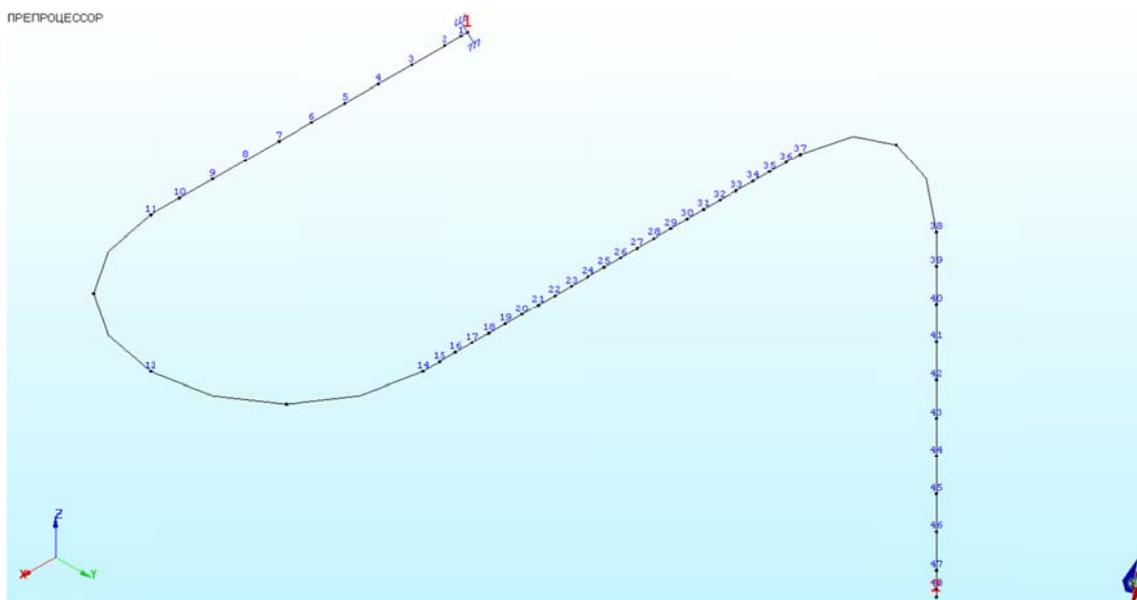


Рис. 10.2 Расчетная АСТРА-модель. Варианты граничных условий. Свободный край

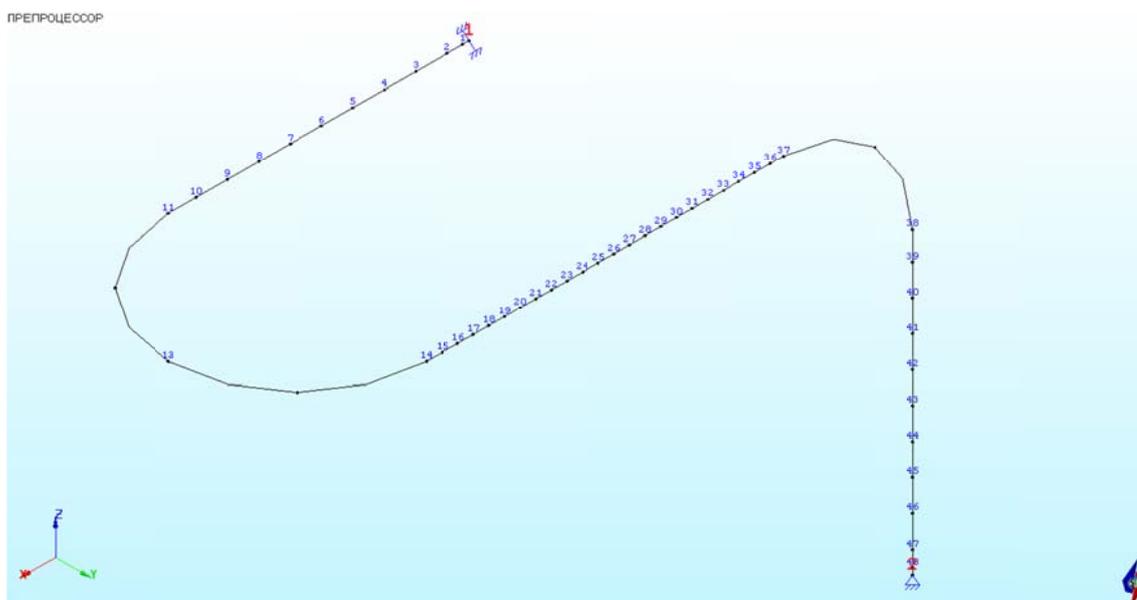


Рис. 10.3 Расчетная АСТРА-модель. Варианты граничных условий. Шарнирное опирание

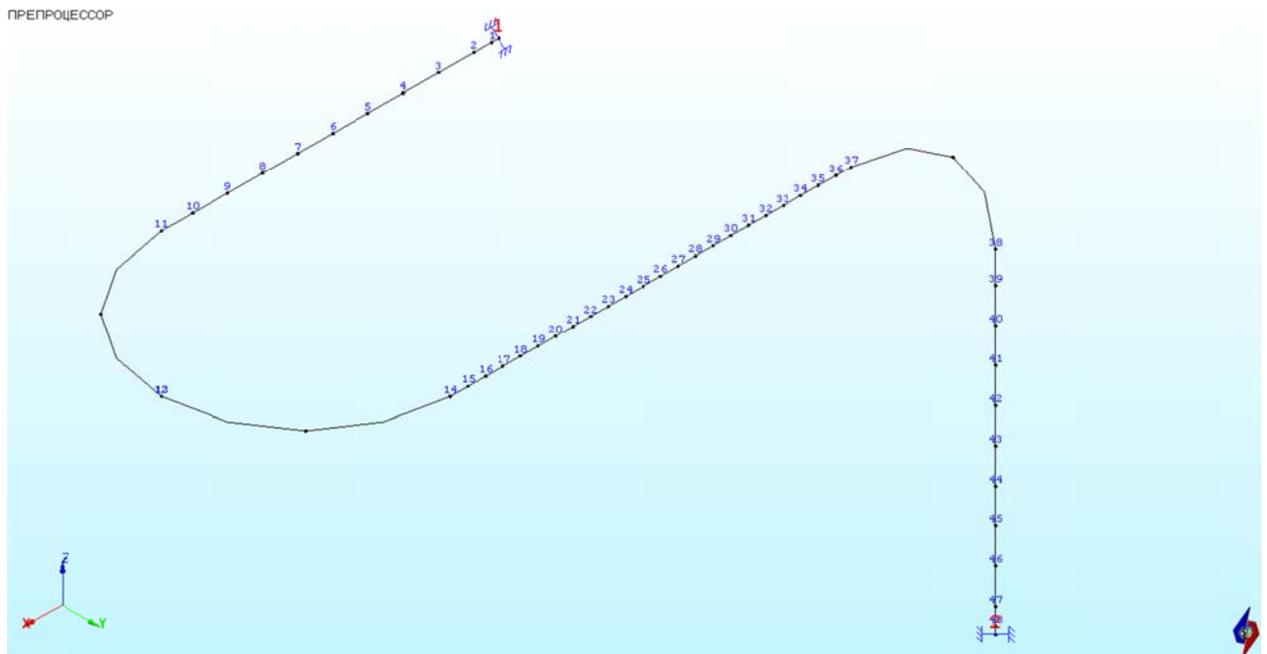


Рис. 10.4 Расчетная АСТРА-модель. Варианты граничных условий. Жесткая заделка

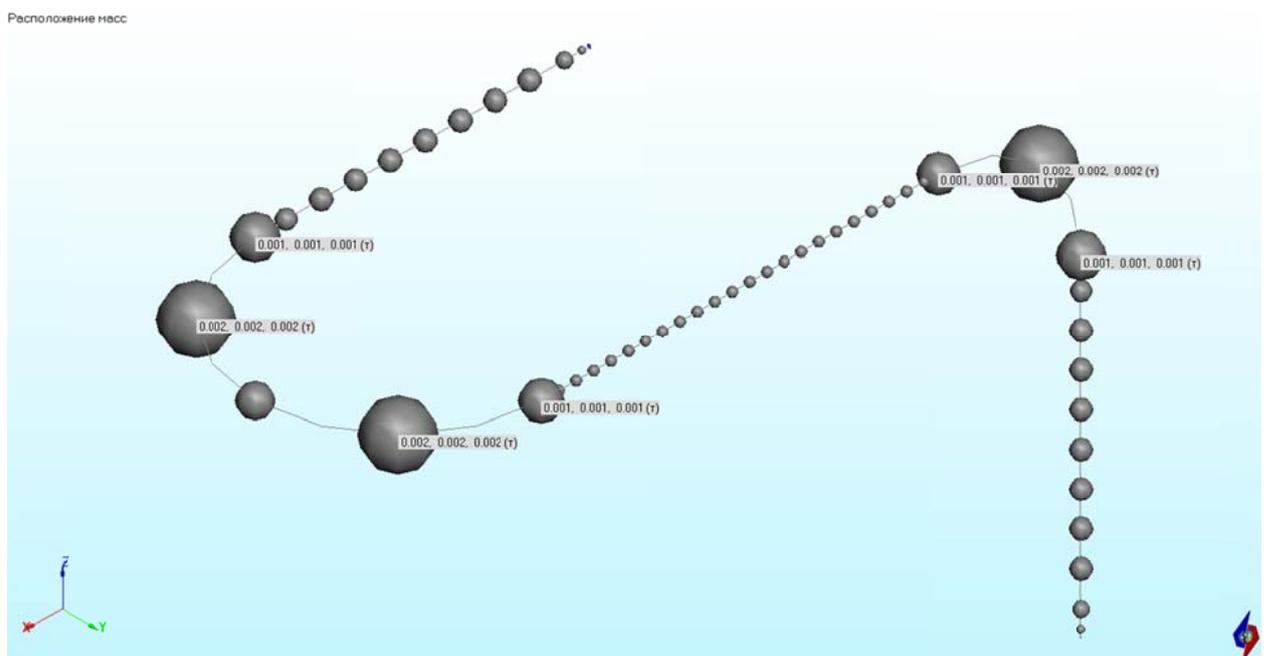


Рис. 10.5. Динамическая модель криволинейного стержня

## 10.4 Результаты

### 10.4.1 Аналитическое решение

Аналитическое решение для свободных колебаний криволинейных стержней могут быть получены лишь в тех случаях, когда уравнения сводятся к системе дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Таких случаев три: прямой стержень, круговое кольцо и цилиндрическая спираль, причем, два первых являются частными случаями третьего.

Наиболее простым и одновременно наиболее точным является прямой метод численного интегрирования уравнения с последующим определением собственных частот и форм колебаний. После нахождения корня вычисляют собственную частоту по формуле:

$$\omega_i = \frac{\alpha_i^2}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}}, \quad (i = 1, 2, \dots)$$

где:

$\omega_i$  – собственная круговая частота;

$\alpha_i$  – корень уравнения;

$L$  – длина стержня;

$\rho$  – плотность материала;

$F$  – площадь поперечного сечения.

В примере, описанном в [1], параметры расчётной схемы и результаты вычислений приняты в безразмерном виде. Поэтому для сравнения их с размерными собственными частотами (рад/с), полученными при расчете по комплексу АСТРА-СВД, использовался коэффициент приведения  $K$ , учитывающий реальные (фактические) размеры расчётной схемы.

$$K = \frac{\sqrt{\frac{EJ}{Q}}}{L^2} = \frac{\sqrt{\frac{204990 \cdot 10^6 \cdot 8.054 \cdot 10^{-10}}{2.45}}}{100} = 0.0821$$

где:

$L = 10$  м – общая длина;

$E = 204990$  МПа – модуль упругости;

$J = 8.054 \cdot 10^{-4}$  м<sup>4</sup> – момент инерции;

$Q = 2.4536$  кг/м – масса единицы длины (погонная масса).

#### 10.4.2 Численное решение в АСТРА-СВД

Для решения частичной проблемы собственных значений (определения первых 5 собственных частот заданного криволинейного стержня) в программном комплексе АСТРА-СВД применялся блочный метод Ланцоша (блочность 2). При этом требуемая точность определения частот ( $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-6}$ ) была достигнута за 7 итераций.

#### 10.4.3 Сопоставление результатов

Сравнение результатов численного решения в ПК АСТРА-СВД и аналитического решения [1] проводится в таблице 10.1, сравнение с ранее аттестованной версией программы АСТРА-АЭС'2009 [2] – в таблице 10.2.

Таблица 10.1

Сравнение результатов численного и аналитического решений

№ ча- стоты	Свободный конец			Шарнирное опирание			Заделка		
	[1]	<i>АСТРА-СВД</i>	$\delta$ , %	[1]	<i>АСТРА-СВД</i>	$\delta$ , %	[1]	<i>АСТРА-СВД</i>	$\delta$ , %
1	0.4753	<b>0.4767</b>	0.29	1.0103	<b>1.0119</b>	0.16	1.731	<b>1.7426</b>	0.67
2	0.5168	<b>0.5179</b>	0.21	1.6907	<b>1.7043</b>	0.80	2.359	<b>2.3762</b>	0.73
3	1.2620	<b>1.2657</b>	0.29	2.1505	<b>2.1708</b>	0.94	2.952	<b>2.9653</b>	0.45
4	1.3627	<b>1.3630</b>	0.02	4.4970	<b>4.4891</b>	0.18	5.578	<b>5.6218</b>	0.79
5	2.0810	<b>2.0946</b>	0.65	5.8970	<b>5.8134</b>	1.42	6.230	<b>6.1471</b>	1.33

Таблица 10.2

Сравнение с ранее аттестованной версией программы

№ ча- стоты	Свободный конец			Шарнирное опирание			Заделка		
	<i>АСТРА-СВД</i>	АСТ-РА-АЭС'2009 [2]	$\delta$ , %	<i>АСТРА-СВД</i>	АСТ-РА-АЭС'2009 [2]	$\delta$ , %	<i>АСТРА-СВД</i>	АСТ-РА-АЭС'2009 [2]	$\delta$ , %
1	<b>0.4767</b>	0.4768	0.02	<b>1.0119</b>	1.0207	0.86	<b>1.7426</b>	1.7430	0.02
2	<b>0.5179</b>	0.5180	0.02	<b>1.7043</b>	1.7108	0.38	<b>2.3762</b>	2.3768	0.03
3	<b>1.2657</b>	1.2660	0.02	<b>2.1708</b>	2.1806	0.45	<b>2.9653</b>	2.9661	0.03
4	<b>1.363</b>	1.3633	0.02	<b>4.4891</b>	4.5072	0.40	<b>5.6218</b>	5.6232	0.02
5	<b>2.0946</b>	2.0953	0.03	<b>5.8134</b>	5.8324	0.33	<b>6.1471</b>	6.1486	0.02

Максимальное относительное различие решений (численного по ПК АСТРА-СВД и приведенного в источнике [1]) составило 1.42% (на высших частотах), что свидетельствует о достаточной разрешающей способности алгоритма, заложенного в АСТРА-СВД.

Различие по результатам с ранее аттестованной версией АСТРА-АЭС'2009 не превышает 0.86%.

### 10.5. Литература

1. Вибрация в технике. Т.3. Колебания машин, конструкций и их элементов/ред. Ф.М.Диментберга, К.С.Колесникова/. М., "Машиностроение", 1980.
2. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009

**Пример 11. Вынужденные установившиеся колебания консольного стержня (АСТРА-ВИБР). Сопоставление с аналитическим решением<sup>11</sup>**

<b>Источник(и)</b>	1. И.А.Биргер и Я.Г.Пановко. Справочник “Прочность. Устойчивость. Колебания”. Том 3. М., Машиностроение, 1968 г. 2. АСТРА-АЭС’2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009
<b>Тип задачи</b>	Вибрационный расчет (АСТРА-ВИБР)
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	Прямая труба, мертвая опора (заделка)
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST11.dat</a>

**11.1 Постановка задачи**

Рассматривается прямолинейный пространственный стержень, описанный в примере 11 стр.316 тома 3 Справочника [1] и рассмотренный ранее в примере 9 (рис. 11.1), под воздействием поперечной гармонической силы на консольном конце.

Требуется получить значения амплитуды виброперемещений точки нагружения периодической силой  $P$  для трех значений возмущающей частоты по программному комплексу АСТРА-СВД (программа АСТРА-ВИБР’2016). Первая частота ( $\theta = 10$  Гц) взята в дорезонансной области (см. таблицу 9.1), вторая ( $\theta = 15$  Гц) – в “близкой”, третья ( $\theta = 20$  Гц) – в “далекой” резонансной области.

Провести сравнение с аналитическим решением [1] и ранее аттестованной версией программы АСТРА-АЭС’2009[2].



Рис. 11.1 Консоль, нагруженная периодической силой  $P$

**11.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- длина стержня  $l = 2$  м
- поперечное сечение - кольцо с наружным диаметром 150 мм и толщиной стенки 7.3 мм.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 204990$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- осевые моменты инерции сечения  $J_x = J_y = 8.333 \cdot 10^{-6}$  м<sup>4</sup>.

<sup>11</sup> Пример 11 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС’2009, 2009 г.

*Граничные условия (опоры)*

- заземление (заделка) одного из концов.

*Параметры нагрузки*

- $P_z = 100$  кН – амплитуда возмущающей силы;
- $\theta = 10, 15$  и  $20$  Гц – возмущающие частоты;
- $m = 245.36$  кг/м – погонная масса стержня;
- $\delta = 0$  – декремент колебаний.

**11.3 Расчетная модель**

Расчетная схема состоит из двух прямолинейных суперэлементов (участков), лежащих в горизонтальной плоскости и ориентированных по направлению глобальной оси X. Масса стержня распределена во все расчетные сечения.



Рис. 11.2 Расчетная АСТРА-модель

**11.4 Результаты**

*11.4.1 Аналитическое решение*

Аналитическое решение для вынужденных колебаний консольно закрепленного стержня представлено в [1] на стр. 316. В ходе аналитического решения определяется прогиб свободного конца консольной балки при действии на него возмущающей силы  $P_z \cdot \sin \theta t$ .

$$Z = \frac{P_z}{\alpha^3 EJ} \cdot \frac{U(\alpha l) \cdot T(\alpha l) - V(\alpha l) \cdot S(\alpha l)}{T(\alpha l) \cdot V(\alpha l) - S^2(\alpha l)}$$

где:

$P_z$  – возмущающая поперечная сила;

$l$  – длина балки;

$E$  – модуль упругости;

$J$  – момент инерции сечения;

$U, T, V, S(\alpha l)$  – функции Крылова.

Параметр  $\alpha$  вычисляется по формуле ([1], стр. 294):

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{m\theta^2}{EJ}}$$

где:

$\theta$  – частота возмущающей силы(рад/с);

$m$  – погонная масса стержня.

$$\alpha(\theta_1) = 0.868 ;$$

$$\alpha(\theta_2) = 1.063 ;$$

$$\alpha(\theta_3) = 1.227 .$$

Зная параметр  $\alpha$  можно вычислить  $Z$ :

$$Z(\theta_1) = 0.5742 \text{ м};$$

$$Z(\theta_2) = 0.2279 \text{ м};$$

$$Z(\theta_3) = 0.0734 \text{ м}.$$

#### 11.4.2 Численное решение в АСТРА-СВД

При расчете учитывались 10 низших форм собственных колебаний (см. пример 9). Для каждой из трех заданных частот вынуждающей силы, были определены амплитуды перемещений консольного конца стержня.

#### 11.4.3 Сопоставление результатов

Таблица 11.1

Сравнение результатов

Вариант	$U_z, \text{ м}$		
	$\theta = 10 \text{ Гц}$	$\theta = 15 \text{ Гц}$	$\theta = 20 \text{ Гц}$
Теория[1]	0.574	0.228	0.073
<i>АСТРА-СВД</i>	<b>0.640</b>	<b>0.211</b>	<b>0.070</b>
АСТРА-АЭС'2009[2]	0.641	0.211	0.070
$\delta, \%$ (расчет vs теория)	12.02	7.02	4.11

Максимальное расхождение численного решения по АСТРА-СВД и аналитического [1] составило 12,02%. Отличие от результатов по ранее аттестованной версии АСТРА-АЭС'2009 не превышает 0,16%.

### **11.5 Литература**

1. И.А.Биргер и Я.Г.Пановко. Справочник “Прочность. Устойчивость. Колебания”. Том 3. М., Машиностроение, 1968 г.
2. АСТРА-АЭС’2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009.

## Пример 12. Вынужденные неустановившиеся колебания консольного стержня. Сопоставление с другими программами<sup>12</sup>

<b>Источник(и)</b>	1. И.А.Биргер и Я.Г.Пановко. Справочник “Прочность. Устойчивость. Колебания”. Том 3. М., Машиностроение, 1968 г. 2. ANSYS 11. Verification manual. 2007 3. АСТРА-АЭС’2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009.
<b>Тип задачи</b>	Динамический анализ на неустановившиеся воздействия
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	Прямая труба, мертвая опора (заделка)
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST12.dat</a>

### 12.1 Постановка задачи

Рассматривается прямолинейный пространственный стержень, описанный в [1, стр 316, пример 11] и представленный на рис. 12.1 (см. примеры 9 и 11).

Требуется провести сопоставление графиков неустановившихся изгибных колебаний консольного конца под действием периодической силы  $P$  по времени, рассчитанных по комплексам программ АСТРА-СВД (программа АСТРА-ДИН) и ANSYS [2].



Рис. 12.1 Расчетная схема задачи: консольный стержень

### 12.2 Исходные данные

#### Геометрические характеристики

- длина консольной прямолинейной трубы – 2 м (участка 1-3 1 м, участка 1-2 1 м);
- поперечное сечение - кольцо с наружным диаметром 150 мм и толщиной стенки 7,3 мм.

#### Физико-механические характеристики

- модуль упругости  $E = 204990$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- осевые моменты инерции  $J_x = J_y = 8.332 \cdot 10^{-6}$  м<sup>4</sup>;
- погонная масса стержня  $m = 245.36$  кг/м;
- логарифмические декременты колебания  $\delta = 0, 0.125, 1.25$ ;
- коэффициенты, учитывающие форму поперечного сечения при сдвиге  $k = 1.2, 0$ ;
- $\Delta t = 0.01$ с – шаг интегрирования по времени (схема Дюамеля - по АСТРА-СВД).

<sup>12</sup> Пример 12 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС’2009, 2009 г.

*Граничные условия (опоры)*

- заземление (заделка) одного из концов.

*Параметры нагрузки*

- амплитуда возмущающей силы  $P_z = 100$  кН;
- возмущающая частота  $\theta = 20$  Гц.

### 12.3 Расчетная модель

Консольная балка аппроксимируется двумя прямолинейными участками (суперэлементами), каждый из которых состоит из 5-ти отрезков равной длины (рис. 12.2–12.3). Динамическая модель включает 33 динамических степени свободы и представлена на рис. 12.4.

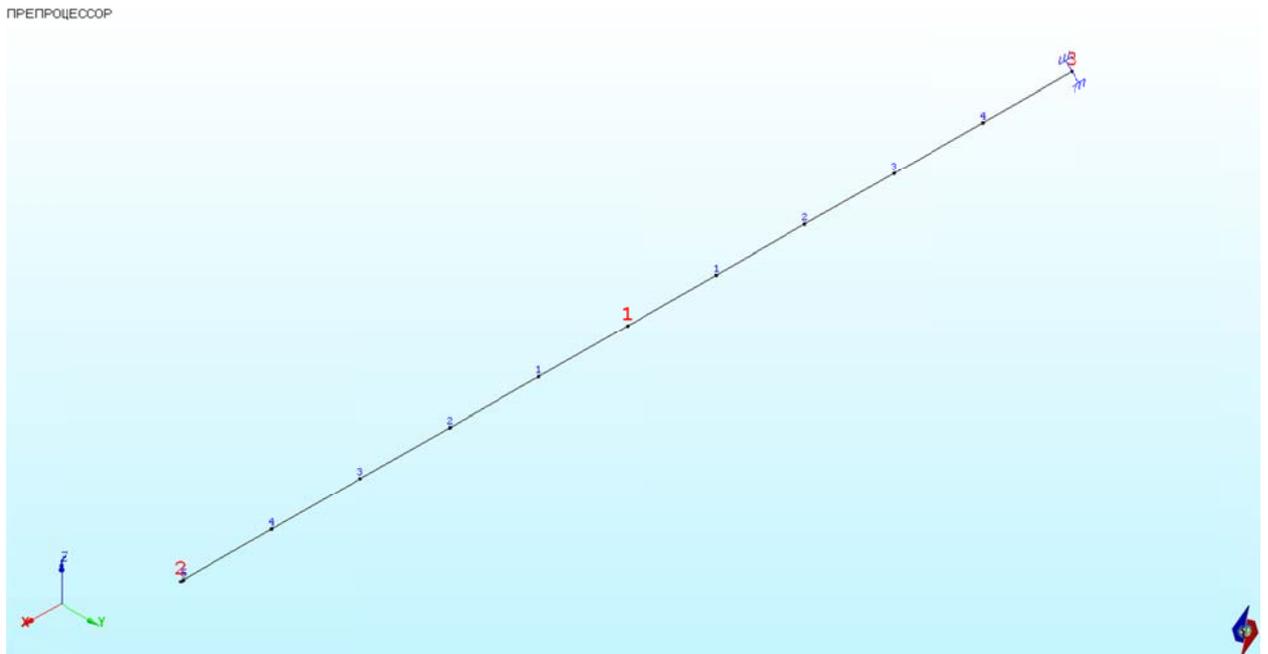


Рис.12.2 Расчетная АСТРА-модель. Осевое представление

ПРЕПРОЦЕССОР

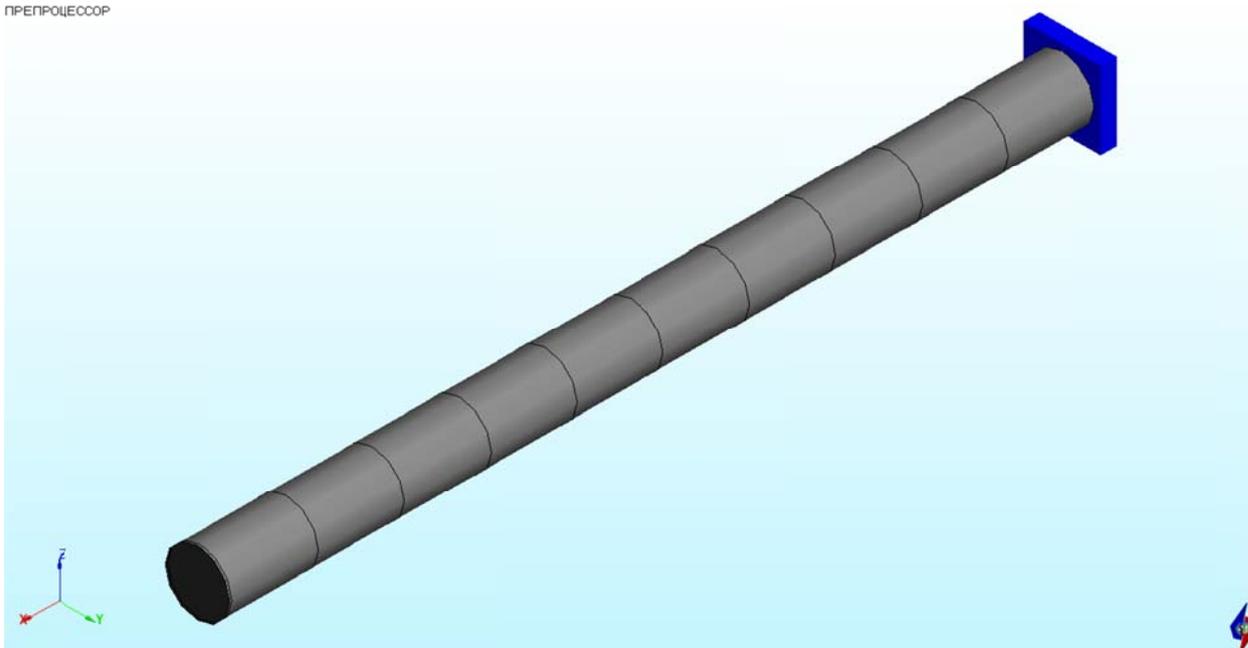


Рис. 12.3 Расчетная АСТРА-модель. Объемное (твердотельное) представление

Расположение масс

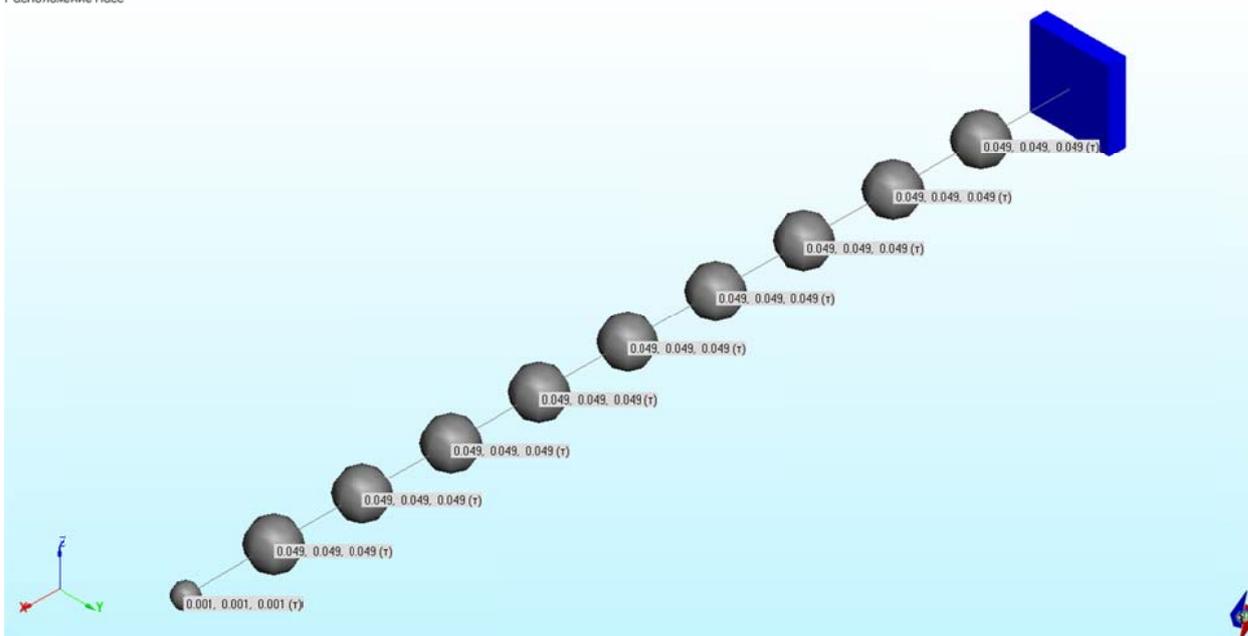


Рис. 12.4 Динамическая модель

### 12.4 Методика расчета

В ПК *АСТРА-СВД* расчет неустановившихся колебаний проводился методом разложения по формам собственных колебаний (учитывалось 10 собственных форм). Интегрирование уравнений движения выполнялось по схеме Дюамеля. Были рассмотрены три варианта модели с различным демпфированием (логарифмические декременты колебаний 0, 0.125, 1.25).

## 12.4 Результаты

На рис. 12.5–12.7 представлены графики зависимостей перемещения консольного конца стержня от времени, полученные в программных комплексах *АСТРА-СВД* и ANSYS для трех значений логарифмического декремента колебаний. Отметим достаточную близость полученных результатов (различия в точках максимума составили 2.55%, 1.94%, 4.53% для декрементов 0, 0.125, 1.25 соответственно), что позволяет судить об адекватности и достаточной разрешающей способности алгоритма расчета неустановившихся динамических процессов, заложенного в ПК *АСТРА-СВД*.

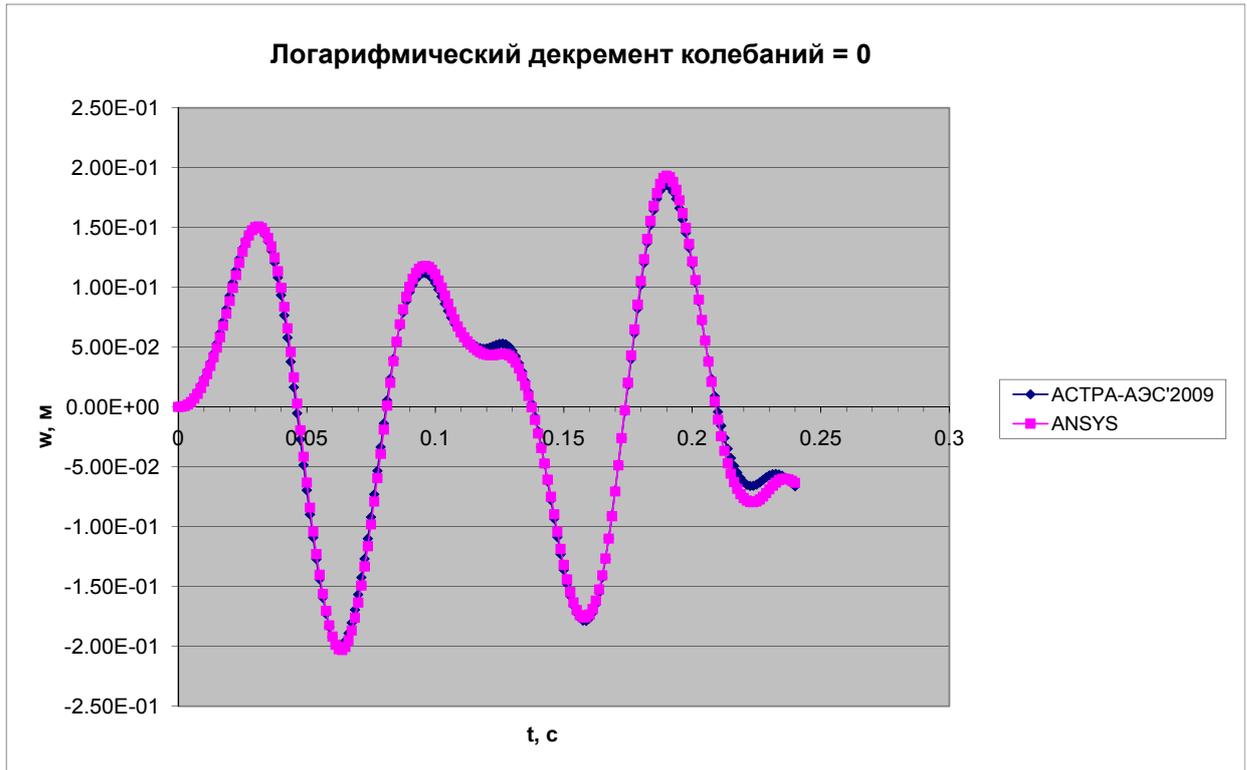


Рис. 12.5 Динамические перемещения при декременте  $\delta = 0$

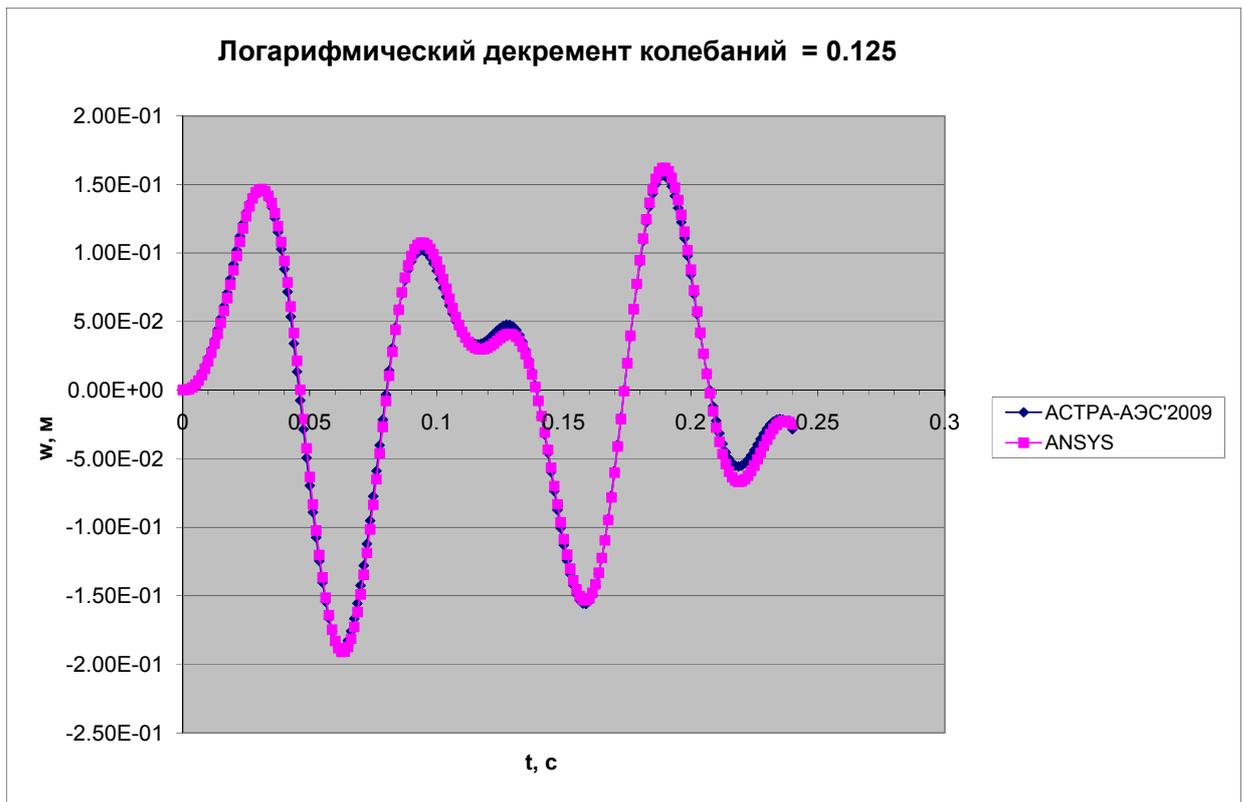


Рис. 12.6 Динамические перемещения при декременте  $\delta = 0.125$

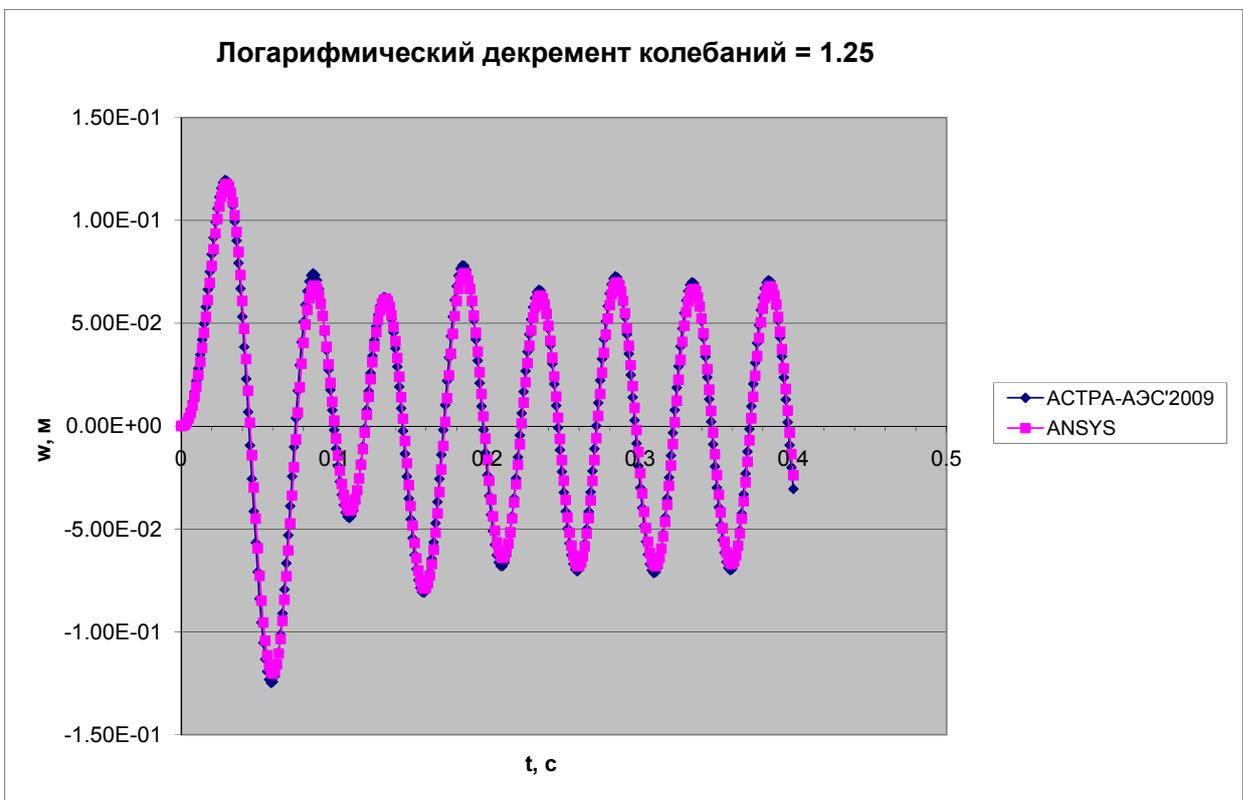


Рис. 12.7 Динамические перемещения при декременте  $\delta = 1.25$

Результаты по АСТРА-СВД полностью идентичны ( $\delta = 0$ ) результатам по ранее аттестованной версии АСТРА-АЭС'2009 [3].

### **12.5 Литература**

1. И.А.Биргер и Я.Г.Пановко. Справочник “Прочность. Устойчивость. Колебания”. Том 3. М., Машиностроение, 1968 г.
2. ANSYS 11. Verification manual. 2007.
3. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009.

**Пример 13. Расчет собственных частот и форм разветвленной пространственной трубопроводной системы АЭС с РБМК (подвода и сброса пара за ГПК)<sup>13</sup>**

<b>Источник(и)</b>	1. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009 2. Программный комплекс "Рампа-93", Аттестационный Паспорт ПС N 183 от 28.10.2004
<b>Тип задачи</b>	Расчет собственных частот и форм
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>Прямая труба, отвод (гиб, колено), тройник, пружинная подвеска, мертвая опора (заделка), опора общего вида</i>
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST13V1(135).dat</a> <a href="#">TEST13V2(345).dat</a> <a href="#">TEST13V3(345).dat</a>

**13.1 Постановка задачи**

Требуется провести расчет собственных частот и форм трубопроводной системы подвода и сброса пара за ГПК (Смоленская АЭС).

Провести сравнение с результатами по ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС'2009[1], а также полученными по ПК РАМПА[2].

**13.2 Исходные данные**

Во входном файле [TEST13V1\(135\).dat](#)

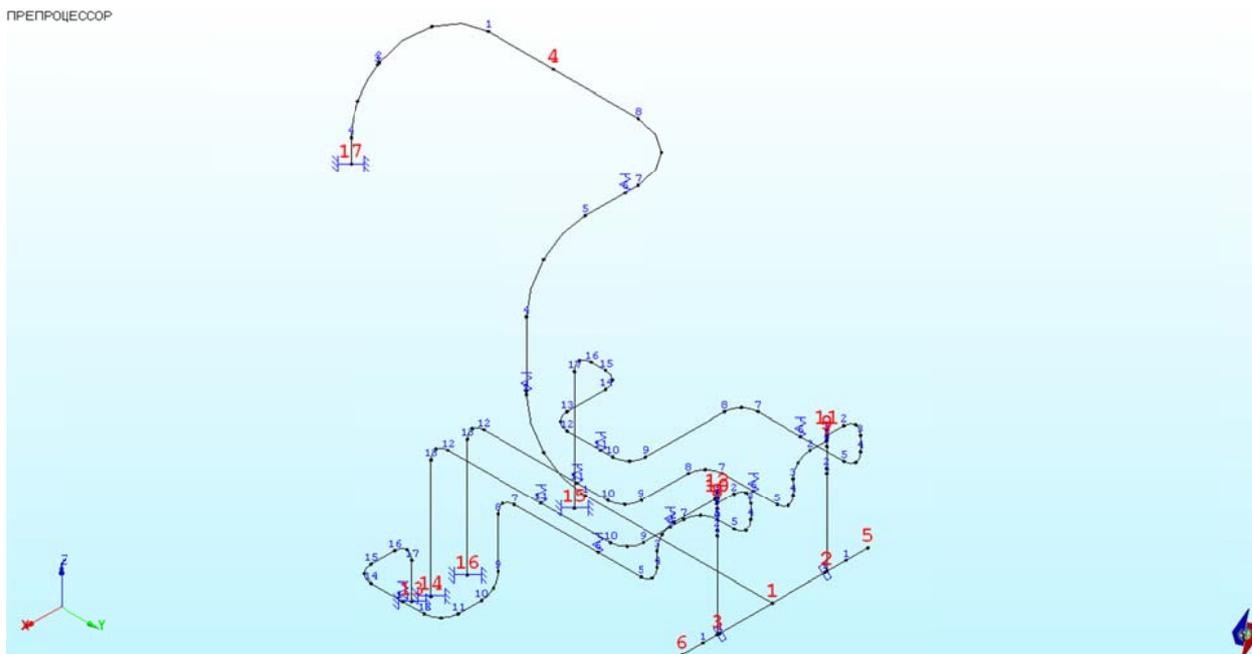
**13.3 Расчетная модель**

Расчетная модель (рис. 13.1) состоит из 16 участков (суперэлементов), 12 узлов (в том числе 7 тройниковых), содержит пружинные подвески (МВН-049-63), двусторонние опоры скольжения и мертвые опоры.

С целью анализа сходимости и точности алгоритма определения собственных частот и форм рассмотрено несколько вариантов расположения динамических масс в схеме: в первом варианте массы сосредоточены в 45 характерных точках (приведенная масса трубопроводов 11,636т, всего 133 степени свободы), во втором варианте массы расположены во всех расчетных сечениях схемы – 105 масс (приведенная масса трубопроводов 11,892т, 313 динамических степеней свободы). Задавались как абсолютно жесткие опорные конструкции, так и опоры с жесткостями 196000 кН/м<sup>2</sup>. Число определяемых низших собственных частот 25 (до 25 Гц).

<sup>13</sup> Пример 13 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС'2009, 2009 г.

*Осевое (нечеткое) представление*



*Объемное (твердотельное) представление*

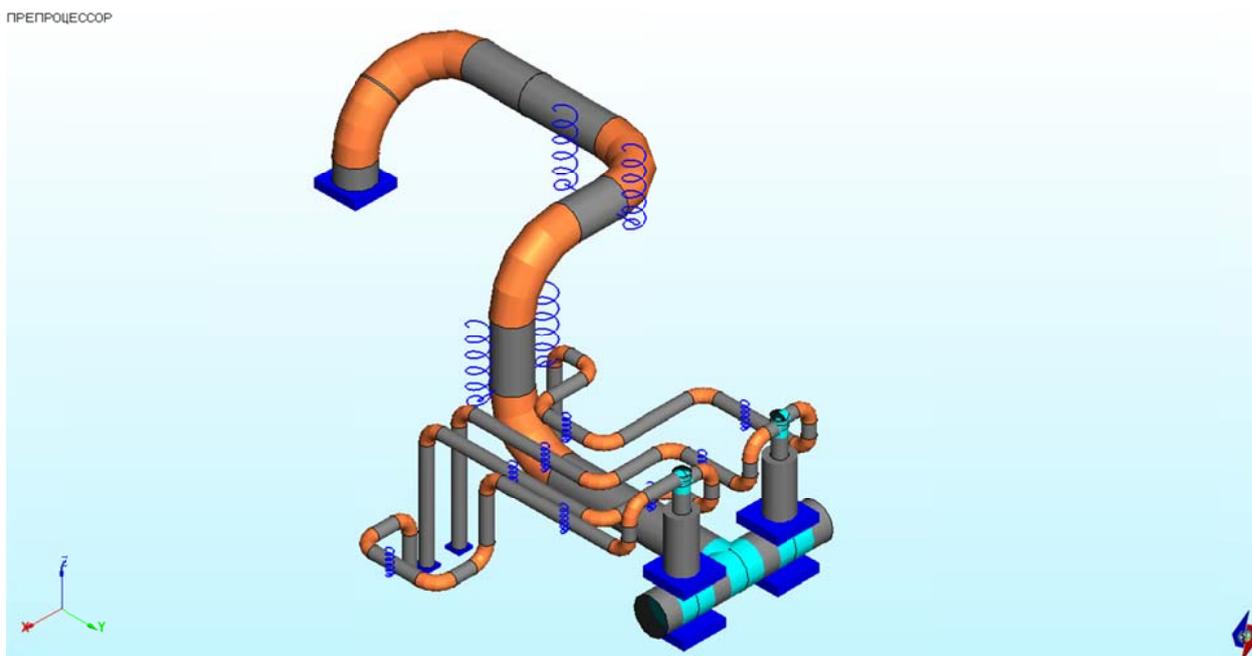


Рис. 13.1 Расчетная АСТРА-модель

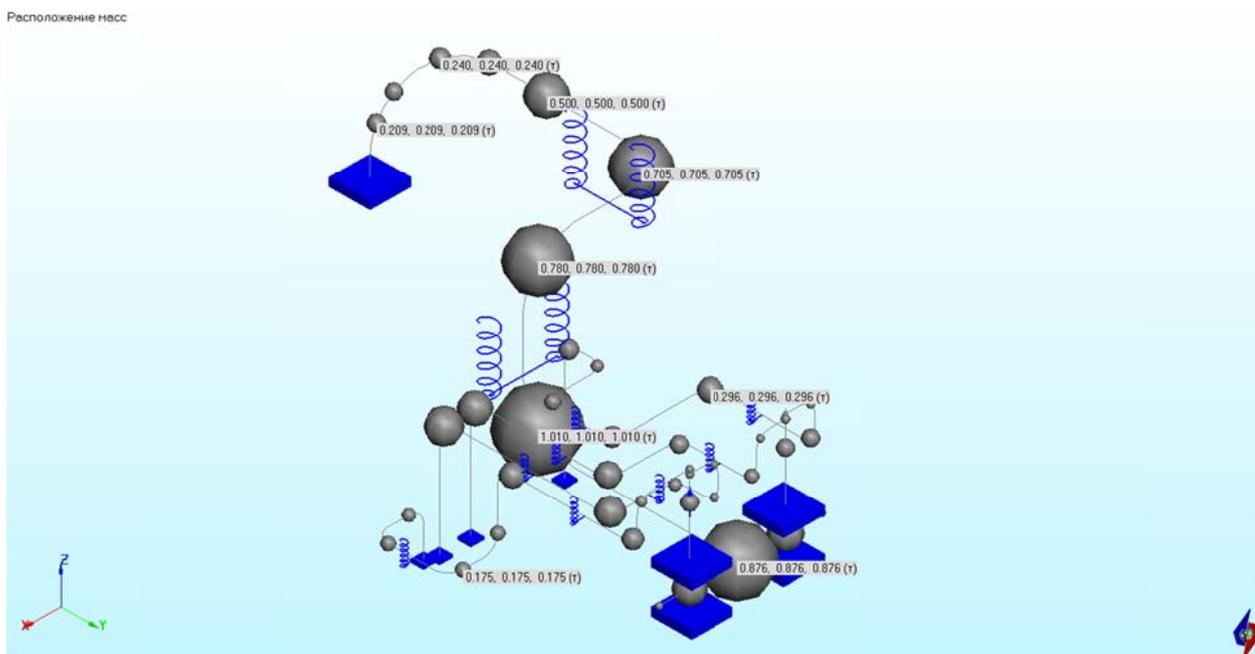


Рис. 13.2 Динамическая модель (45 масс)

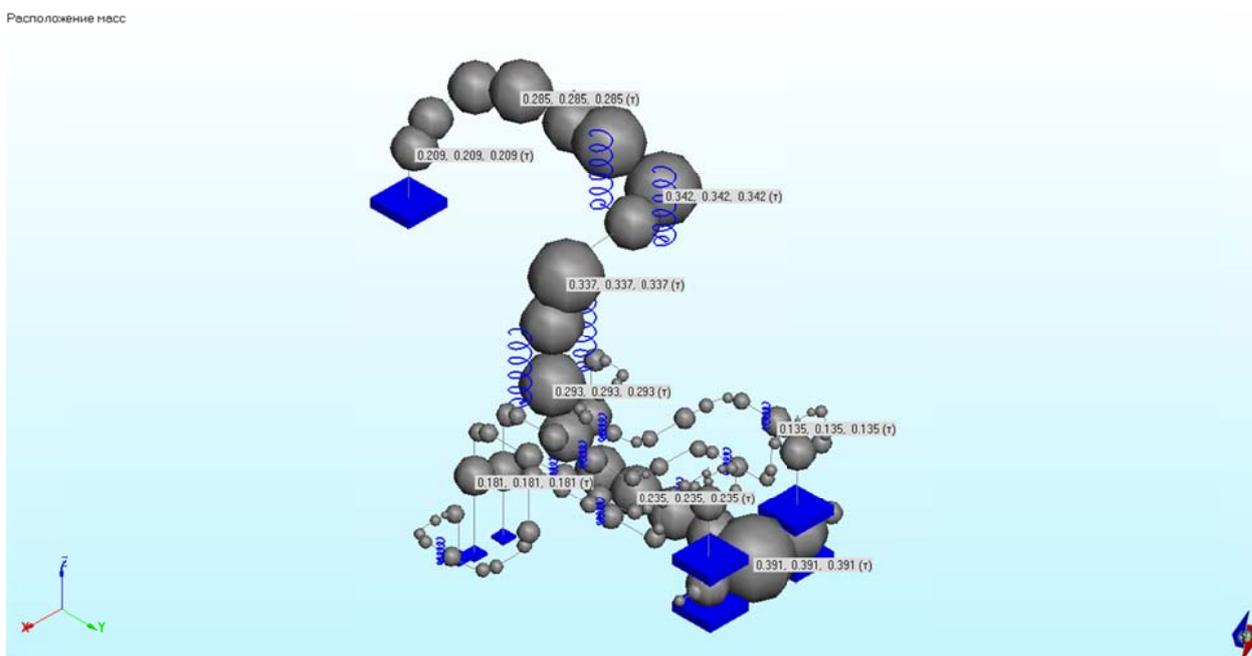


Рис. 13.3 Динамическая модель (105 масс)

### 13.4 Методика расчета

Решение частичной проблемы собственных значений (определение 25-ти низших собственных частот и форм) проводилось блочным методом Ланцоша (задаваемая блочность 5, точность определения высшей собственной частоты  $5 \cdot 10^{-5}$ ).

При расчете не учитывалось влияние внутреннего давления на податливость криволинейных участков (гибов) трубопровода.

### 13.5 Результаты

Вычисленные собственные частоты представлены в таблице 13.1. В указанной таблице также содержатся результаты расчета по ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС'2009 и расчета, проведенного в НПО ЦКТИ по программе РАМПА[2].

С учетом различия моделирования распределения масс в комплексе АСТРА-АЭС (в заданных сечениях) и РАМПА (во всех расчетных сечениях), а также неидентичности схематизации гибов, результаты сопоставления (не более 13%-е различие) следует признать удовлетворительными.

“Внутренняя” проверка точности (при детализации модели) также свидетельствует о достоверности результатов при объяснимом влиянии степени подробности инерционной дискретизации.

В таблице 13.2 “для справки” представлены значения собственных частот рассматриваемой трубопроводной системы, вычисленные с учетом влияния внутреннего давления на податливость гибов (податливость падает, собственные частоты возрастают).

Таблица 13.1

Собственные частоты трубопроводной системы, Гц.  
Сопоставление с АСТРА-АЭС'2009

№ п/п	АСТРА-АЭС								
	45 масс (133 ст. св.)			105 масс (313 степеней свободы)					
	абсолютно жесткие опоры			абсолютно жесткие опоры			жесткости 196000 кН/м <sup>2</sup>		
	АСТРА-СВД	АСТРА-АЭС'2009	δ, %	АСТРА-СВД	АСТРА-АЭС'2009	δ, %	АСТРА-СВД	АСТРА-АЭС'2009	δ, %
1	2.337	2.322	0.65	2.377	2.355	0.93	2.374	2.353	0.89
2	4.528	4.488	0.89	4.671	4.607	1.39	4.669	4.605	1.39
3	5.133	5.076	1.12	5.264	5.186	1.50	5.264	5.186	1.50
4	6.299	6.247	0.83	6.406	6.335	1.12	6.384	6.313	1.12
5	7.687	7.617	0.92	8.175	8.064	1.38	8.151	8.044	1.33
6	8.654	8.649	0.06	9.055	9.05	0.06	9.053	9.048	0.06
7	10.691	10.652	0.37	10.88	10.831	0.45	10.859	10.81	0.45
8	11.461	11.437	0.21	11.698	11.666	0.27	11.64	11.61	0.26
9	11.849	11.835	0.12	12.285	12.27	0.12	12.27	12.254	0.13
10	12.177	12.172	0.04	12.523	12.517	0.05	12.521	12.515	0.05
11	13.076	13.037	0.30	13.518	13.469	0.36	13.496	13.451	0.33
12	13.583	13.489	0.70	14.127	14.019	0.77	14.123	14.017	0.76
13	13.856	13.771	0.62	14.525	14.349	1.23	14.523	14.344	1.25
14	14.431	14.376	0.38	15.313	15.209	0.68	15.241	15.128	0.75
15	14.918	14.872	0.31	15.847	15.821	0.16	15.81	15.783	0.17
16	15.405	15.372	0.21	16.62	16.592	0.17	16.515	16.49	0.15

№ п/п	АСТРА-АЭС								
	45 масс (133 ст. св.)			105 масс (313 степеней свободы)					
	абсолютно жесткие опоры			абсолютно жесткие опоры			жесткости 196000 кН/м <sup>2</sup>		
	АСТРА-СВД	АСТРА-АЭС'2009	δ, %	АСТРА-СВД	АСТРА-АЭС'2009	δ, %	АСТРА-СВД	АСТРА-АЭС'2009	δ, %
17	<b>16.337</b>	16.221	0.72	<b>17.583</b>	17.417	0.95	<b>17.426</b>	17.253	1.00
18	<b>17.328</b>	17.298	0.17	<b>18.188</b>	18.12	0.38	<b>18.066</b>	18.021	0.25
19	<b>17.512</b>	17.456	0.32	<b>20.034</b>	19.816	1.10	<b>19.962</b>	19.764	1.00
20	<b>18.067</b>	18.048	0.11	<b>20.702</b>	20.651	0.25	<b>20.695</b>	20.645	0.24
21	<b>19.258</b>	19.139	0.62	<b>21.577</b>	21.552	0.12	<b>21.558</b>	21.535	0.11
22	<b>20.064</b>	20.044	0.10	<b>22.15</b>	21.946	0.93	<b>22.064</b>	21.867	0.90
23	<b>20.862</b>	20.739	0.59	<b>22.726</b>	22.647	0.35	<b>22.722</b>	22.642	0.35
24	<b>21.924</b>	21.749	0.80	<b>24.007</b>	23.772	0.99	<b>23.559</b>	23.465	0.40
25	<b>22.545</b>	22.336	0.94	<b>24.345</b>	24.061	1.18	<b>24.24</b>	23.917	1.35

Сопоставление с ПК РАМПА

№ п/п	РАМПА[2]	АСТРА-АЭС					
		45 масс (133 ст. св.)		105 масс (313 степеней свободы)			
		абсолютно жесткие опоры		абсолютно жесткие опоры		жесткости 196000 кН/м <sup>2</sup>	
		АСТРА-СВД	δ, % АСТРА vs. РАМПА	АСТРА-СВД	δ, % АСТРА vs. РАМПА	АСТРА-СВД	δ, % АСТРА vs. РАМПА
1	2.21	<b>2.337</b>	5.75	<b>2.377</b>	7.56	<b>2.374</b>	7.42
2	4.19	<b>4.528</b>	8.07	<b>4.671</b>	11.48	<b>4.669</b>	11.43
3	4.79	<b>5.133</b>	7.16	<b>5.264</b>	9.90	<b>5.264</b>	9.90
4	5.79	<b>6.299</b>	8.79	<b>6.406</b>	10.64	<b>6.384</b>	10.26
5	7.27	<b>7.687</b>	5.74	<b>8.175</b>	12.45	<b>8.151</b>	12.12
6	8.72	<b>8.654</b>	0.76	<b>9.055</b>	3.84	<b>9.053</b>	3.82
7	10.36	<b>10.691</b>	3.19	<b>10.880</b>	5.02	<b>10.859</b>	4.82
8	11.17	<b>11.461</b>	2.61	<b>11.698</b>	4.73	<b>11.640</b>	4.21
9	11.75	<b>11.849</b>	0.84	<b>12.285</b>	4.55	<b>12.270</b>	4.43
10	11.99	<b>12.177</b>	1.56	<b>12.523</b>	4.45	<b>12.521</b>	4.43
11	12.8	<b>13.076</b>	2.16	<b>13.518</b>	5.61	<b>13.496</b>	5.44
12	13.07	<b>13.583</b>	3.93	<b>14.127</b>	8.09	<b>14.123</b>	8.06
13	13.52	<b>13.856</b>	2.49	<b>14.525</b>	7.43	<b>14.523</b>	7.42
14	14.23	<b>14.431</b>	1.41	<b>15.313</b>	7.61	<b>15.241</b>	7.10
15	14.97	<b>14.918</b>	0.35	<b>15.847</b>	5.86	<b>15.810</b>	5.61
16	15.48	<b>15.405</b>	0.48	<b>16.620</b>	7.36	<b>16.515</b>	6.69
17	16.02	<b>16.337</b>	1.98	<b>17.583</b>	9.76	<b>17.426</b>	8.78
18	17.46	<b>17.328</b>	0.76	<b>18.188</b>	4.17	<b>18.066</b>	3.47
19	18.49	<b>17.512</b>	5.29	<b>20.034</b>	8.35	<b>19.962</b>	7.96
20	19.25	<b>18.067</b>	6.15	<b>20.702</b>	7.54	<b>20.695</b>	7.51
21	19.44	<b>19.258</b>	0.94	<b>21.577</b>	10.99	<b>21.558</b>	10.90
22	20.46	<b>20.064</b>	1.94	<b>22.150</b>	8.26	<b>22.064</b>	7.84

№ п/п	РАМПА[2]	АСТРА-АЭС					
		45 масс (133 ст. св.)		105 масс (313 степеней свободы)			
		абсолютно жесткие опоры		абсолютно жесткие опоры		жесткости 196000 кН/м <sup>2</sup>	
		АСТРА-СВД	δ, % АСТРА vs. РАМПА	АСТРА-СВД	δ, % АСТРА vs. РАМПА	АСТРА-СВД	δ, % АСТРА vs. РАМПА
23	20.62	<b>20.862</b>	1.17	<b>22.726</b>	10.21	<b>22.722</b>	10.19
24	22.3	<b>21.924</b>	1.69	<b>24.007</b>	7.65	<b>23.559</b>	5.65
25	22.76	<b>22.545</b>	0.94	<b>24.345</b>	6.96	<b>24.240</b>	6.50

Таблица 13.2

Расчетные собственные частоты при учете внутреннего давления, Гц.

№ п/п	АСТРА-АЭС		
	45 масс (133 ст. св.)	105 масс (313 степеней свободы)	
	абсолютно жесткие опоры	абсолютно жесткие опоры	жесткости 196000 кН/м <sup>2</sup>
1	<b>2.459</b>	<b>2.504</b>	<b>2.501</b>
2	<b>4.919</b>	<b>5.069</b>	<b>5.066</b>
3	<b>5.418</b>	<b>5.558</b>	<b>5.558</b>
4	<b>6.692</b>	<b>6.825</b>	<b>6.808</b>
5	<b>8.330</b>	<b>8.854</b>	<b>8.817</b>
6	<b>8.687</b>	<b>9.086</b>	<b>9.083</b>
7	<b>10.831</b>	<b>11.030</b>	<b>11.002</b>
8	<b>11.575</b>	<b>11.818</b>	<b>11.743</b>
9	<b>11.913</b>	<b>12.347</b>	<b>12.333</b>
10	<b>12.257</b>	<b>12.605</b>	<b>12.602</b>
11	<b>13.196</b>	<b>13.632</b>	<b>13.596</b>
12	<b>13.829</b>	<b>14.341</b>	<b>14.333</b>
13	<b>14.613</b>	<b>15.45</b>	<b>15.436</b>
14	<b>15.017</b>	<b>15.905</b>	<b>15.875</b>
15	<b>15.178</b>	<b>15.968</b>	<b>15.943</b>
16	<b>15.59</b>	<b>16.737</b>	<b>16.624</b>
17	<b>17.122</b>	<b>18.174</b>	<b>18.162</b>
18	<b>17.481</b>	<b>18.749</b>	<b>18.543</b>
19	<b>17.997</b>	<b>20.745</b>	<b>20.640</b>
20	<b>18.307</b>	<b>20.972</b>	<b>20.871</b>
21	<b>19.654</b>	<b>21.722</b>	<b>21.694</b>
22	<b>20.198</b>	<b>22.621</b>	<b>22.561</b>
23	<b>21.174</b>	<b>23.073</b>	<b>23.070</b>
24	<b>22.884</b>	<b>24.682</b>	<b>23.902</b>
25	<b>24.282</b>	<b>25.844</b>	<b>25.764</b>

Максимальное различие собственных частот с ранее аттестованной версией АСТРА-АЭС'2009[1] – **1,50%** – за счет более корректной актуальной процедуры сосредоточения масс в узлы суперэлементной модели (ранее – в сечения участков рядом с узлом).

### **13.6 Литература**

1. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009.
2. Программный комплекс “Рампа-93”, Аттестационный Паспорт ПС №183 от 28.10.2004.

**Пример 14. Расчет собственных частот и форм разветвленной трубопроводной системы АЭС с РБМК (приема паровых сбросов от ГПК)<sup>14</sup>**

<b>Источник(и)</b>	1. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009 2. Программный комплекс "Рампа-93", Аттестационный Паспорт ПС N 183 от 28.10.2004
<b>Тип задачи</b>	Расчет собственных частот и форм
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>Прямая труба, отвод (гиб, колено), тройник, мертвая опора (заделка), направляющая опора, опора общего вида</i>
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST14V1(744).dat</a> <a href="#">TEST14V2(1980).dat</a>

**14.1 Постановка задачи**

*Требуется* провести расчет собственных частот и форм трубопроводной системы приема паровых сбросов от ГПК 3 Блока Смоленской АЭС.

Провести сравнение с результатами по ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС'2009[1] и с результатами по ПК РАМПА[2].

**14.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

Во входном файле [TEST14V1\(744\).dat](#).

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости в холодном состоянии  $E_x = 2 \times 10^5$  МПа в рабочем –  $E_p = 2 \times 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu=0.3$ ;
- плотность материала  $\rho=7.8$  т/м<sup>3</sup>.

*Граничные условия (опоры)*

- жесткие заделки;
- консольные концы;
- двухсторонние опоры с трением в ряде промежуточных сечений.

*Параметры нагрузки*

- внутреннее давление  $p = 2.11$  МПа;
- распределенная весовая нагрузка  $m = - 0.553$  кН/м;
- температура в холодном состоянии  $T_x = 20^\circ\text{C}$ , температура в рабочем -  $T_p = 216^\circ\text{C}$ .

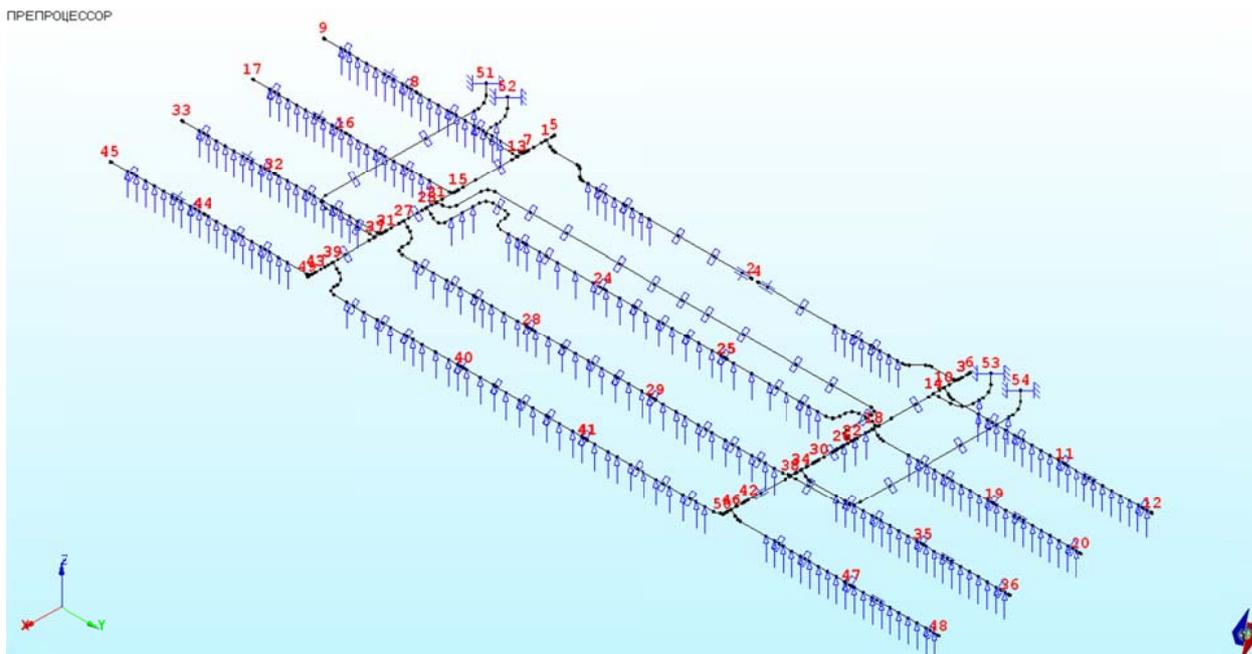
**14.3 Расчетная модель**

Расчетная модель трубопроводной системы приема паровых сбросов от ГПК 3 Блока Смоленской АЭС (рис. 14.1) представлена 56 участками (суперэлементами), 50 узлами (из них 23 тройниковых); опорные конструкции принимались "абсолютно жесткими" (задавались условными единицами).

Рассматривалось два варианта расчетной модели с различным количеством динамических степеней свободы (744 и 1980).

<sup>14</sup> Пример 14 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС'2009, 2009 г.

*Осевое(нитоное) представление*



*Объемное (твердотельное) представление*

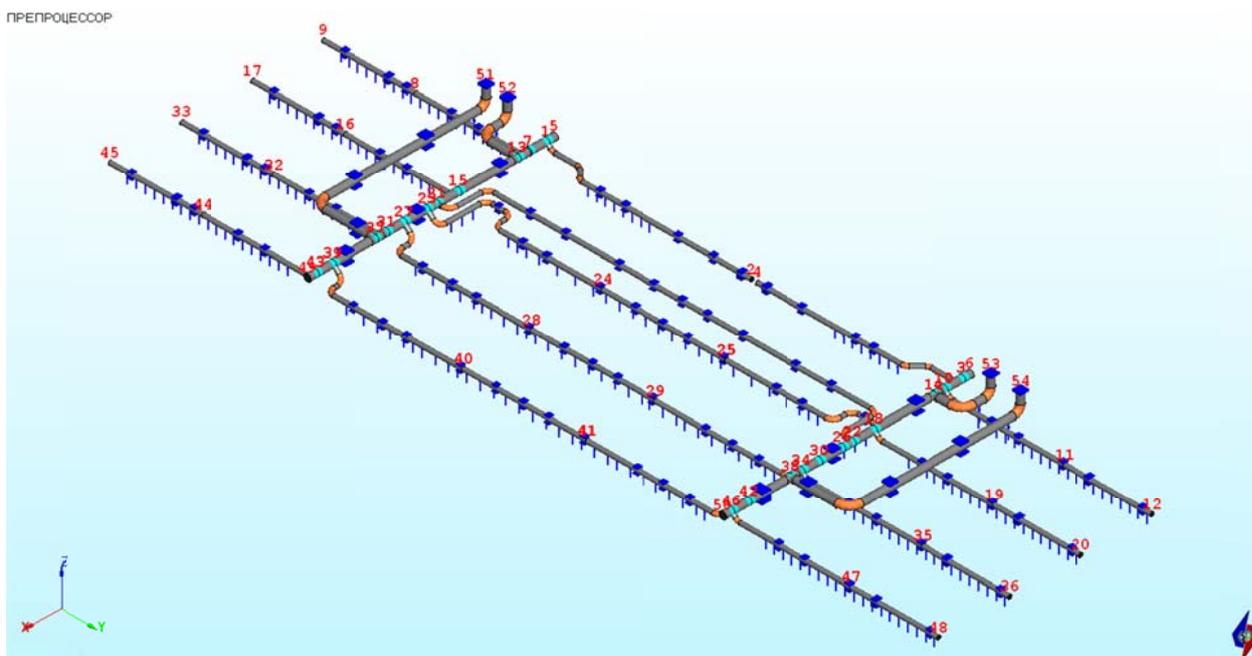


Рис. 14.1 Расчетная АСТРА-модель трубопроводной системы

Расположение масс

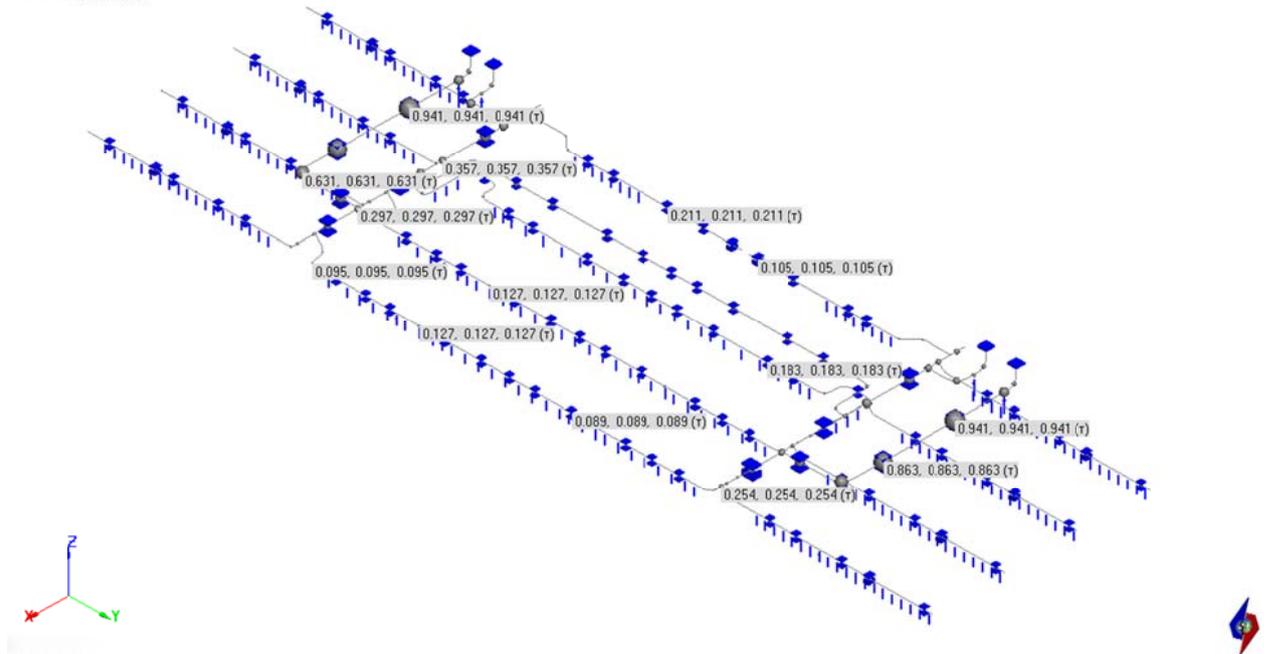


Рис. 14.2 Расчетная динамическая модель (201 масса)

#### 14.4 Методика расчета

Решение частичной проблемы собственных значений (определение 50-ти низших собственных частот и форм) проводилось блочным методом Ланцоша (точность определения высшей собственной частоты  $5 \cdot 10^{-6}$ ).

При расчете не учитывалось влияние внутреннего давления на податливость криволинейных участков (гибов) трубопровода.

#### 14.5 Результаты

Вычисленные собственные частоты приведены в таблице 14.1. В указанной таблице также содержатся результаты расчета по ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС'2009[1] и по ПК РАМПА[2].

Таблица 14.1

## Расчетные низшие собственные частоты колебаний, Гц

№ п/п	АСТРА- АЭС'2009, 489 ст. св.	Программа РАМПА[2]	АСТРА- СВД, 744 ст. св.	δ, % АСТРА- СВД vs. АСТРА- АЭС'2009	δ, % АСТРА- СВД vs. РАМПА	АСТРА- СВД, Массы во всех сече- ниях, 1980 ст. св.	δ, % АСТРА- СВД vs. РАМПА
1	1.114	1.13	<b>1.114</b>	0.00	1.42	<b>1.113</b>	1.50
2	1.181	1.29	<b>1.181</b>	0.00	8.45	<b>1.182</b>	8.37
3	1.347	1.31	<b>1.347</b>	0.00	2.82	<b>1.349</b>	2.98
4	1.375	1.39	<b>1.375</b>	0.00	1.08	<b>1.379</b>	0.79
5	2.422	2.39	<b>2.422</b>	0.00	1.34	<b>2.442</b>	2.18
6	2.943	2.81	<b>2.944</b>	0.03	4.77	<b>2.941</b>	4.66
7	3.133	3.13	<b>3.135</b>	0.06	0.16	<b>3.157</b>	0.86
8	3.729	3.69	<b>3.730</b>	0.03	1.08	<b>3.737</b>	1.27
9	3.799	3.77	<b>3.800</b>	0.03	0.80	<b>3.781</b>	0.29
10	3.936	4.11	<b>3.935</b>	0.03	4.26	<b>3.903</b>	5.04
11	4.281	4.17	<b>4.281</b>	0.00	2.66	<b>4.202</b>	0.77
12	4.748	4.17	<b>4.749</b>	0.02	13.88	<b>4.794</b>	14.96
13	5.046	4.18	<b>5.047</b>	0.02	20.74	<b>5.175</b>	23.80
14	5.117	4.32	<b>5.118</b>	0.02	18.47	<b>5.378</b>	24.49
15	5.144	4.66	<b>5.145</b>	0.02	10.41	<b>5.543</b>	18.95
16	5.18	4.88	<b>5.181</b>	0.02	6.17	<b>5.606</b>	14.88
17	5.193	5.48	<b>5.193</b>	0.00	5.24	<b>5.618</b>	2.52
18	5.196	5.57	<b>5.197</b>	0.02	6.70	<b>5.662</b>	1.65
19	5.235	5.60	<b>5.234</b>	0.02	6.54	<b>5.756</b>	2.79
20	5.243	5.61	<b>5.243</b>	0.00	6.54	<b>5.803</b>	3.44
21	5.356	5.82	<b>5.356</b>	0.00	7.97	<b>5.817</b>	0.05
22	6.390	6.62	<b>6.390</b>	0.00	3.47	<b>6.522</b>	1.48
23	6.690	7.04	<b>6.694</b>	0.06	4.91	<b>6.77</b>	3.84
24	7.047	7.83	<b>7.048</b>	0.01	9.99	<b>7.138</b>	8.84
25	7.461	8.22	<b>7.450</b>	0.15	9.37	<b>7.473</b>	9.09
26	7.854	8.45	<b>7.848</b>	0.08	7.12	<b>7.87</b>	6.86
27	8.138	8.71	<b>8.111</b>	0.33	6.88	<b>8.203</b>	5.82
28	8.399	8.77	<b>8.396</b>	0.04	4.26	<b>8.449</b>	3.66
29	8.645	8.84	<b>8.643</b>	0.02	2.23	<b>8.883</b>	0.49
30	9.119	8.96	<b>9.112</b>	0.08	1.70	<b>9.213</b>	2.82
31	9.410	9.48	<b>9.418</b>	0.09	0.65	<b>9.472</b>	0.08
32	9.860	9.62	<b>9.867</b>	0.07	2.57	<b>9.96</b>	3.53
33	10.505	11.0	<b>10.509</b>	0.04	4.46	<b>10.62</b>	3.45
34	11.232	11.9	<b>11.243</b>	0.10	5.52	<b>11.285</b>	5.17
35	11.624	12.0	<b>11.631</b>	0.06	3.08	<b>11.949</b>	0.43
36	11.679	12.2	<b>11.688</b>	0.08	4.20	<b>12.095</b>	0.86
37	11.826	12.3	<b>11.833</b>	0.06	3.80	<b>12.554</b>	2.07
38	11.834	12.4	<b>11.843</b>	0.08	4.49	<b>12.789</b>	3.14
39	12.024	12.5	<b>12.034</b>	0.08	3.73	<b>12.922</b>	3.38
40	12.360	12.6	<b>12.358</b>	0.02	1.92	<b>13.052</b>	3.59

№ п/п	АСТРА- АЭС'2009, 489 ст. св.	Программа РАМПА[2]	АСТРА- СВД, 744 ст. св.	δ, % АСТРА- СВД vs. АСТРА- АЭС'2009	δ, % АСТРА- СВД vs. РАМПА	АСТРА- СВД, Массы во всех сече- ниях, 1980 ст. св.	δ, % АСТРА- СВД vs. РАМПА
41	12.644	13.0	<b>12.657</b>	0.10	2.64	<b>13.129</b>	0.99
42	12.751	14.4	<b>12.757</b>	0.05	11.41	<b>13.237</b>	8.08
43	12.822	14.6	<b>12.829</b>	0.05	12.13	<b>13.257</b>	9.20
44	13.032	14.7	<b>13.039</b>	0.05	11.30	<b>13.444</b>	8.54
45	13.292	14.8	<b>13.299</b>	0.05	10.14	<b>13.764</b>	7.00
46	14.157	14.9	<b>14.157</b>	0.00	4.99	<b>14.833</b>	0.45
47	15.631	15.1	<b>15.619</b>	0.08	3.44	<b>15.638</b>	3.56
48	15.828	15.5	<b>15.782</b>	0.29	1.82	<b>15.755</b>	1.65
49	16.043	15.7	<b>15.891</b>	0.95	1.22	<b>15.953</b>	1.61
50	16.099	16.3	<b>16.068</b>	0.19	1.42	<b>16.064</b>	1.45

Максимальное различие с ранее аттестованной версией программы АСТРА-АЭС'2009 – 0.95% (следует учесть также различную степень подробности сравниваемых моделей). Расхождение по результатам с ПК РАМПА не превышает 21% по незначительному числу частот.

#### 14.6 Литература

1. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009
2. Программный комплекс “Рампа-93”, Аттестационный Паспорт ПС №183 от 28.10.2004.

**Пример 15. Проверка правильности определения расчетных напряжений в элементах трубопровода (прямолинейная труба под действием давления)**

<b>Источник(и)</b>	–
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС (определение напряжений)
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>Прямая труба, мертвая опора (заделка)</i>
<b>Входной файл</b>	TEST15a.dat

**15.1 Постановка задачи**

*Рассматривается* отрезок прямой толстостенной трубы (рис. 15.1), находящийся под действием внутреннего давления.

*Требуется* определить эквивалентные напряжения  $\sigma_{экв}$  и компоненты напряжений  $\sigma_r$ ,  $\sigma_z$ ,  $\sigma_\theta$  (радиальные, осевые, кольцевые соответственно).

Провести сравнение с результатами «ручного» расчета по формулам, представленным в Нормах [1].

**15.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- номинальный наружный диаметр основной трубы  $D_a = 95$  мм;
- номинальная толщина стенки основной трубы  $s = 27,5$  мм;

*Граничные условия (опоры)*

- заземление (заделка) одного конца трубы, другой конец консольный, с заглушкой.

*Параметры нагрузки*

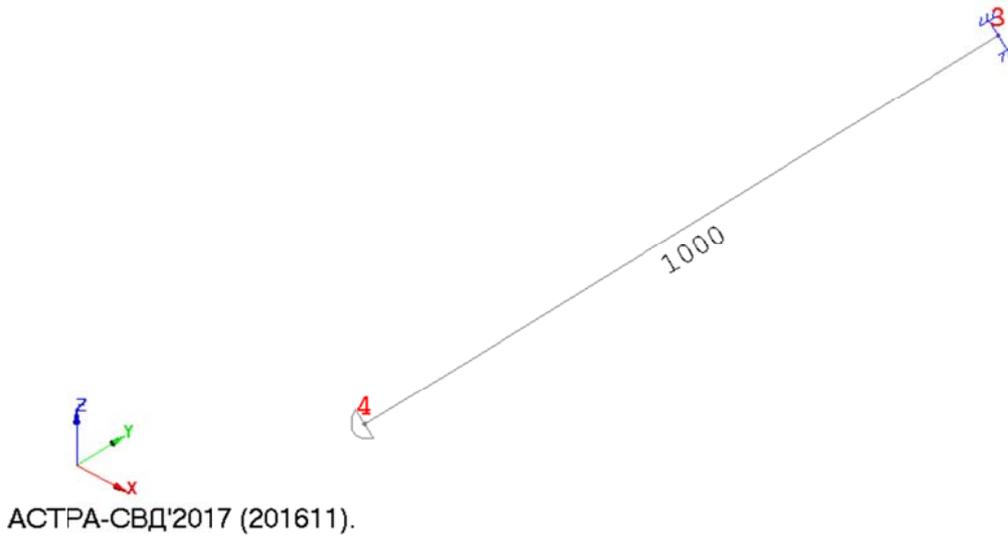
- внутреннее давление  $p = 275$  МПа;

### 15.3 Расчетная модель

Расчетная модель трубопровода (рис. 15.1) состоит из одного участка (суперэлемента). Общее количество элементов в схеме – 1.

*Осевое (нечетное) представление*

Исходный трубопровод



*Объемное (твердотельное) представление*

Исходный трубопровод

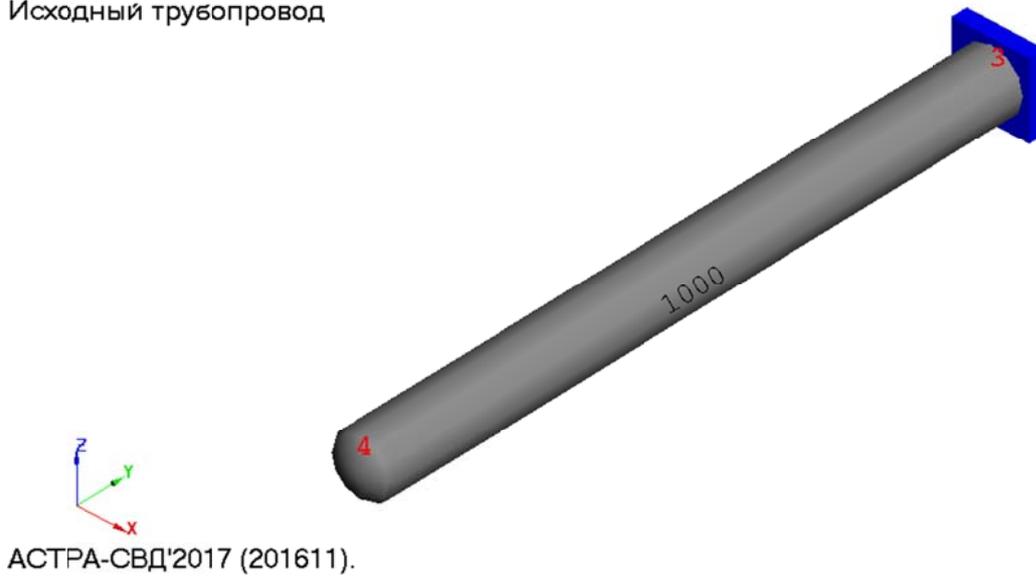


Рис. 15.1 Расчетная АСТРА-модель трубопровода (размеры – в мм)

## 15.4 Результаты

### 15.4.1 “Ручной” расчет по формулам, приведенным в нормах

Используются следующие обозначения, принятые в [1]:

$D_a$  – номинальный наружный диаметр поперечного сечения трубы;

$S$  – номинальная толщина стенки трубы;

$r_n$  – номинальный наружный диаметр поперечного сечения трубы;

$r_e$  – номинальный внутренний диаметр поперечного сечения трубы;

$\beta$  – коэффициент толстостенности трубы

$p$  – расчетное внутреннее давление в трубопроводе;

Определение составляющих напряженного состояния для *прямолинейной трубы* (см. [1], стр. 13):

а). Расчёт для наружной и внутренней поверхностей:

$$r_n = 0,5D_a = 0,5 \cdot 0,095 = 0,0475 \text{ м}$$

$$r_e = 0,5(D_a - 2S) = 0,5 \cdot (0,095 - 2 \cdot 0,0275) = 0,02 \text{ м}$$

$$\beta = \frac{r_n}{r_e} = \frac{0,0475}{0,02} = 2,375$$

*Напряжения на внутренней поверхности:*

Радиальное напряжение:

$$\sigma_r^P = \frac{p}{\beta^2 - 1} \left[ 1 - \frac{r_n^2}{r^2} \right] = \frac{275}{2,375^2 - 1} \left[ 1 - \frac{0,0475^2}{0,02^2} \right] = -275 \text{ МПа}$$

Тангенциальное напряжение:

$$\sigma_\theta^P = \frac{p}{\beta^2 - 1} \left[ 1 + \frac{r_n^2}{r^2} \right] = \frac{275}{2,375^2 - 1} \left[ 1 + \frac{0,0475^2}{0,02^2} \right] = 393,52 \text{ МПа}$$

Осевое напряжение:

$$\sigma_z^P = \frac{p}{\beta^2 - 1} = \frac{275}{2,375^2 - 1} = 59,26 \text{ МПа}$$

Эквивалентное напряжение:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{экв}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(-275 - 393,52)^2 + (-275 - 59,26)^2 + (393,52 - 59,26)^2} \\ &= 578,95 \text{ МПа} \end{aligned}$$

*Напряжения на наружной поверхности:*

Радиальное напряжение:

$$\sigma_r^P = \frac{p}{\beta^2 - 1} \left[ 1 - \frac{r_n^2}{r^2} \right] = \frac{275}{2,375^2 - 1} \left[ 1 - \frac{0,0475^2}{0,0475^2} \right] = 0 \text{ МПа}$$

Тангенциальное напряжение:

$$\sigma_\theta^P = \frac{p}{\beta^2 - 1} \left[ 1 + \frac{r_n^2}{r^2} \right] = \frac{275}{2,375^2 - 1} \left[ 1 + \frac{0,0475^2}{0,0475^2} \right] = 118,52 \text{ МПа}$$

Осевое напряжение:

$$\sigma_z^P = \frac{p}{\beta^2 - 1} = \frac{275}{2,375^2 - 1} = 59,26 \text{ МПа}$$

Эквивалентное напряжение:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{экв}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(0 - 118,52)^2 + (0 - 59,26)^2 + (118,52 - 59,26)^2} = 102,64 \text{ МПа} \end{aligned}$$

б). Расчёт напряжений во всех точках по сечению трубы

Для расчёта напряжений во всех точках сечения детали использовался программный комплекс MATLAB

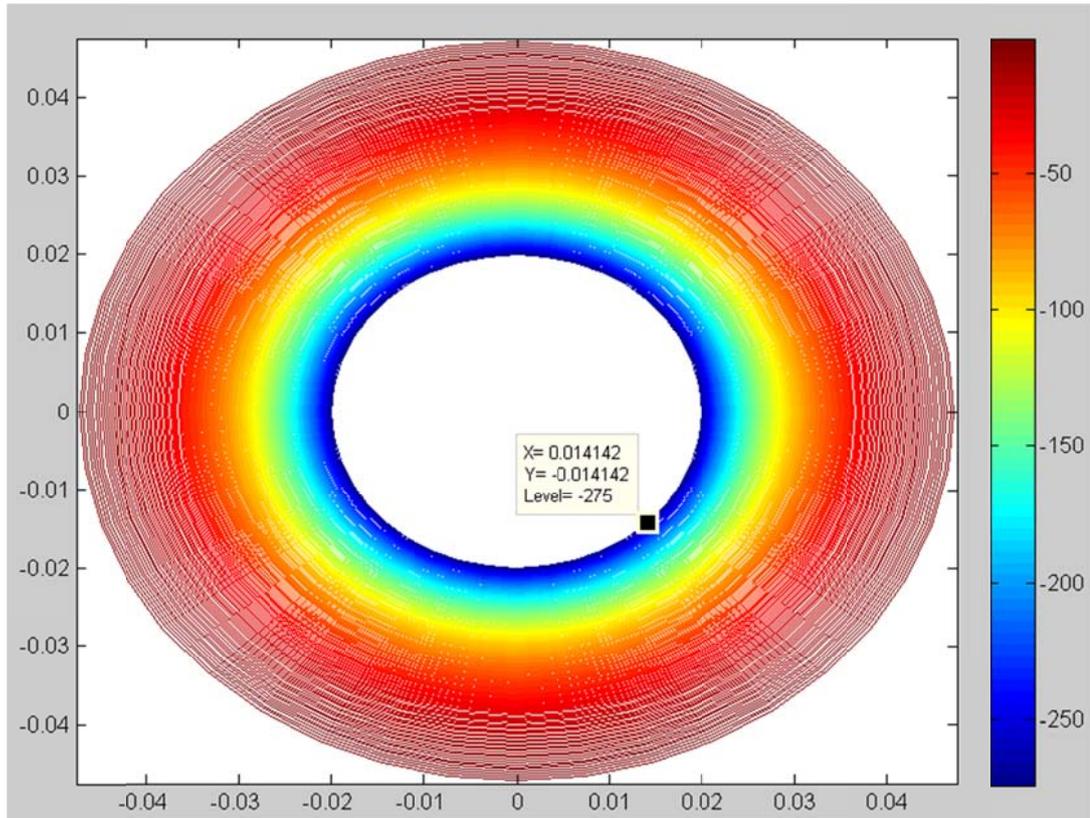


Рис. 15.2 Прямая труба, нагруженная внутренним давлением. Радиальные напряжения, МПа

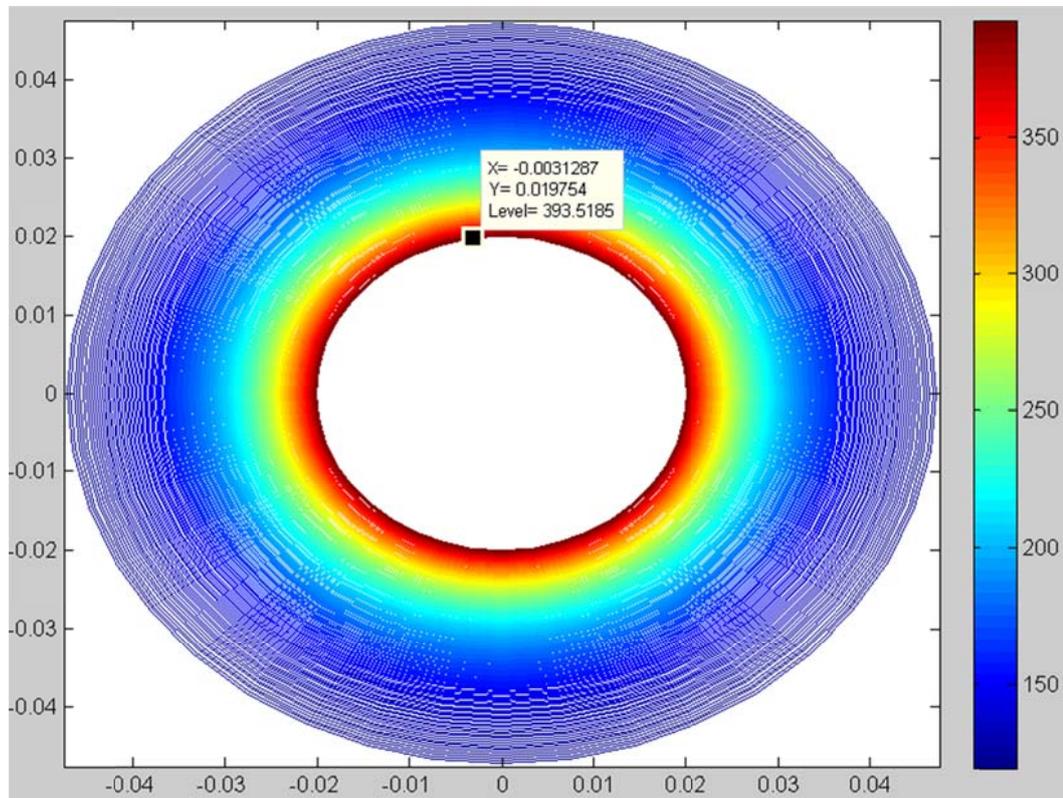


Рис. 15.3 Прямая труба, нагруженная внутренним давлением. Тангенциальные напряжения, МПа

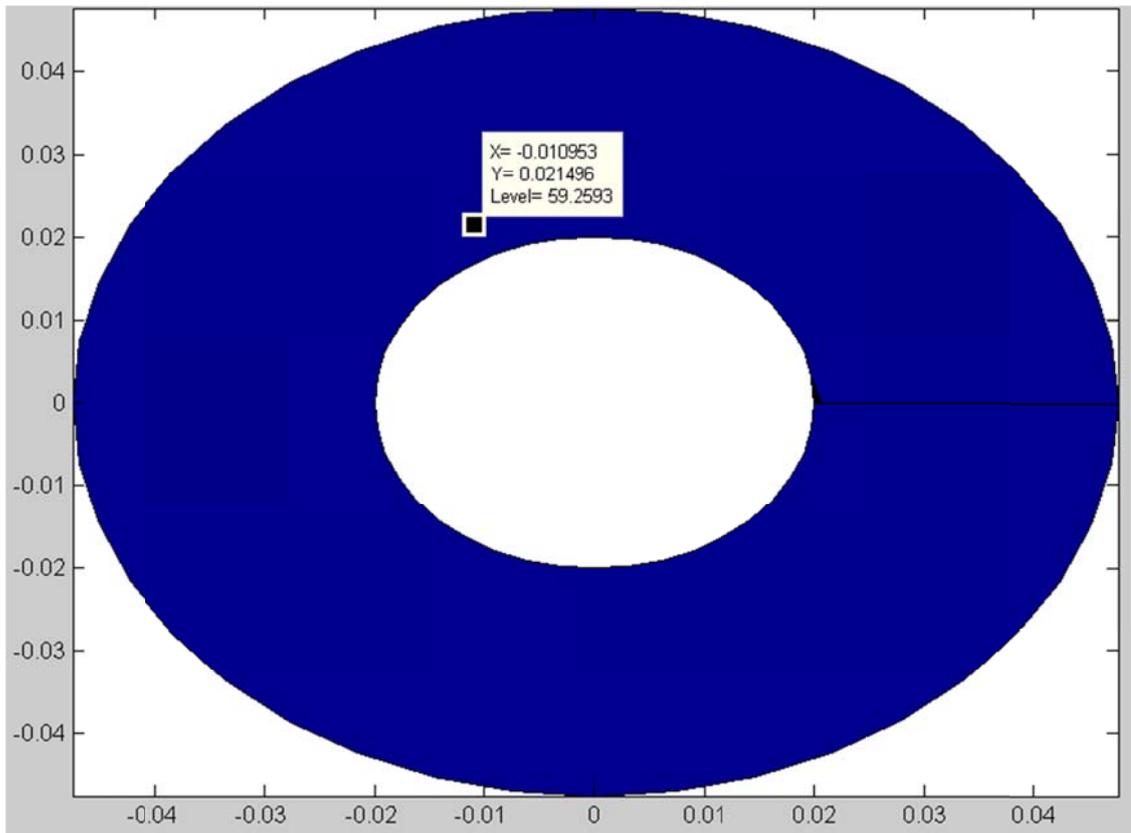


Рис. 15.4 Прямая труба, нагруженная внутренним давлением. Осевые напряжения, МПа

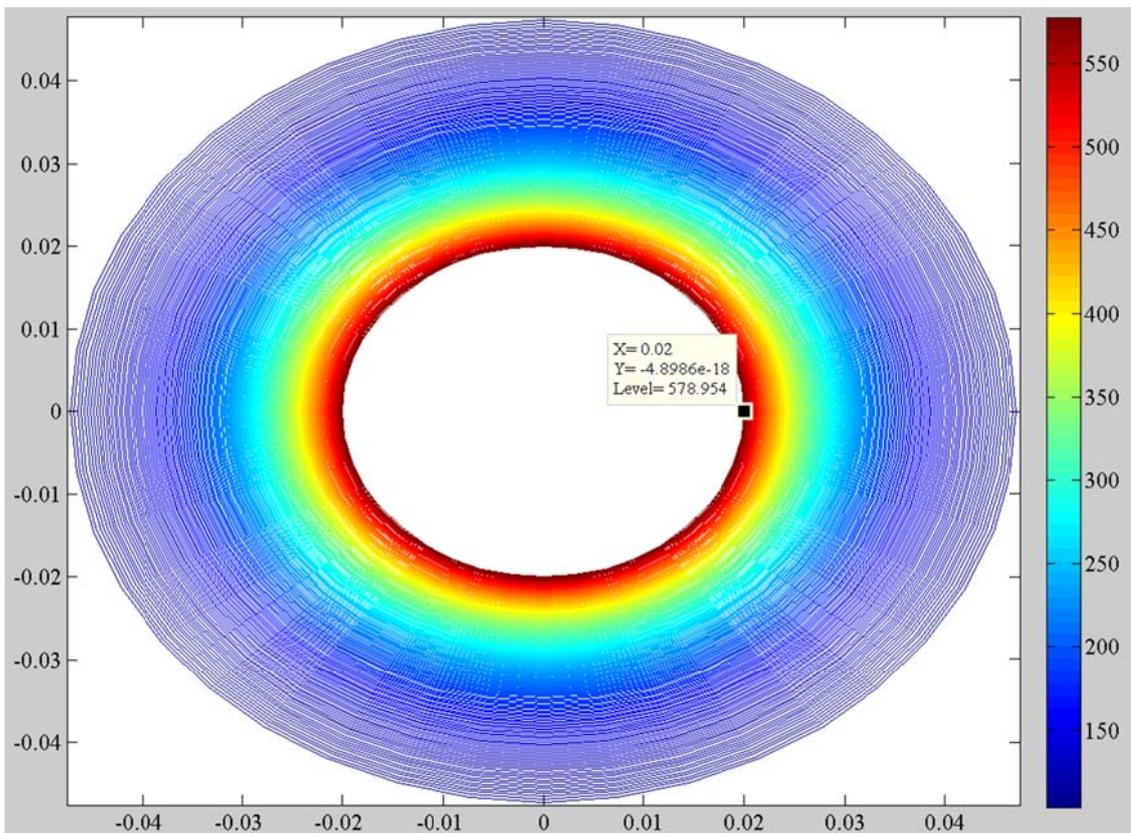
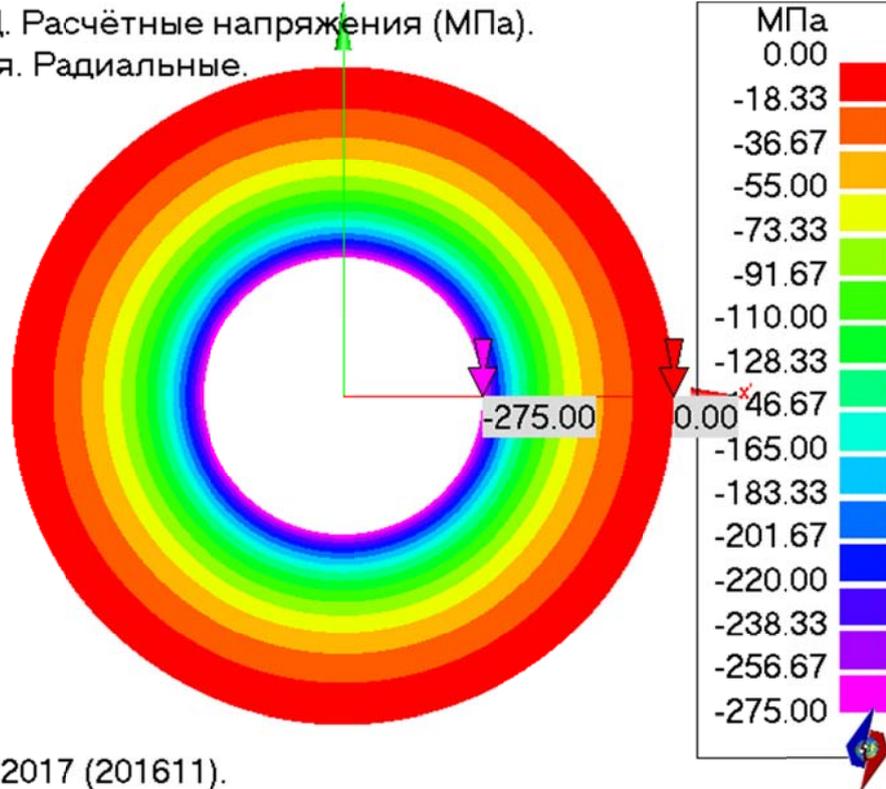


Рис. 15.5 Прямая труба, нагруженная внутренним давлением. Эквивалентные напряжения, МПа

### 15.4.2 Численное решение в АСТРА-СВД

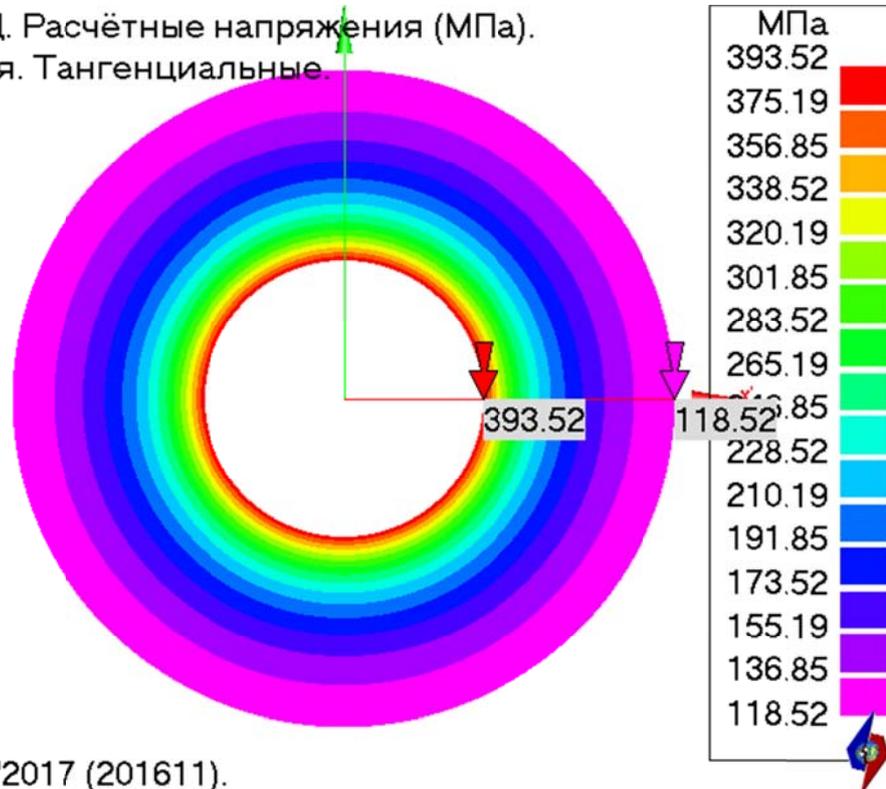
ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Радиальные.



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 15.6 Прямая труба, нагруженная внутренним давлением. Радиальные напряжения, МПа

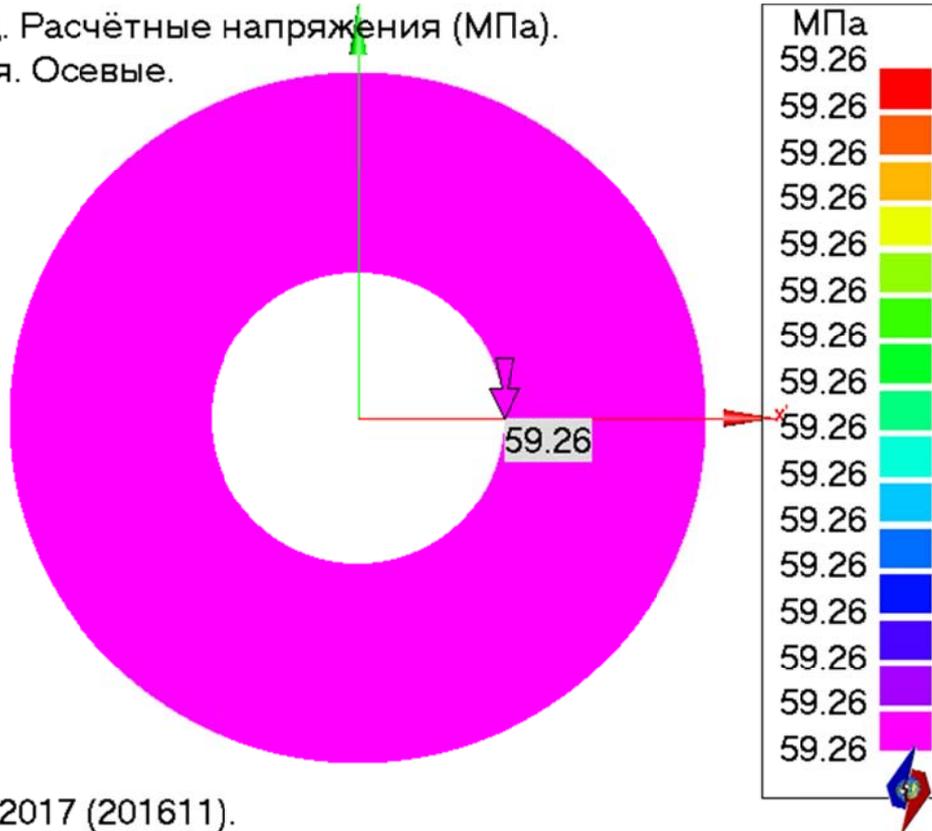
ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Тангенциальные.



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 15.7 Прямая труба, нагруженная внутренним давлением. Тангенциальные напряжения, МПа

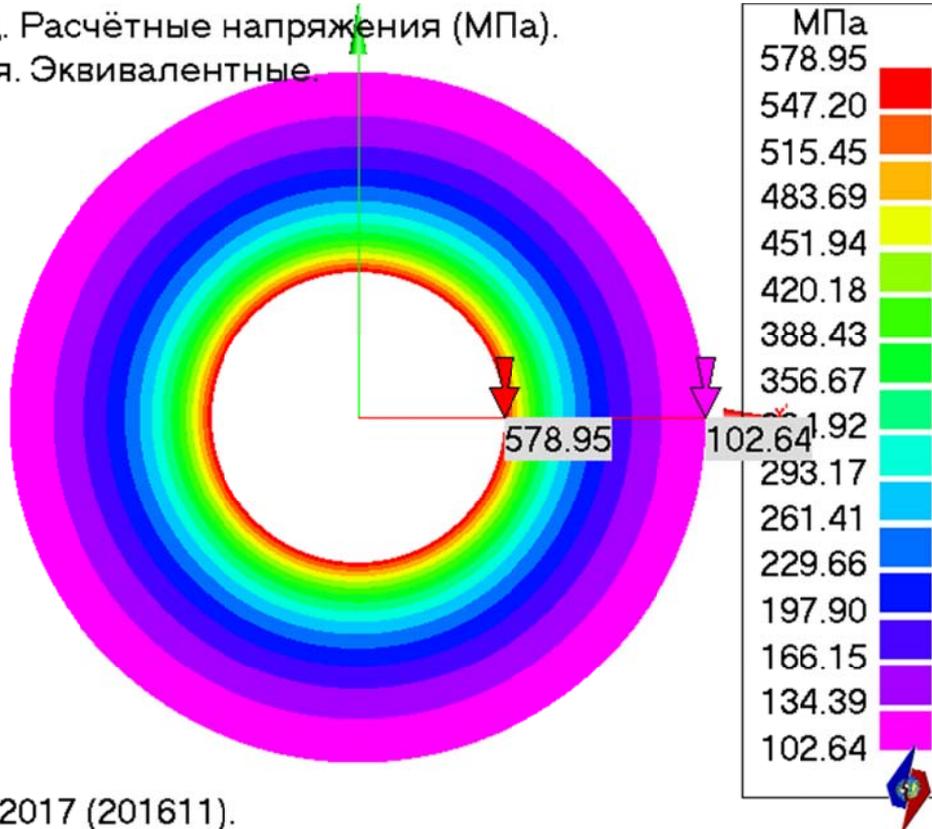
ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Осевые.



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 15.8 Прямая труба, нагруженная внутренним давлением. Осевые напряжения, МПа

ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Эквивалентные.



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 15.9 Прямая труба, нагруженная внутренним давлением. Эквивалентные напряжения, МПа

### 15.4.3 Сравнение результатов

Таблица 15.1

#### Сопоставление результатов (расчетных напряжений)

№ п/п	Напряжения	Поверхность детали					
		Наружная			Внутренняя		
		«ручной» расчет [1]	АСТРА- СВД	δ, %	«ручной» расчет [1]	АСТРА- СВД	δ, %
1	радиальные	0,00	0,00	0,00	-275,00	-275,00	0,00
2	тангенциальные	118,52	118,52	0,00	393,52	393,52	0,00
3	осевые	59,26	59,26	0,00	59,26	59,26	0,00
4	эквивалентные	102,64	102,64	0,00	578,95	578,95	0,00

### 15.5 Литература

- ГОСТ Р 55600-2013 Трубы и детали трубопроводов на давление свыше 100 до 320 МПа. Нормы и методы расчета на прочность. М.: Стандартиформ, 2015.

**Пример 16. Проверка правильности определения расчетных напряжений в элементах трубопровода (прямолинейная труба под действием температурного перепада по толщине стенки)**

<b>Источник(и)</b>	–
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС (определение напряжений)
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>Прямая труба, мертвая опора (заделка)</i>
<b>Входной файл</b>	<u>TEST16a.dat</u>

**16.1 Постановка задачи**

*Рассматривается* отрезок прямой толстостенной трубы (рис. 16.2), находящийся под действием температурного перепада по толщине стенки.

*Требуется* определить эквивалентные напряжения  $\sigma_{\text{кв}}$  и компоненты напряжений  $\sigma_r$ ,  $\sigma_z$ ,  $\sigma_\theta$  (радиальные, осевые, кольцевые соответственно).

Провести сравнение с результатами «ручного» расчета по формулам, представленным в Нормам [1].

**16.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- номинальный наружный диаметр основной трубы  $D_a = 95$  мм;
- номинальная толщина стенки основной трубы  $s = 27,5$  мм;

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ ;
- коэффициент линейного температурного расширения  $\alpha = 1,15 \cdot 10^{-5}$  1/град;

*Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) одного конца трубы, другой конец консольный, с заглушкой.

*Параметры нагрузки*

- температура на наружной поверхности трубы  $t_n = -40^\circ\text{C}$ ;
- температура на внутренней поверхности трубы  $t_g = +120^\circ\text{C}$ ;

Распределение температуры по толщине стенки трубы задаётся по формуле:

$$t = t_B - \Delta t \frac{\ln \frac{r}{r_B}}{\ln \beta}$$

Визуализация распределения температуры по толщине стенки представлено на рис 16.1:

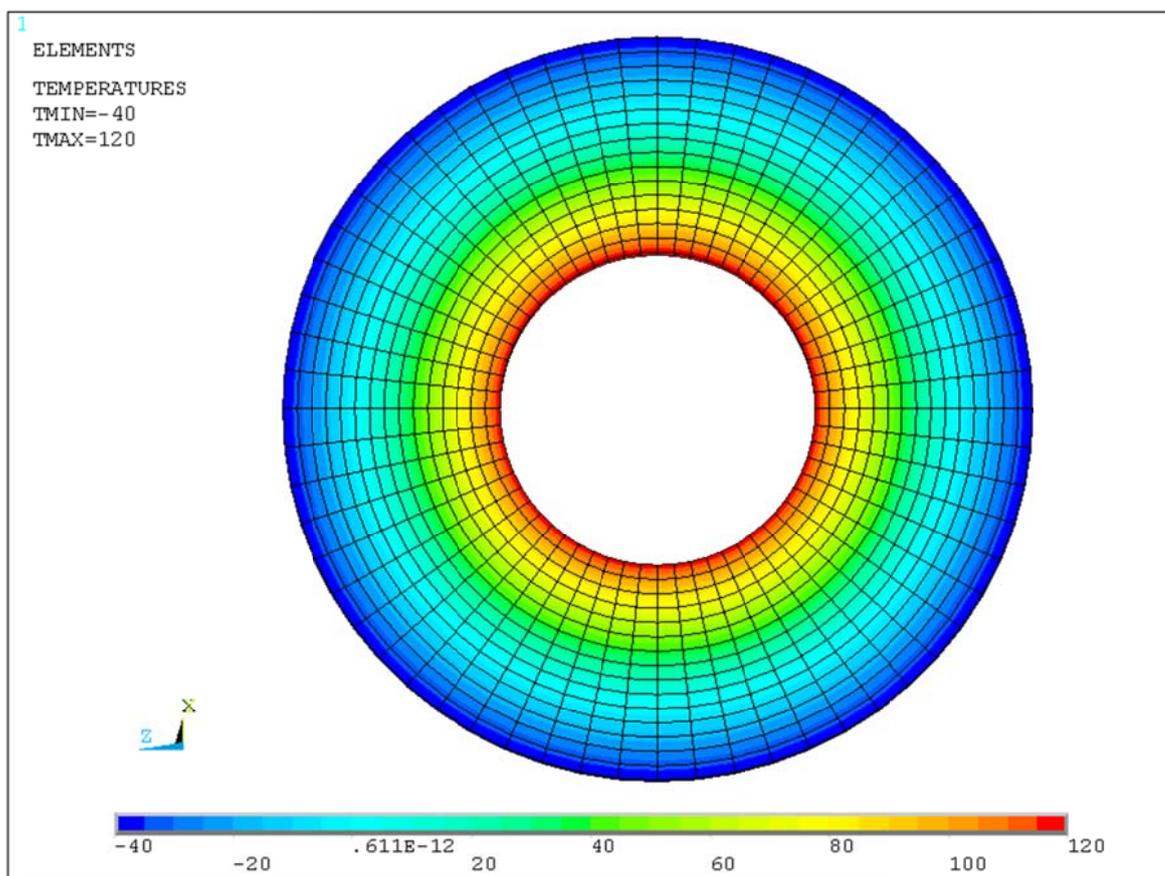


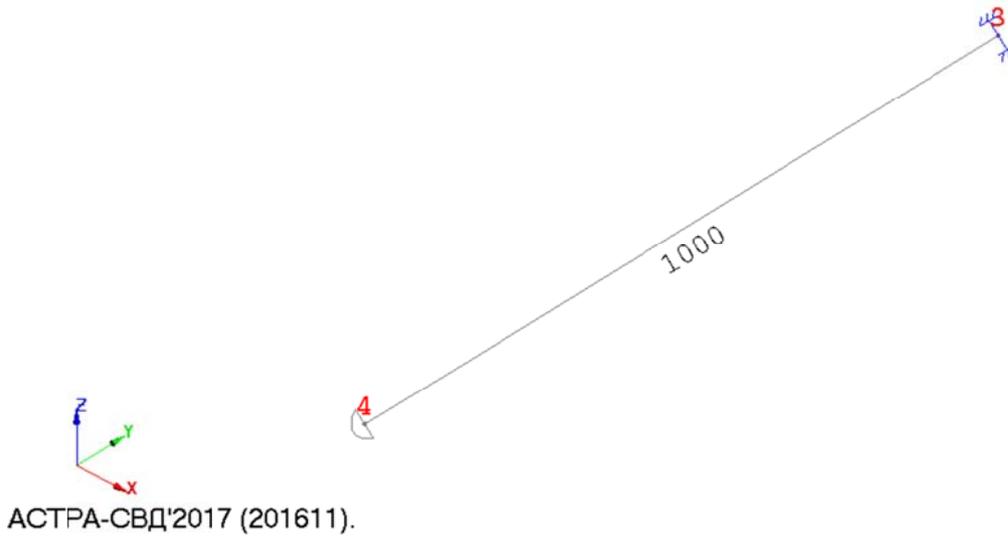
Рис. 16.1 Распределение температуры (град) по толщине стенки трубы

### 16.3 Расчетная модель

Расчетная модель трубопровода (рис. 16.2) состоит из одного участка (суперэлемента). Общее количество элементов в схеме – 1.

*Осевое (нечетное) представление*

Исходный трубопровод



*Объемное (твердотельное) представление*

Исходный трубопровод

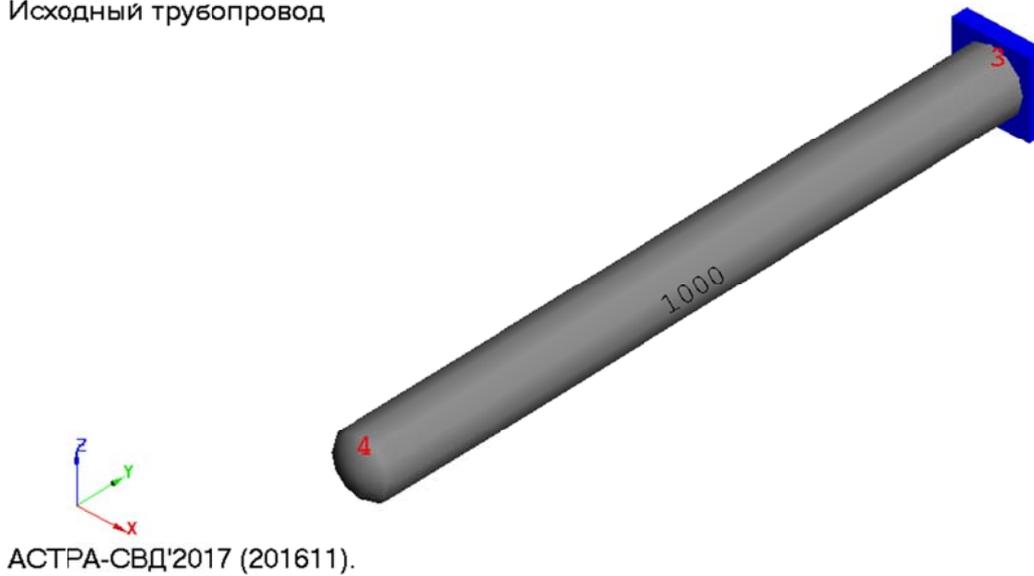


Рис. 16.2 Расчетная АСТРА-модель трубопровода (размеры – в мм)

## 16.4 Результаты

### 16.4.1 “Ручной” расчет по формулам, приведенным в нормах

Используются следующие обозначения, принятые в [1]:

$D_a$  – номинальный наружный диаметр поперечного сечения трубы;

$S$  – номинальная толщина стенки трубы;

$r_n$  – номинальный наружный диаметр поперечного сечения трубы;

$r_e$  – номинальный внутренний диаметр поперечного сечения трубы;

$\beta$  – коэффициент толстостенности трубы

Определение составляющих напряженного состояния для *прямолинейной трубы* (см. [1], стр. 13):

а). Расчёт для наружной и внутренней поверхностей:

$$r_n = 0,5D_a = 0,5 \cdot 95 = 47,5 \text{ мм}$$

$$r_e = 0,5(D_a - 2S) = 0,5 \cdot (95 - 2 \cdot 27,5) = 20 \text{ мм}$$

$$\beta = \frac{r_n}{r_e} = \frac{47,5}{20} = 2,375$$

$$\Delta t = t_b - t_n = -40 - 120 = -160^\circ\text{C}$$

$$m = \frac{\alpha E \Delta t}{2(1 - \nu)} = \frac{1,15 \cdot 10^{-5} \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot (-160)}{2(1 - 0,3)} = -276$$

*Напряжения на внутренней поверхности:*

Радиальное напряжение:

$$\sigma_r^t = -m \left[ \frac{\ln \frac{r_n}{r}}{\ln \beta} + \frac{1 - \frac{r_n^2}{r^2}}{\beta^2 - 1} \right] = -(-276) \left[ \frac{\ln \frac{0,0475}{0,02}}{\ln 2,375} + \frac{1 - \frac{0,0475^2}{0,02^2}}{2,375^2 - 1} \right] = 0 \text{ МПа}$$

Тангенциальное напряжение:

$$\sigma_\theta^t = -m \left[ \frac{\ln \frac{r_n}{r} - 1}{\ln \beta} + \frac{1 + \frac{r_n^2}{r^2}}{\beta^2 - 1} \right] = -(-276) \left[ \frac{\ln \frac{0,0475}{0,02} - 1}{\ln 2,375} + \frac{1 + \frac{0,0475^2}{0,02^2}}{2,375^2 - 1} \right] = -351,87 \text{ МПа}$$

Осевое напряжение:

$$\sigma_z^t = -m \left[ \frac{2 \ln \frac{r_n}{r} - 1}{\ln \beta} + \frac{2}{\beta^2 - 1} \right] = -(-276) \left[ \frac{2 \ln \frac{0,0475}{0,02} - 1}{\ln 2,375} + \frac{2}{2,375^2 - 1} \right] = -351,87 \text{ МПа}$$

Эквивалентное напряжение:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{экв}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(0 + 351,87)^2 + (0 + 351,87)^2 + (351,87 - 351,87)^2} = 351,87 \text{ МПа} \end{aligned}$$

*Напряжения на наружной поверхности:*

Радиальное напряжение:

$$\sigma_r^t = -m \left[ \frac{\ln \frac{r_H}{r}}{\ln \beta} + \frac{1 - \frac{r_H^2}{r^2}}{\beta^2 - 1} \right] = -(-276) \left[ \frac{\ln \frac{0,0475}{2,375}}{\ln 2,375} + \frac{1 - \frac{0,0475^2}{2,375^2}}{2,375^2 - 1} \right] = 0 \text{ МПа}$$

Тангенциальное напряжение:

$$\sigma_\theta^t = -m \left[ \frac{\ln \frac{r_H}{r} - 1}{\ln \beta} + \frac{1 + \frac{r_H^2}{r^2}}{\beta^2 - 1} \right] = -(-276) \left[ \frac{\ln \frac{0,0475}{2,375} - 1}{\ln 2,375} + \frac{1 + \frac{0,0475^2}{2,375^2}}{2,375^2 - 1} \right] = 200,13 \text{ МПа}$$

Осевое напряжение:

$$\sigma_z^t = -m \left[ \frac{2 \ln \frac{r_H}{r} - 1}{\ln \beta} + \frac{2}{\beta^2 - 1} \right] = -(-276) \left[ \frac{2 \ln \frac{0,0475}{2,375} - 1}{\ln 2,375} + \frac{2}{2,375^2 - 1} \right] = 200,13 \text{ МПа}$$

Эквивалентное напряжение:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{экв}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(0 + 200,13)^2 + (0 + 200,13)^2 + (200,13 - 200,13)^2} = 200,13 \text{ МПа} \end{aligned}$$

б). Расчёт напряжений во всех точках по сечению трубы

Для расчёта напряжений во всех точках сечения детали использовался программный комплекс MATLAB

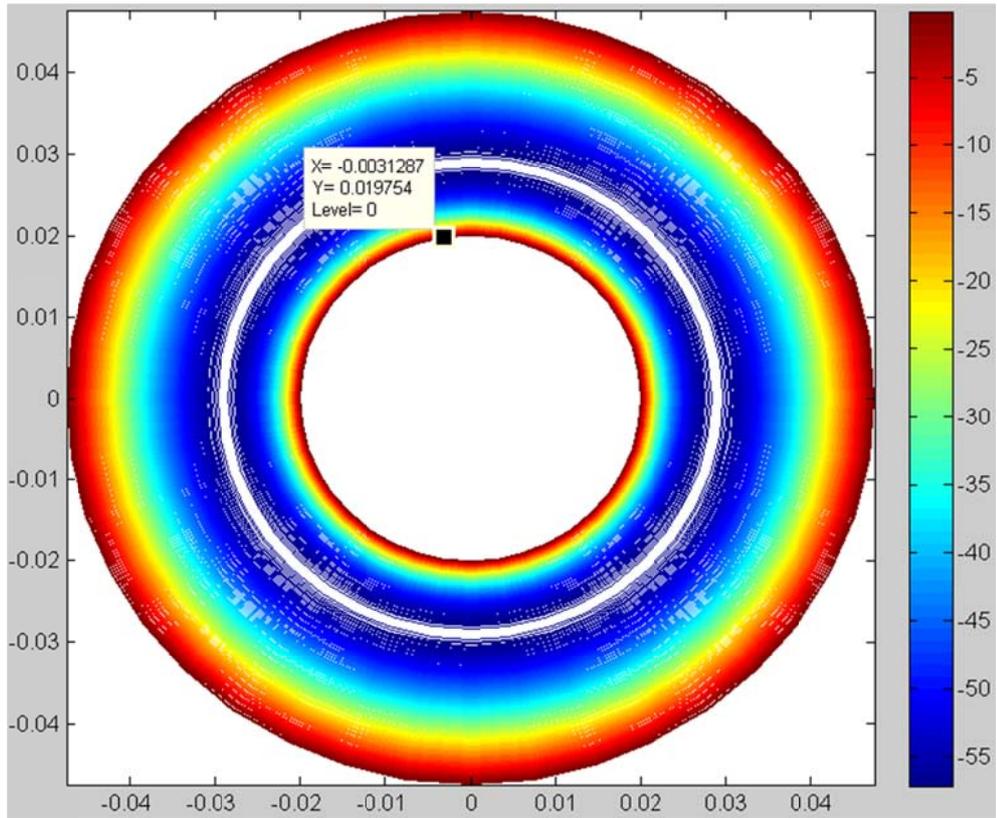


Рис. 16.3 Прямая труба, нагруженная температурным перепадом по толщине стенки. Радиальные напряжения, МПа

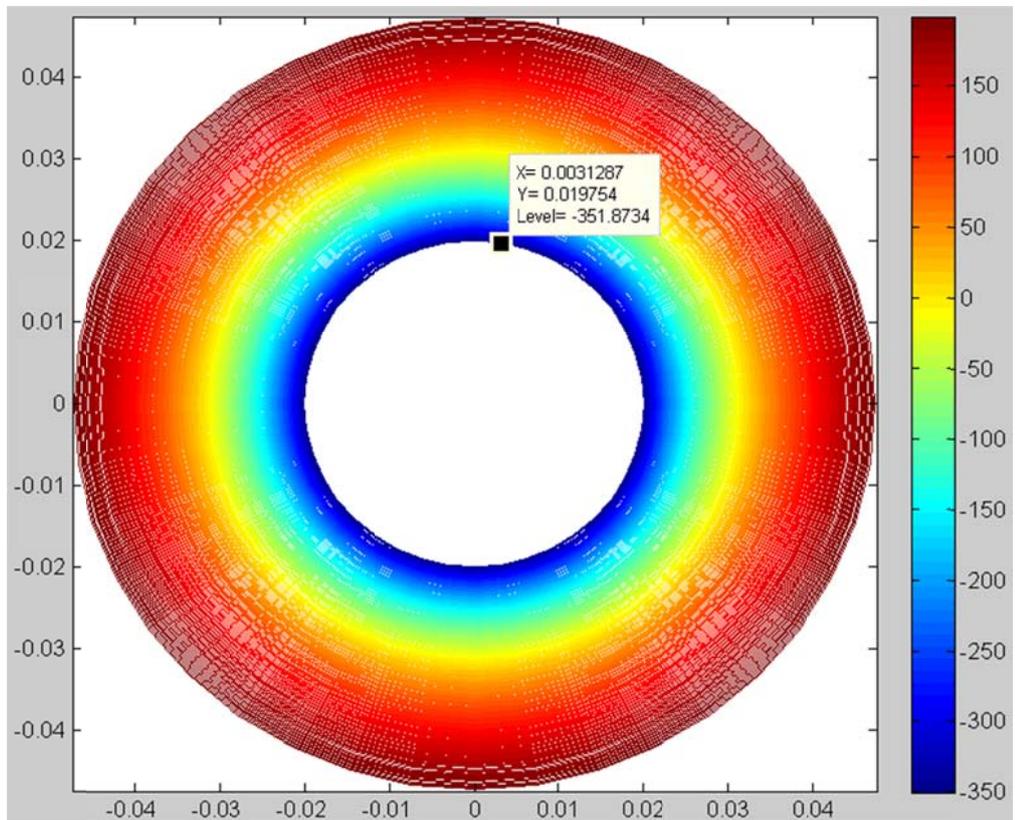


Рис. 16.4 Прямая труба, нагруженная температурным перепадом по толщине стенки. Тангенциальные напряжения, МПа

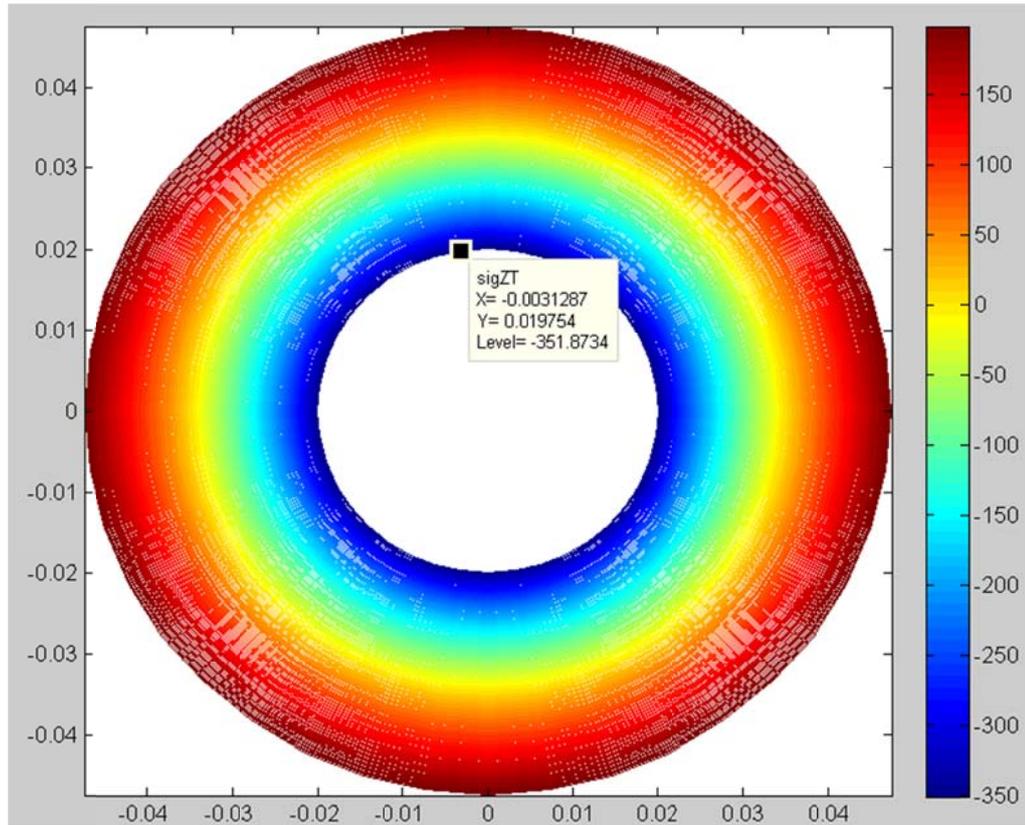


Рис. 16.5 Прямая труба, нагруженная температурным перепадом по толщине стенки. Осевые напряжения, МПа

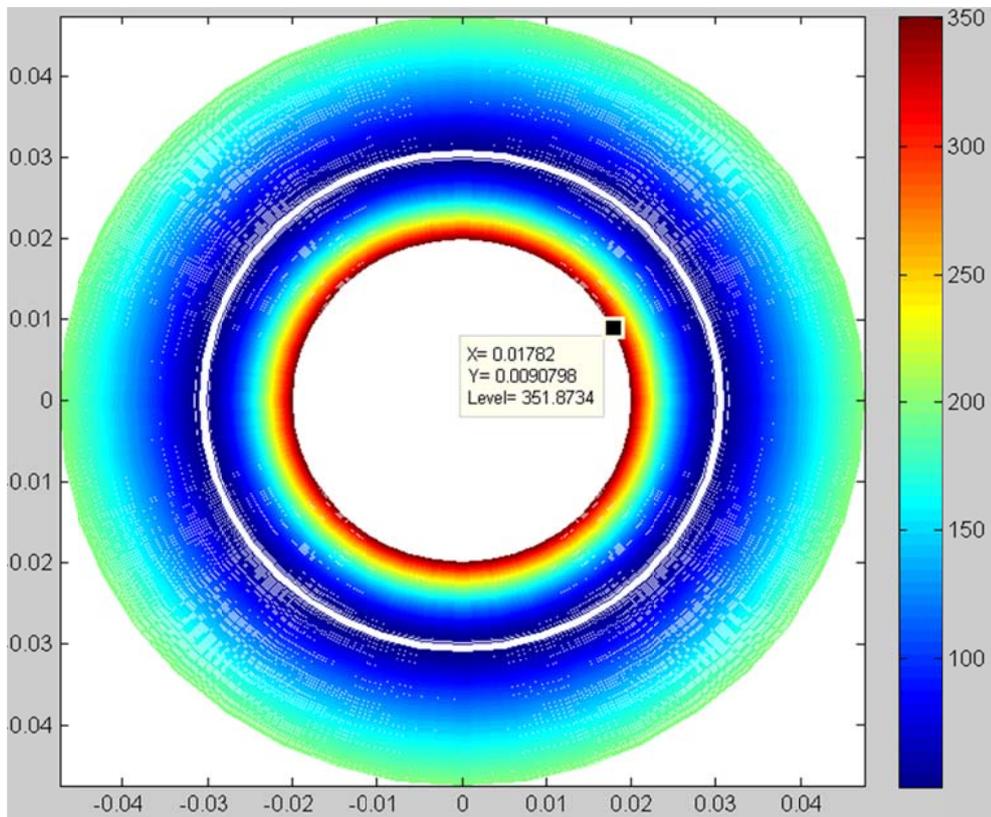
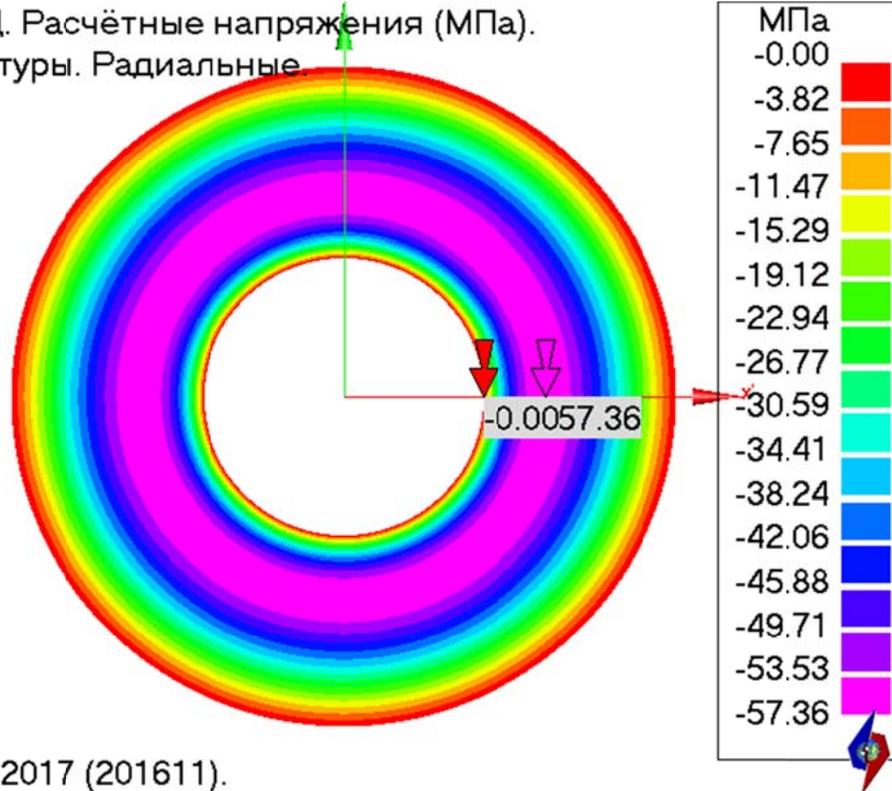


Рис. 16.6 Прямая труба, нагруженная температурным перепадом по толщине стенки. Эквивалентные напряжения, МПа

### 15.4.2 Численное решение в АСТРА-СВД

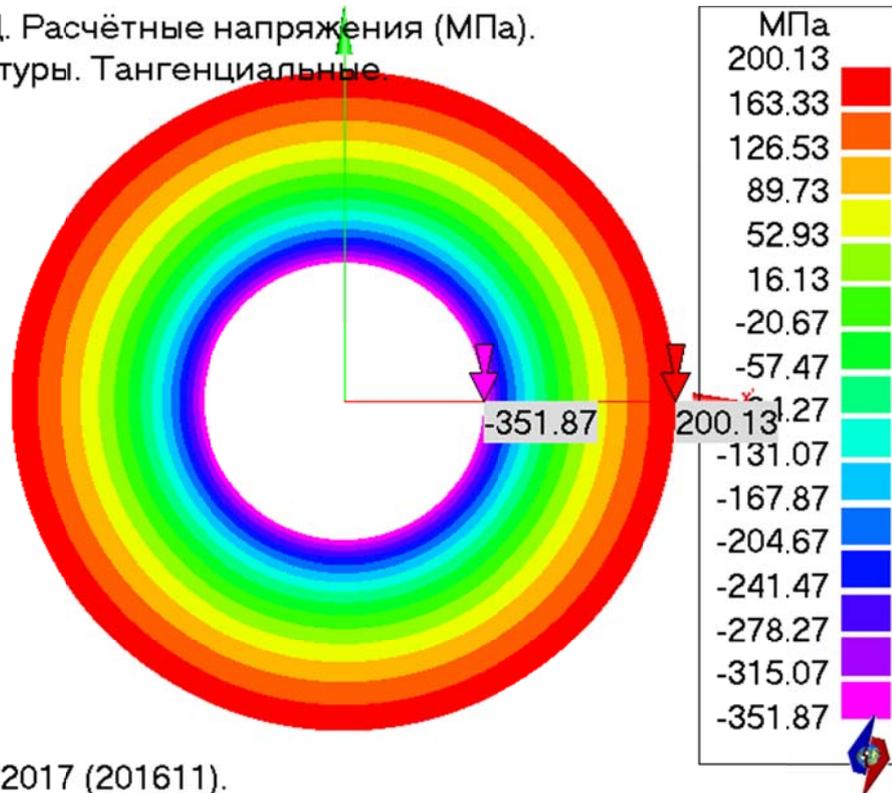
ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От температуры. Радиальные



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 16.7 Прямая труба, нагруженная температурным перепадом по толщине стенки. Радиальные напряжения, МПа

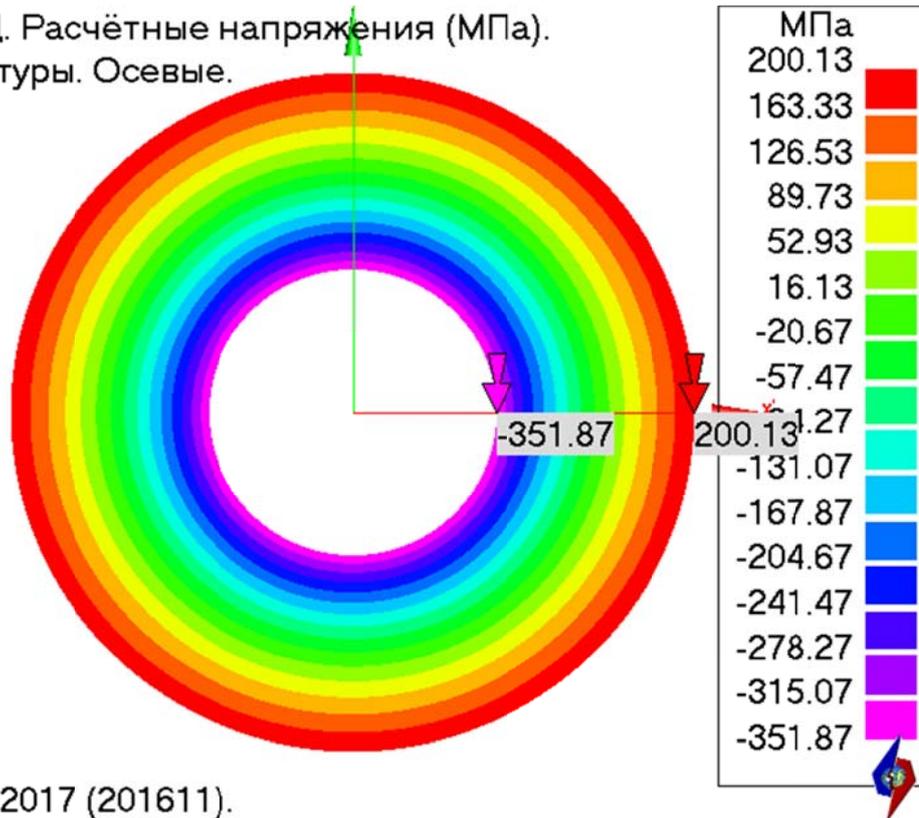
ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От температуры. Тангенциальные



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 16.8 Прямая труба, нагруженная температурным перепадом по толщине стенки. Тангенциальные напряжения, МПа

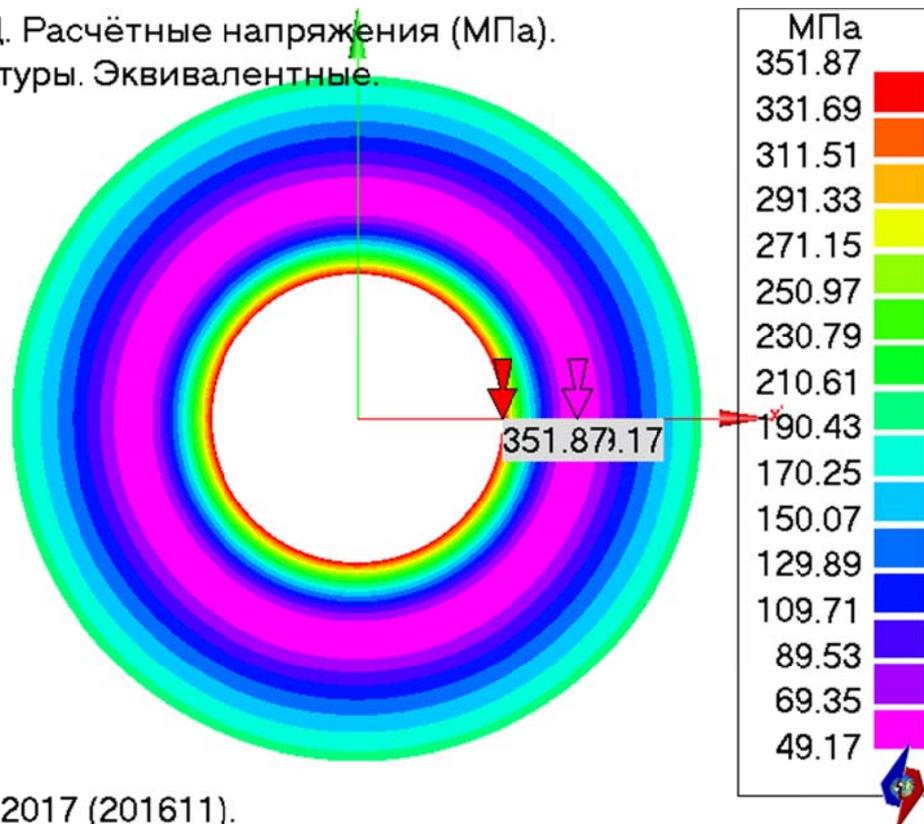
ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От температуры. Осевые.



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 16.9 Прямая труба, нагруженная температурным перепадом по толщине стенки. Осевые напряжения, МПа

ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От температуры. Эквивалентные.



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 16.10 Прямая труба, нагруженная температурным перепадом по толщине стенки. Эквивалентные напряжения, МПа

### 16.4.3 Сравнение результатов

Таблица 16.1

#### Сопоставление результатов (расчетных напряжений)

№ п/п	Напряжения	Поверхность детали					
		Наружная			Внутренняя		
		«ручной» расчет [1]	АСТРА- СВД	$\delta$ , %	«ручной» расчет [1]	АСТРА- СВД	$\delta$ , %
1	радиальные	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	тангенциальные	200,13	200,13	0,00	-351,87	-351,87	0,00
3	осевые	200,13	200,13	0,00	-351,87	-351,87	0,00
4	эквивалентные	200,13	200,13	0,00	-351,87	-351,87	0,00

### 16.5 Литература

- ГОСТ Р 55600-2013 Трубы и детали трубопроводов на давление свыше 100 до 320 МПа. Нормы и методы расчета на прочность. М.: Стандартиформ, 2015.

**Пример 17. Проверка правильности определения расчетных напряжений в элементах трубопровода (прямолинейная автофретированная труба под действием давления)**

<b>Источник(и)</b>	–
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС (определение напряжений)
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>Прямая труба, мертвая опора (заделка)</i>
<b>Входной файл</b>	<u>TEST17a.dat</u>

**17.1 Постановка задачи**

*Рассматривается* отрезок прямой толстостенной автофретированной трубы (рис. 17.1), находящийся под действием внутреннего давления.

*Требуется* определить эквивалентные напряжения  $\sigma_{\text{экв}}$  и компоненты напряжений  $\sigma_r$ ,  $\sigma_z$ ,  $\sigma_\theta$  (радиальные, осевые, кольцевые соответственно).

Провести сравнение с результатами «ручного» расчета по формулам, представленным в Нормам [1].

**17.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- номинальный наружный диаметр основной трубы  $D_a = 95$  мм;
- номинальная толщина стенки основной трубы  $s = 27,5$  мм;

*Граничные условия (опоры)*

- заземление (заделка) одного конца трубы, другой конец консольный, с заглушкой.

*Физико-механические характеристики*

- Предел текучести,  $R_{T/20} = 850$  МПа;

*Параметры нагрузки*

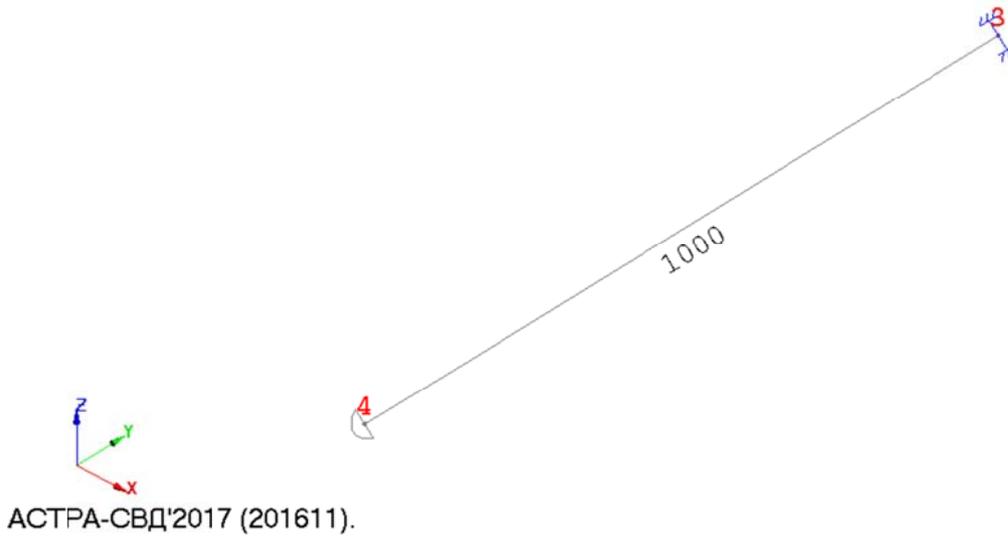
- внутреннее давление  $p = 275$  МПа;

### 17.3 Расчетная модель

Расчетная модель трубопровода (рис. 17.1) состоит из одного участка (суперэлемента). Общее количество элементов в схеме – 1.

*Осевое (нечетное) представление*

Исходный трубопровод



*Объемное (твердотельное) представление*

Исходный трубопровод

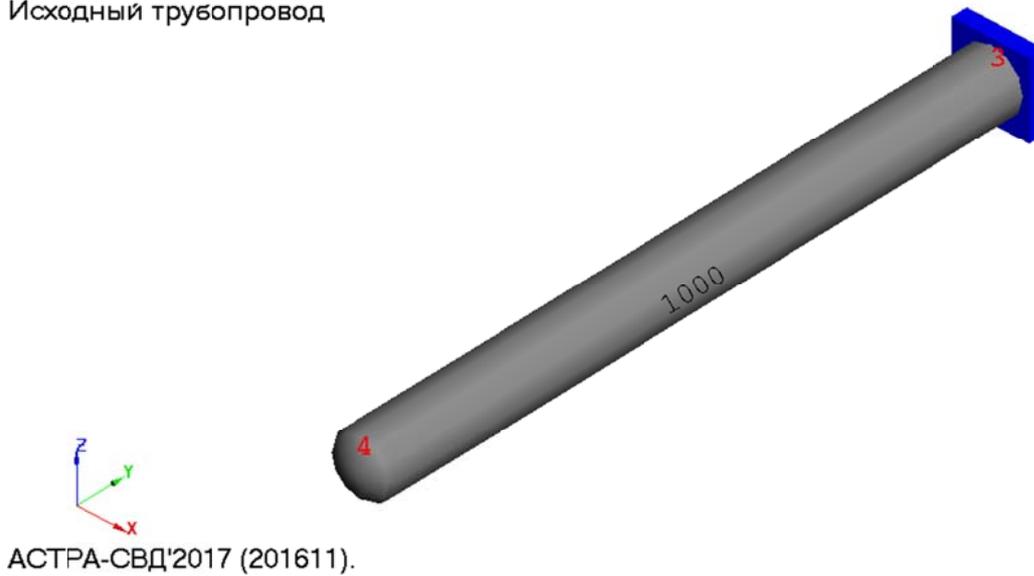


Рис. 17.1 Расчетная АСТРА-модель трубопровода (размеры – в мм)

## 17.4 Результаты

### 17.4.1 “Ручной” расчет по формулам, приведенным в нормах

Используются следующие обозначения, принятые в [1]:

$D_a$  – номинальный наружный диаметр поперечного сечения трубы;

$S$  – номинальная толщина стенки трубы;

$r_n$  – номинальный наружный диаметр поперечного сечения трубы;

$r_e$  – номинальный внутренний диаметр поперечного сечения трубы;

$$r_n = 0,5D_a = 0,5 \cdot 95 = 47,5 \text{ мм}$$

$$r_e = 0,5(D_a - 2S) = 0,5 \cdot (95 - 2 \cdot 27,5) = 20 \text{ мм}$$

Давление автофретирования вычислено по формулам, предложенным в [1].

Оптимальный радиус текучести:

$$r_T = r_B e^{\frac{\sqrt{3}p}{2R_{T/20}}} = 0,02 \cdot 2,718281^{\frac{\sqrt{3} \cdot 275}{2 \cdot 850}} = 0,02647 \text{ м}$$

Оптимальное давление автофретирования:

$$p_a = \frac{R_{T/20}}{\sqrt{3}} \left[ 2 \ln \frac{r_T}{r_B} + \frac{r_T^2}{r_B^2} + 1 \right] = \frac{850}{\sqrt{3}} \left[ 2 \ln \frac{0,02647}{0,02} + \frac{0,02647^2}{0,0475^2} + 1 \right] = 613,38 \text{ МПа}$$

Для расчёта напряжений во всех точках сечения детали использовался программный комплекс MATLAB:

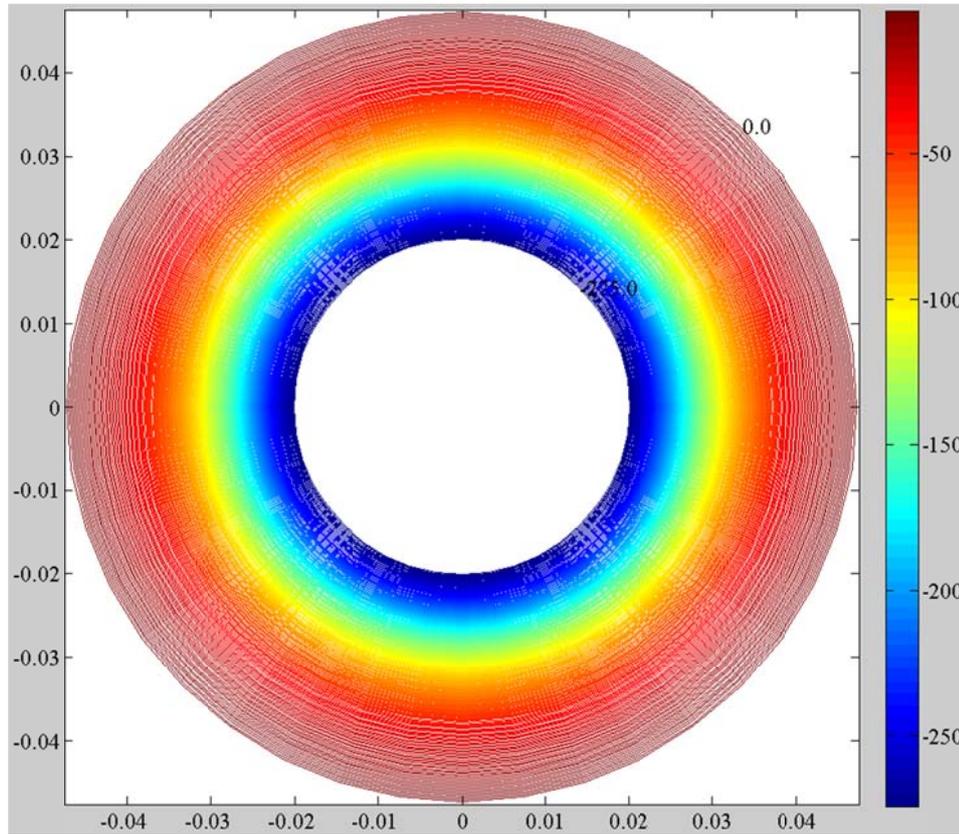


Рис. 17.2 Прямая автофретированная труба, нагруженная внутренним давлением. Радиальные напряжения, МПа

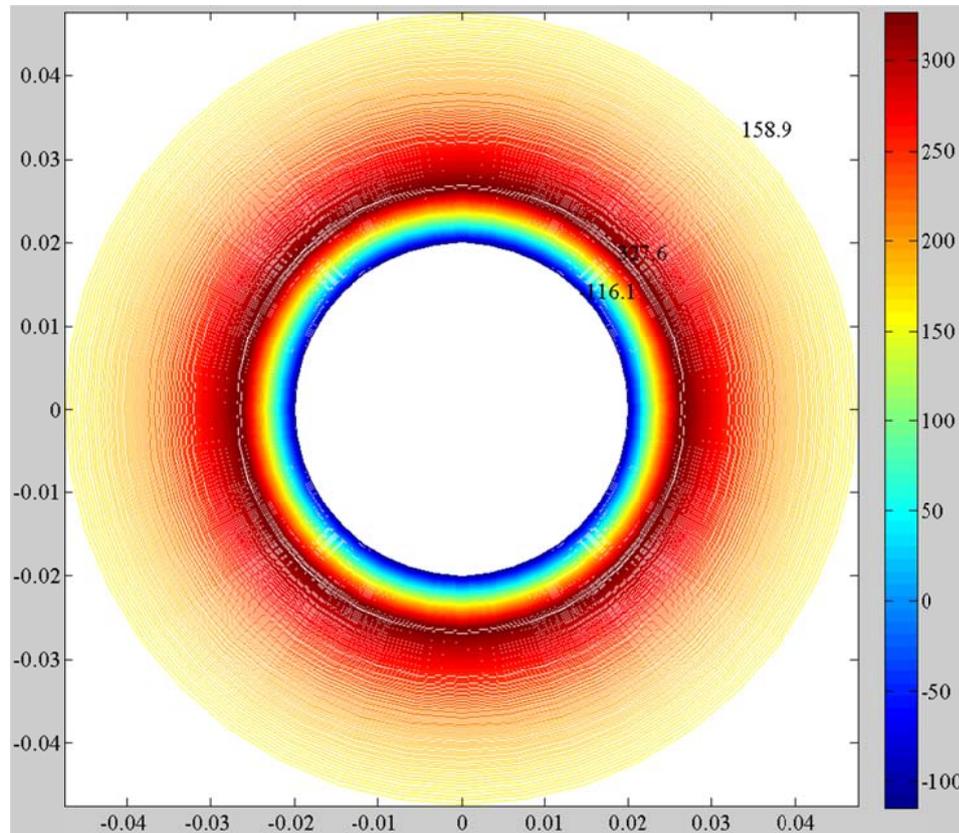


Рис. 17.3 Прямая автофретированная труба, нагруженная внутренним давлением. Тангенциальные напряжения, МПа

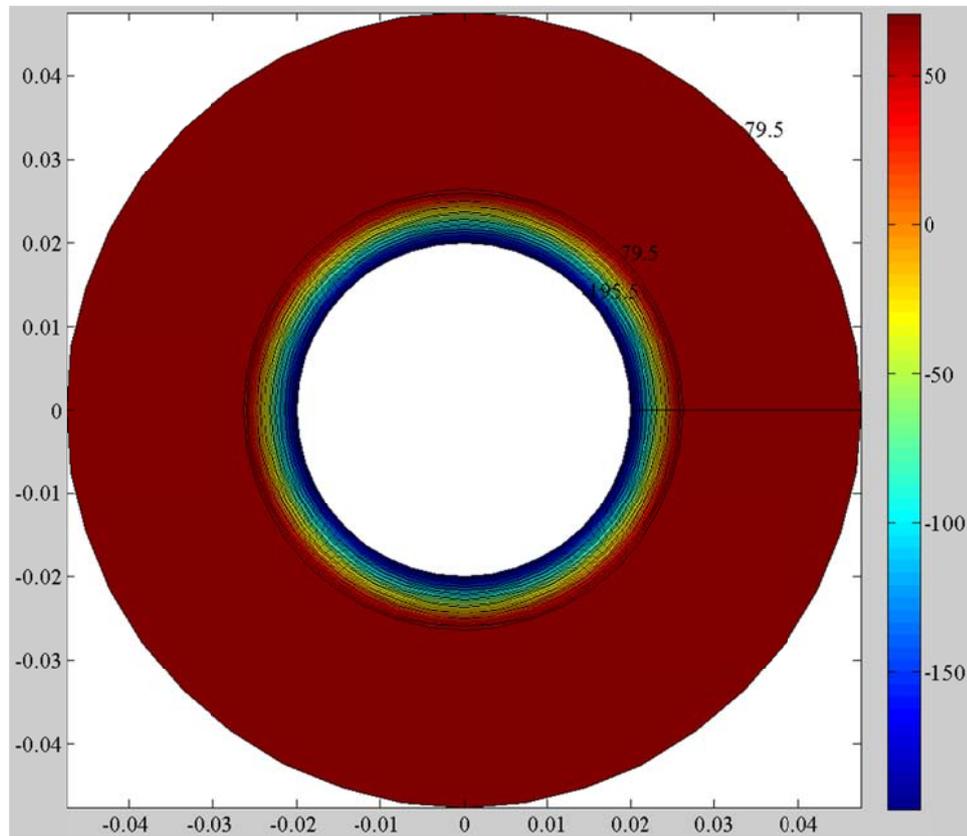


Рис. 17.4 Прямая автофретированная труба, нагруженная внутренним давлением. Осьевые напряжения, МПа

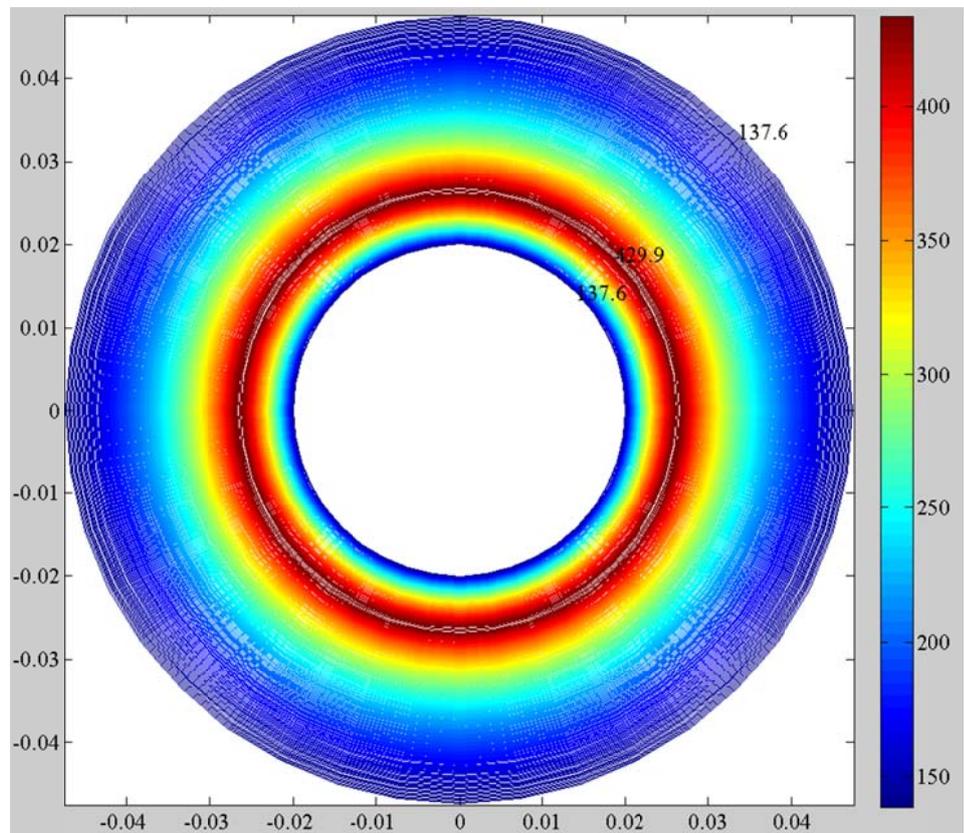
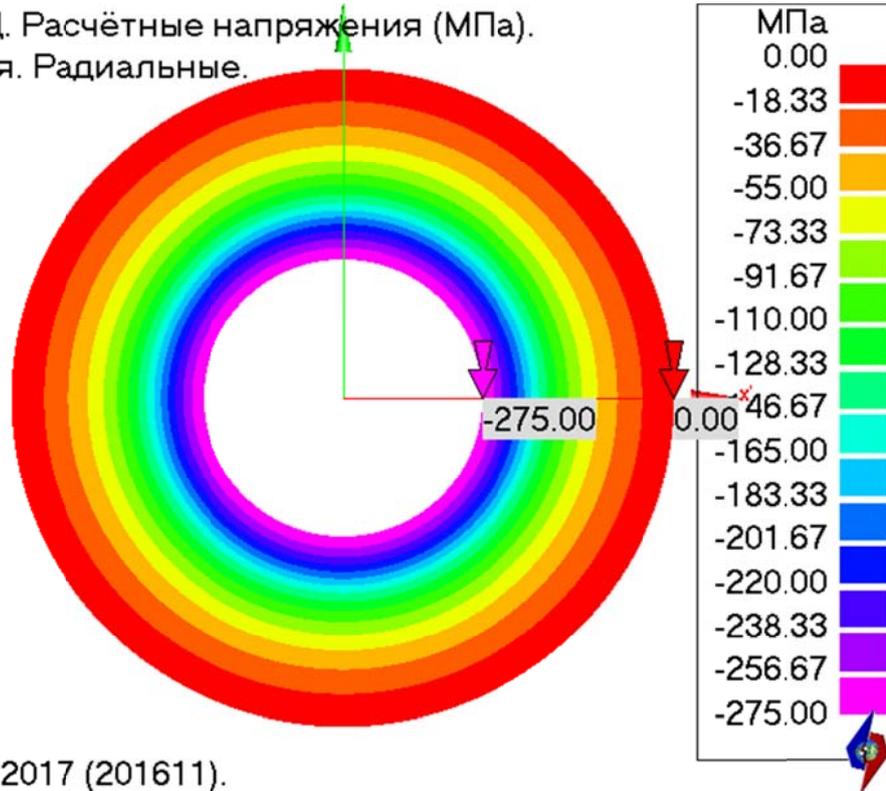


Рис. 17.5 Прямая автофретированная труба, нагруженная внутренним давлением. Эквивалентные напряжения, МПа

### 15.4.2 Численное решение в АСТРА-СВД

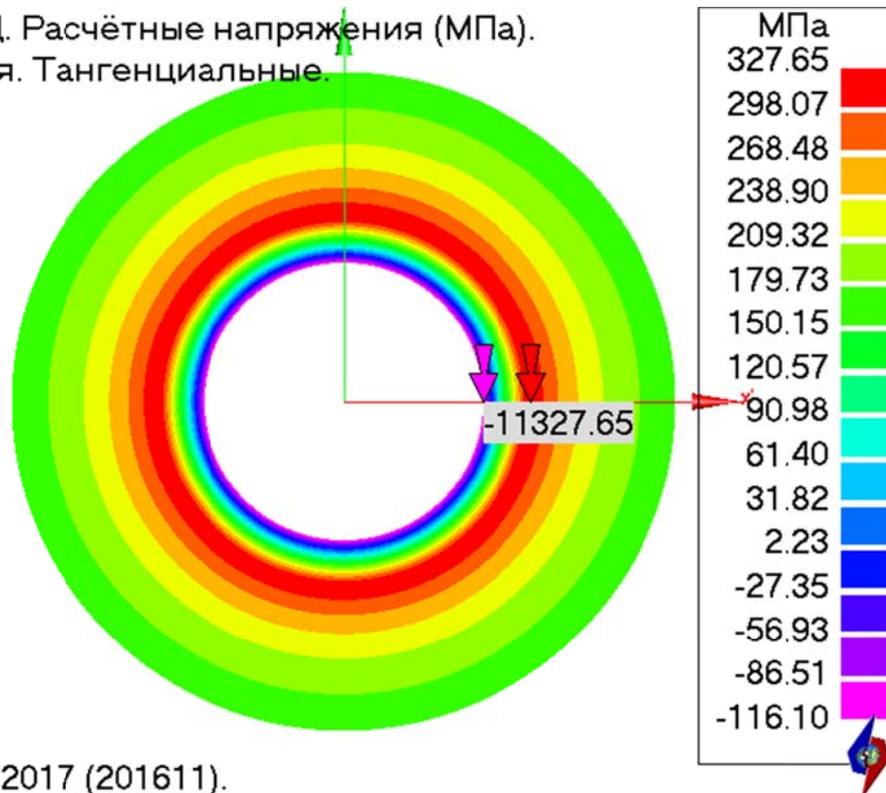
ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Радиальные.



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 17.6 Автофретированная прямая труба, нагруженная внутренним давлением. Радиальные напряжения, МПа

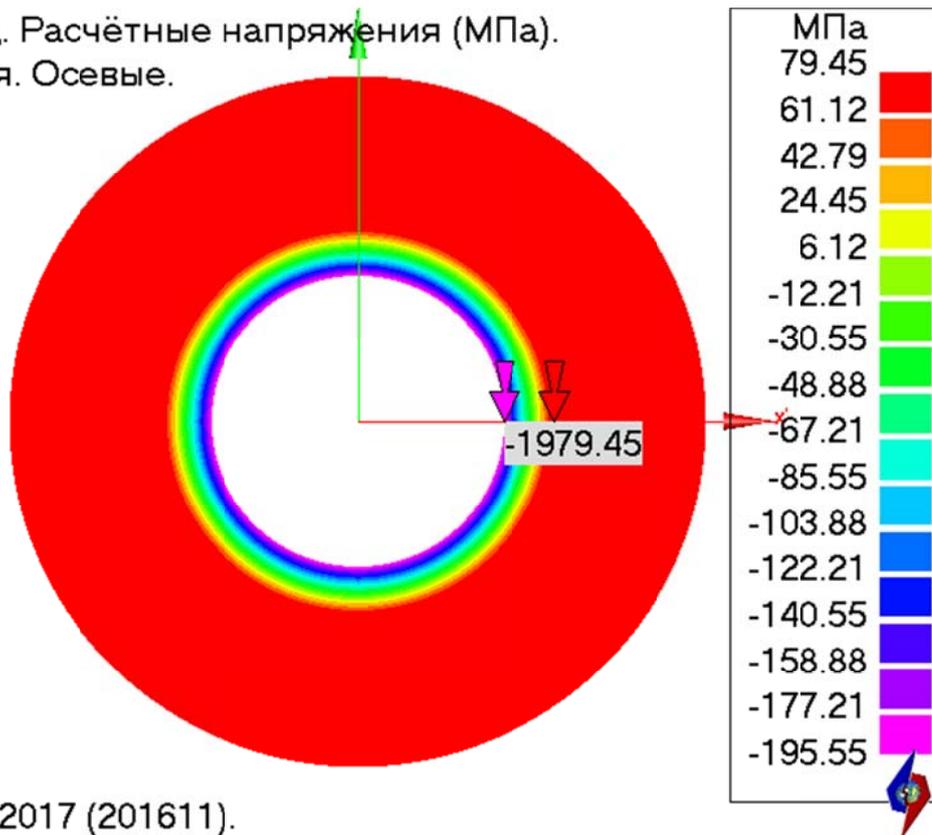
ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Тангенциальные.



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 17.7 Автофретированная прямая труба, нагруженная внутренним давлением. Тангенциальные напряжения, МПа

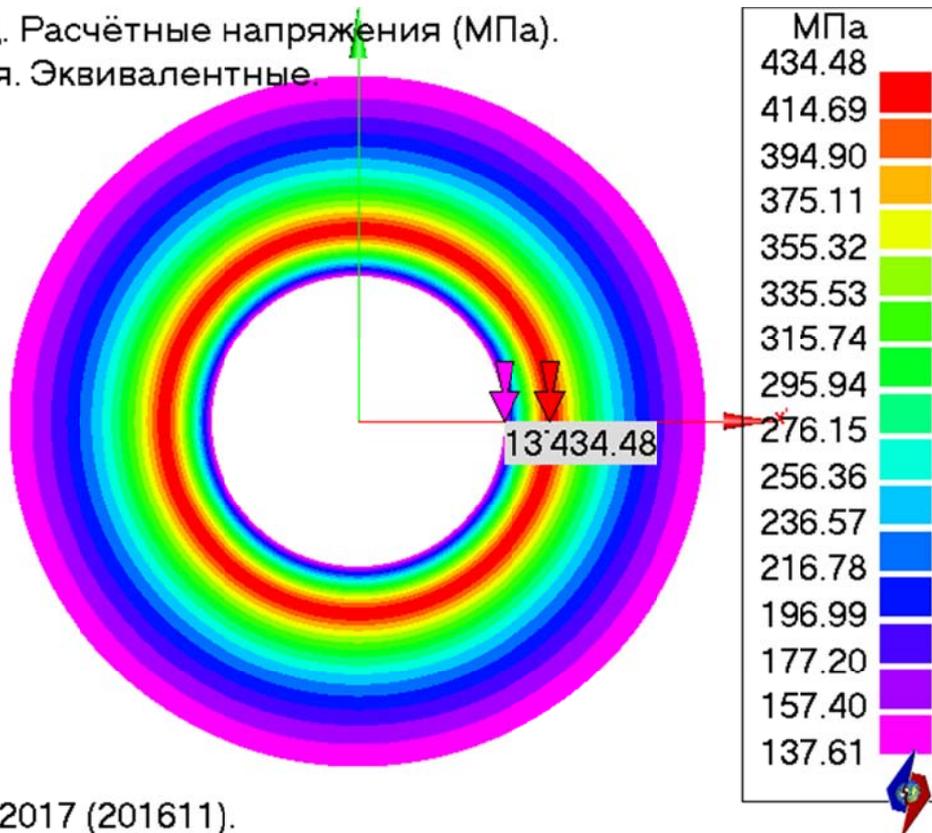
ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Осевые.



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 17.8 Автофретированная прямая труба, нагруженная внутренним давлением. Осевые напряжения, МПа

ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Эквивалентные.



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 17.9 Автофретированная прямая труба, нагруженная внутренним давлением. Эквивалентные напряжения, МПа

### 17.4.3 Сравнение результатов

Таблица 17.1

Сопоставление результатов (расчетных напряжений)

№ п/ п	Напряжения	Поверхность детали						Зона радиуса текучести		
		Наружная			Внутренняя					
		«ручной» расчет [1]	АСТРА- СВД	δ, %	«ручной» расчет [1]	АСТРА- СВД	δ, %	«ручной» расчет [1]	АСТРА- СВД	δ, %
1	радиальные	0	0	0	-275	-275	0	-	-	-
2	тангенциальные	158,9	158,9	0	-116,1	-116,1	0	327,6	327,6	0
3	осевые	79,5	79,5	0	-195,5	-195,5	0	-	-	-
4	эквивалентные	137,6	137,6	0	137,6	137,6	0	429,9	429,9	0

### 17.5 Литература

- ГОСТ Р 55600-2013 Трубы и детали трубопроводов на давление свыше 100 до 320 МПа. Нормы и методы расчета на прочность. М.: Стандартинформ, 2015.

**Пример 18. Проверка правильности определения расчетных напряжений в элементах трубопровода (криволинейная труба под действием давления)**

<b>Источник(и)</b>	–
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС (определение напряжений)
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>Криволинейная труба, мертвая опора (заделка)</i>
<b>Входной файл</b>	TEST18a.dat

**18.1 Постановка задачи**

*Рассматривается* отрезок криволинейной толстостенной трубы (рис. 18.1), находящийся под действием внутреннего давления

*Требуется* определить эквивалентные напряжения  $\sigma_{экв}$  и компоненты напряжений  $\sigma_r$ ,  $\sigma_z$ ,  $\sigma_\theta$  (радиальные, осевые, кольцевые соответственно).

Провести сравнение с результатами «ручного» расчета по формулам, представленным в Нормах [1].

**18.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- номинальный наружный диаметр трубы  $D_a = 95$  мм;
- номинальная толщина стенки трубы  $s = 27,5$  мм;
- радиус гiba  $R = 100$  мм;

*Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) одного конца трубы, другой конец консольный, с заглушкой.

*Параметры нагрузки*

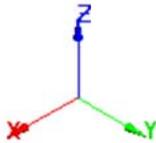
- внутреннее давление  $p = 275$  МПа;

### 18.3 Расчетная модель

Расчетная модель трубопровода (рис. 18.1) состоит из одного участка (суперэлемента). Общее количество элементов в схеме – 1.

*Осевое (нитоное) представление*

Исходный трубопровод

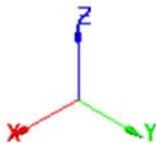
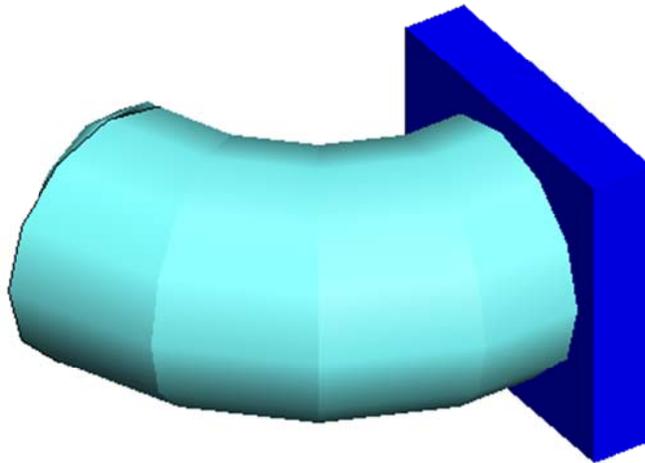


АСТРА-СВД'2017 (201611).



*Объемное (твердотельное) представление*

Исходный трубопровод



АСТРА-СВД'2017 (201611).



Рис. 18.1 Расчетная АСТРА-модель трубопровода (размеры – в мм)

## **18.4 Результаты**

### ***18.4.1 “Ручной” расчет по формулам, приведенным в нормах***

Для расчёта напряжений во всех точках сечения детали использовался программный комплекс MATLAB

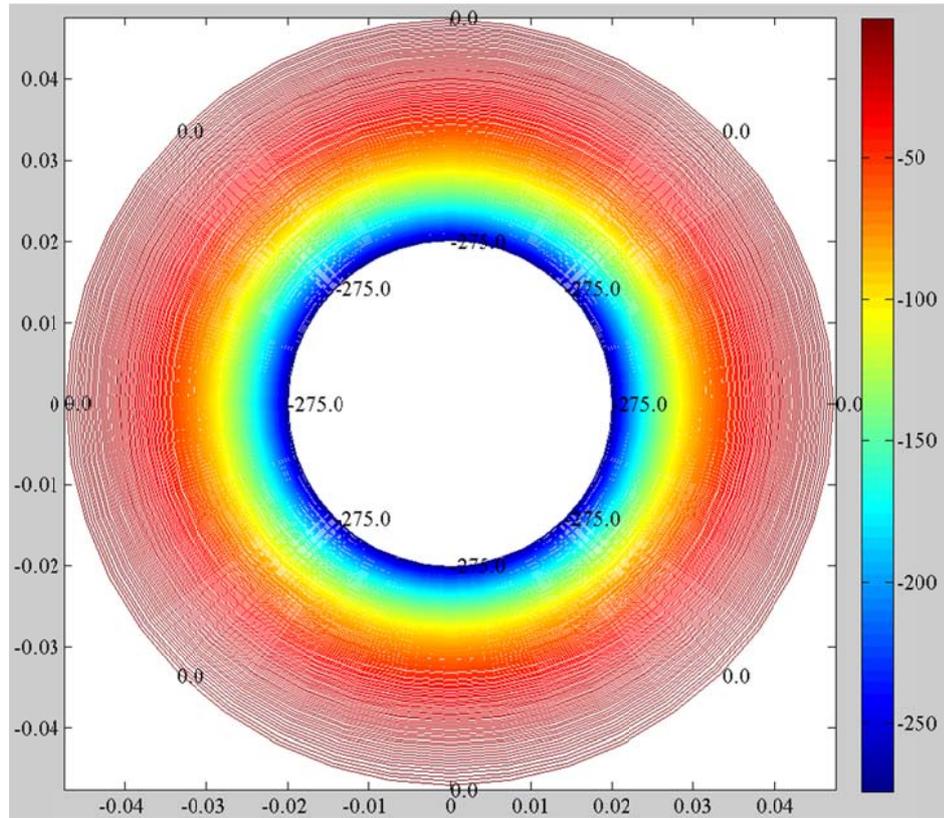


Рис. 18.2 Криволинейная труба, нагруженная внутренним давлением. Радиальные напряжения, МПа

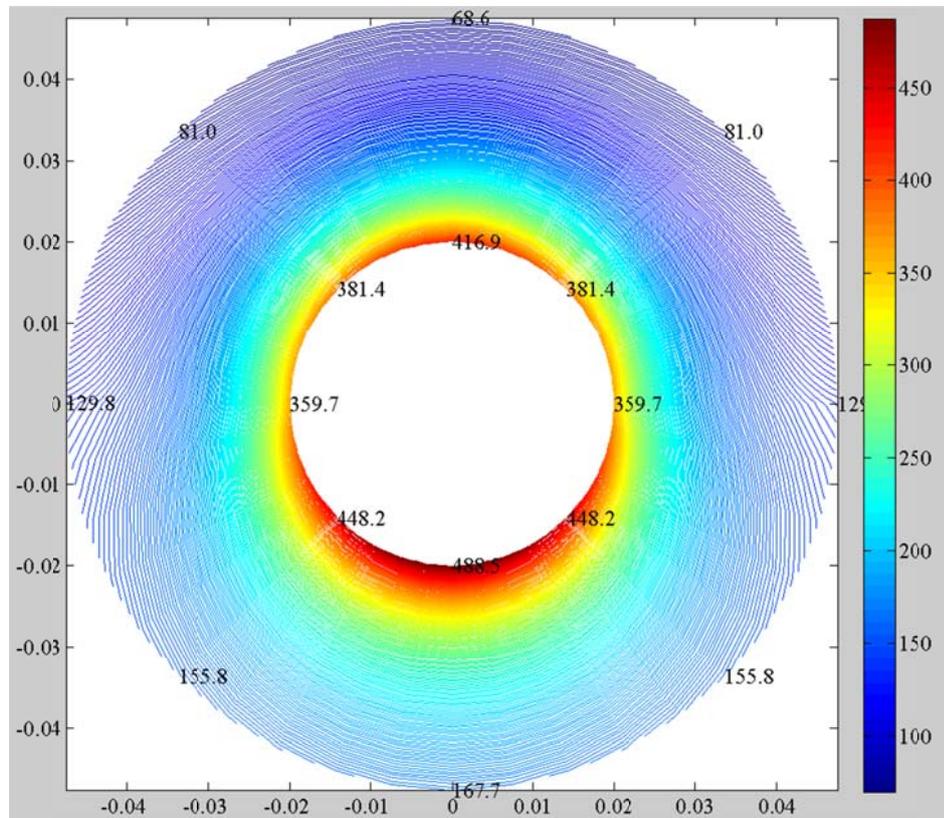


Рис. 18.3 Криволинейная труба, нагруженная внутренним давлением. Тангенциальные напряжения, МПа

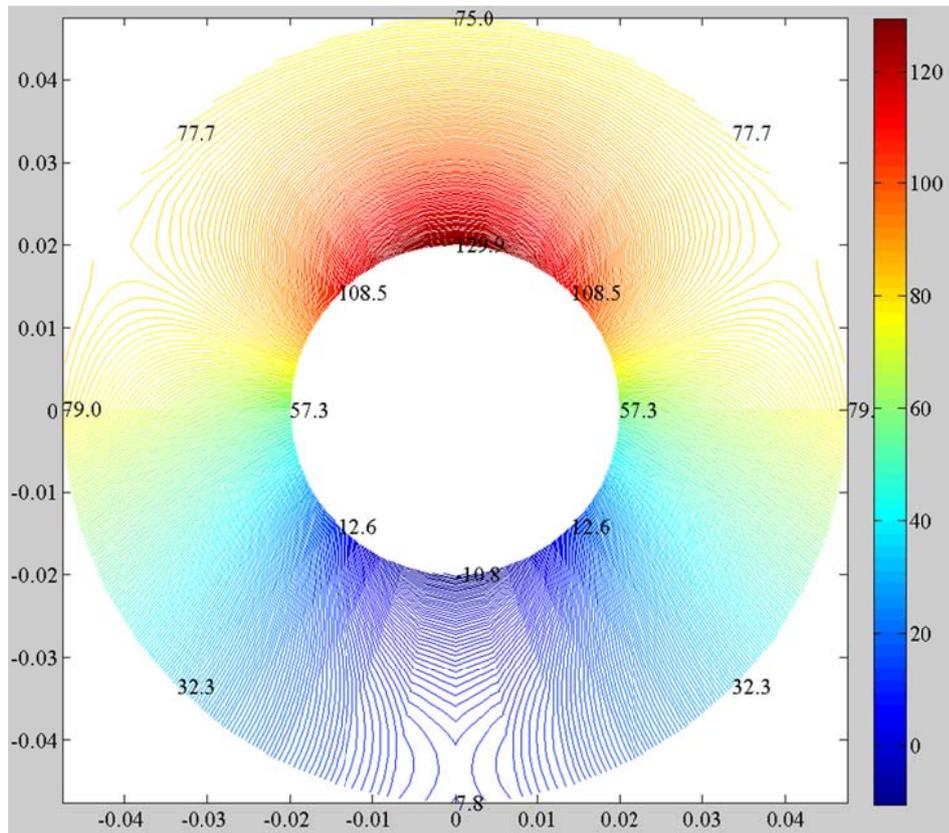


Рис. 18.4 Криволинейная труба, нагруженная внутренним давлением. Осевые напряжения, МПа

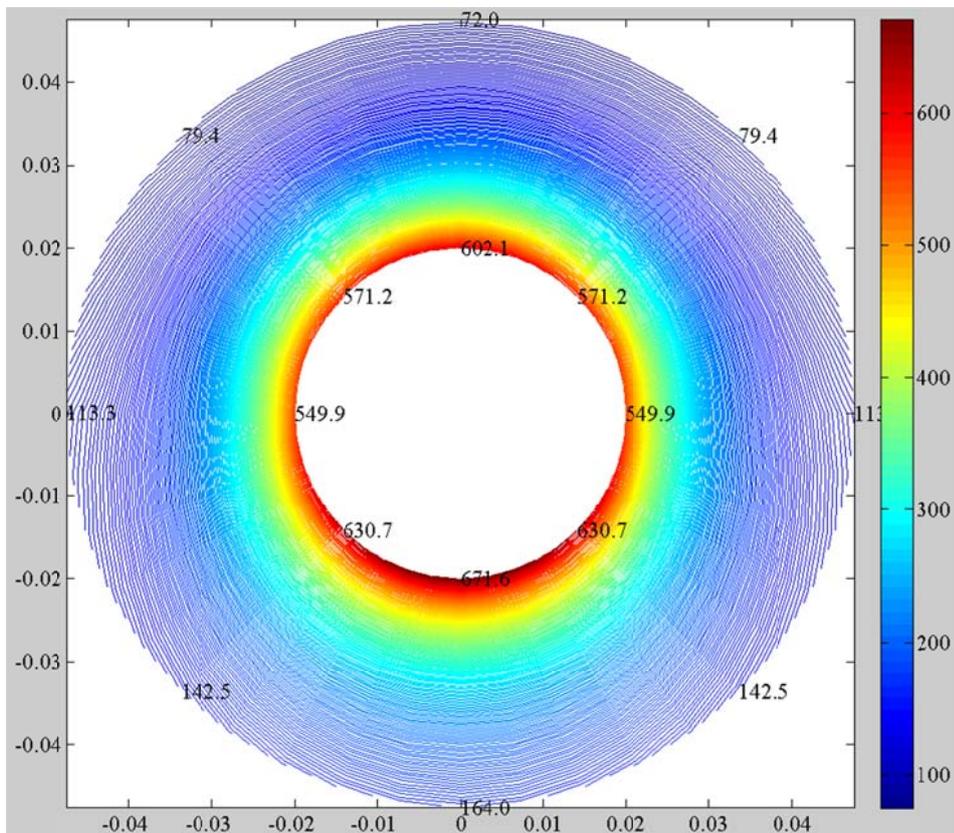
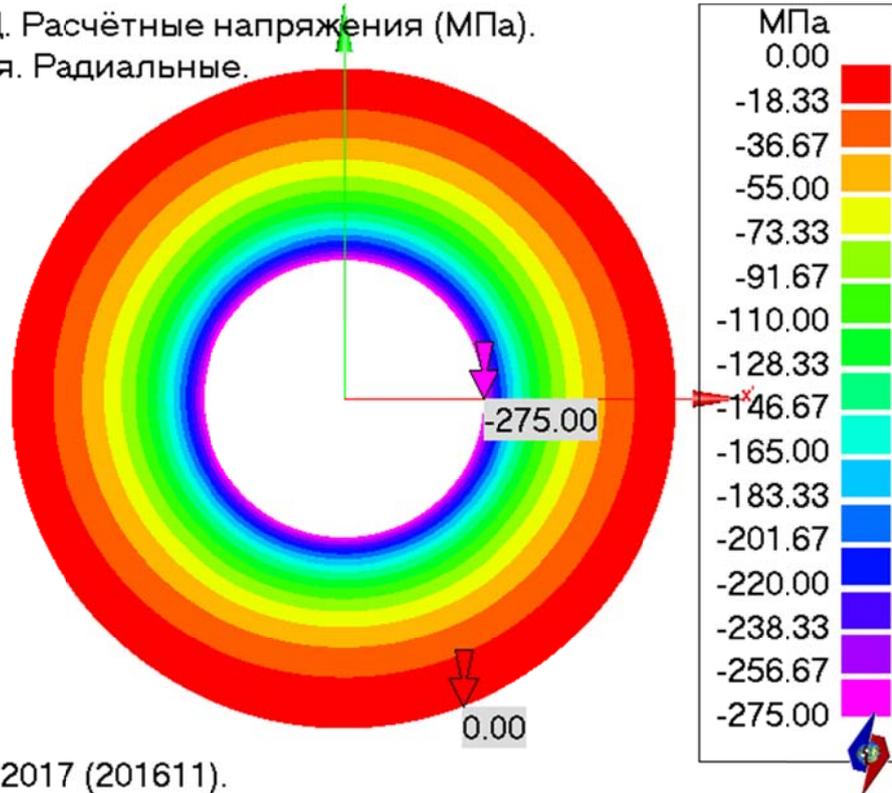


Рис. 18.5 Криволинейная труба, нагруженная внутренним давлением. Эквивалентные напряжения, МПа

### 18.4.2 Численное решение в АСТРА-СВД

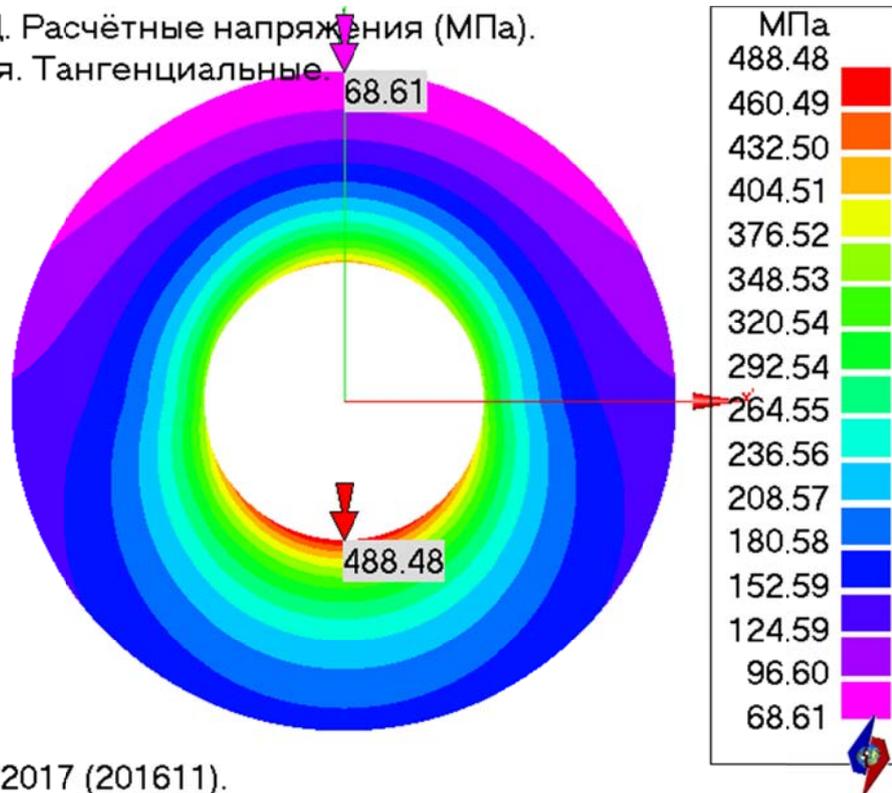
ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Радиальные.



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 18.6 Криволинейная труба, нагруженная внутренним давлением. Радиальные напряжения, МПа

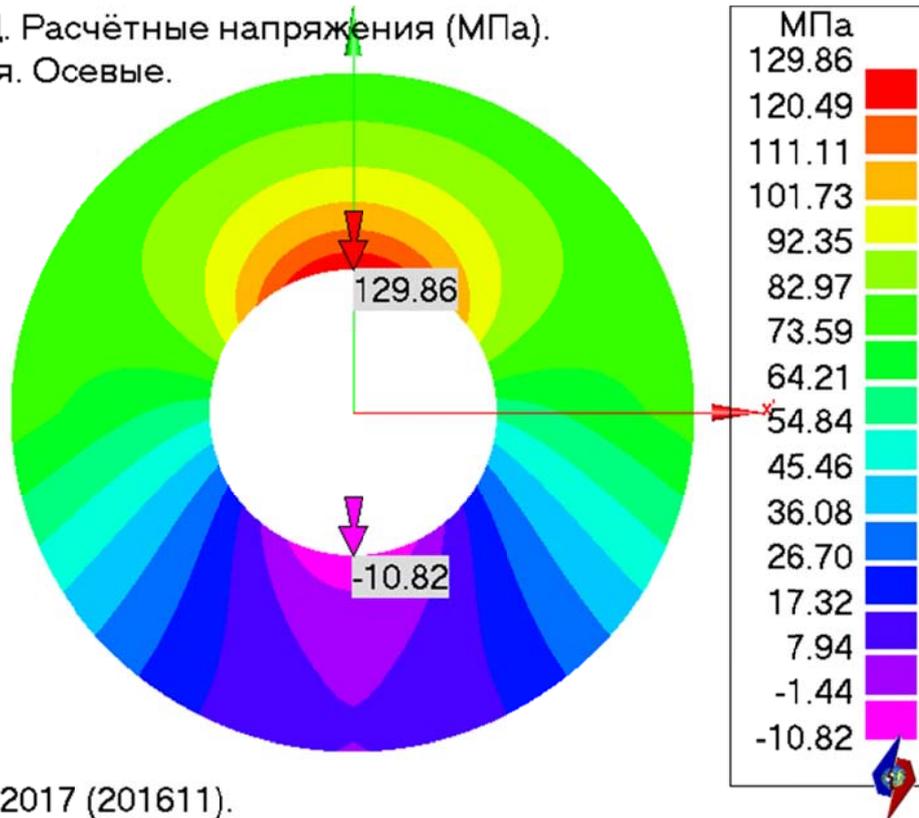
ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Тангенциальные.



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 18.7 Криволинейная труба, нагруженная внутренним давлением. Тангенциальные напряжения, МПа

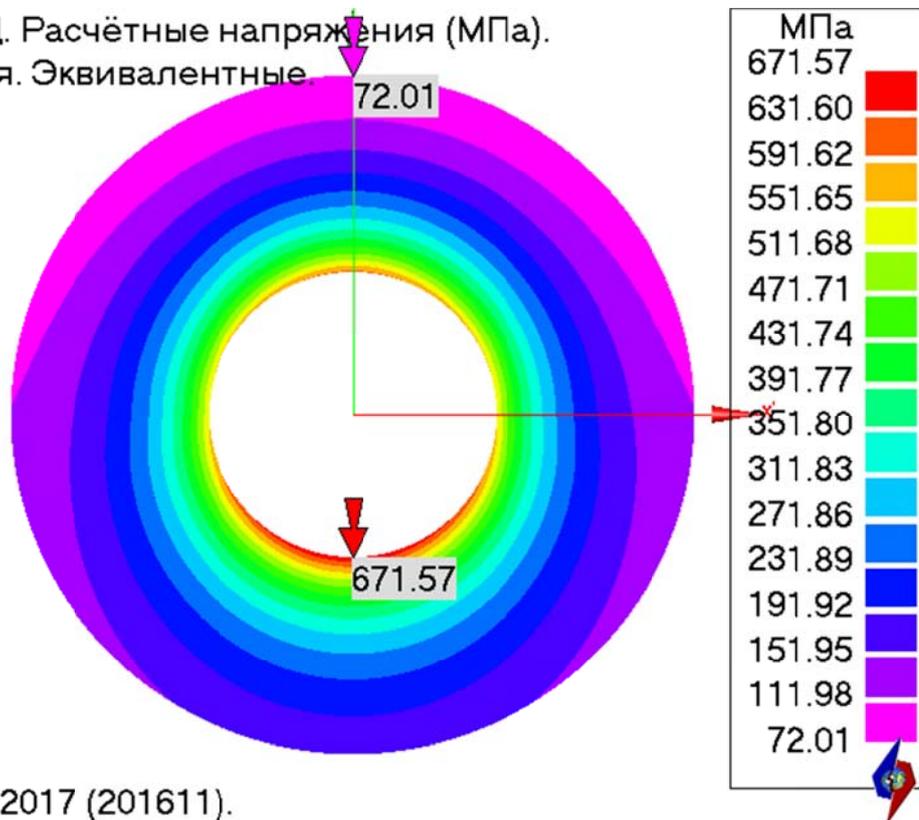
ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Осевые.



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 18.8 Криволинейная труба, нагруженная внутренним давлением. Осевые напряжения, МПа

ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Эквивалентные.



АСТРА-СВД'2017 (201611).

Рис. 18.9 Криволинейная труба, нагруженная внутренним давлением. Эквивалентные напряжения, МПа

### 18.4.3 Сравнение результатов

Таблица 18.1

#### Сопоставление результатов (расчетных напряжений)

№ п/п	Напряжения	Поверхность детали					
		Наружная			Внутренняя		
		«ручной» расчет [1]	АСТРА- СВД	$\delta$ , %	«ручной» расчет [1]	АСТРА- СВД	$\delta$ , %
1	радиальные	0,00	0,00	0,00	-275,0	-275,0	0,00
2	тангенциальные	167,7	167,7	0,00	488,5	488,5	0,00
3	осевые	79,0	79,0	0,00	129,9	129,9	0,00
4	эквивалентные	164,0	164,0	0,00	671,6	671,6	0,00

### 18.5 Литература

- ГОСТ Р 55600-2013 Трубы и детали трубопроводов на давление свыше 100 до 320 МПа. Нормы и методы расчета на прочность. М.: Стандартиформ, 2015.

**Пример 19. Проверка правильности определения расчетных напряжений в элементах трубопровода (криволинейная автофретированная труба под действием давления)**

<b>Источник(и)</b>	–
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС (определение напряжений)
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>Криволинейная труба, мертвая опора (заделка)</i>
<b>Входной файл</b>	<u>TEST19a.dat</u>

**19.1 Постановка задачи**

*Рассматривается* отрезок криволинейной толстостенной автофретированной трубы (рис. 19.1), находящийся под действием внутреннего давления

*Требуется* определить эквивалентные напряжения  $\sigma_{\text{экв}}$  и компоненты напряжений  $\sigma_r$ ,  $\sigma_z$ ,  $\sigma_\theta$  (радиальные, осевые, кольцевые соответственно).

Провести сравнение с результатами «ручного» расчета по формулам, представленным в Нормам [1].

**19.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- номинальный наружный диаметр трубы  $D_a = 95$  мм;
- номинальная толщина стенки трубы  $s = 27,5$  мм;
- радиус гiba  $R = 100$  мм;

*Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) одного конца трубы, другой конец консольный, с заглушкой.

*Физико-механические характеристики*

- Предел текучести,  $R_{T/20} = 850$  МПа;

*Параметры нагрузки*

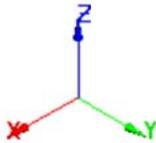
- внутреннее давление  $p = 275$  МПа;

### 19.3 Расчетная модель

Расчетная модель трубопровода (рис. 19.1) состоит из одного участка (суперэлемента). Общее количество элементов в схеме – 1.

*Осевое (нитоное) представление*

Исходный трубопровод

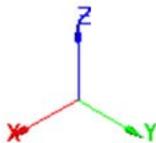
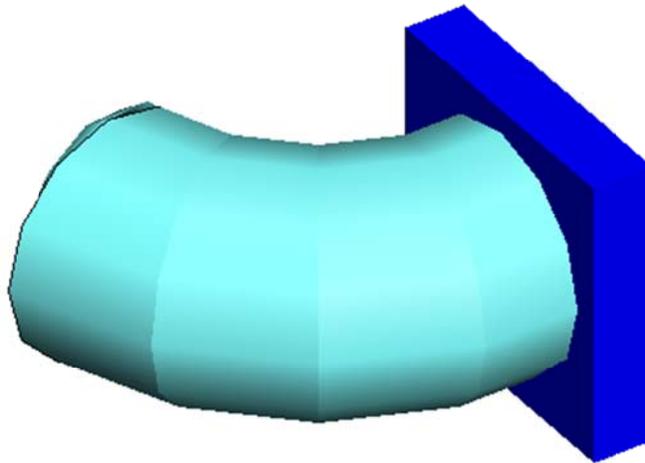


АСТРА-СВД'2017 (201611).



*Объемное (твердотельное) представление*

Исходный трубопровод



АСТРА-СВД'2017 (201611).



Рис. 19.1 Расчетная АСТРА-модель трубопровода (размеры – в мм)

## 19.4 Результаты

### 19.4.1 “Ручной” расчет по формулам, приведенным в нормах

Используются следующие обозначения, принятые в [1]:

$D_a$  – номинальный наружный диаметр поперечного сечения трубы;

$S$  – номинальная толщина стенки трубы;

$r_n$  – номинальный наружный диаметр поперечного сечения трубы;

$r_e$  – номинальный внутренний диаметр поперечного сечения трубы;

$$r_n = 0,5D_a = 0,5 \cdot 95 = 47,5 \text{ мм}$$

$$r_e = 0,5(D_a - 2S) = 0,5 \cdot (95 - 2 \cdot 27,5) = 20 \text{ мм}$$

Давление автофретирования вычислено по формулам, предложенным в [1].

Оптимальный радиус текучести:

$$r_T^* = r_B e^{\frac{\sqrt{3}p}{2R_{T/20}}} = 0,02 \cdot 2,718281^{\frac{\sqrt{3} \cdot 275}{2 \cdot 850}} = 0,02647 \text{ м}$$

Оптимальное давление автофретирования:

$$p_a = \frac{R_{T/20}}{\sqrt{3}} \left[ 2 \ln \frac{r_T}{r_B} + \frac{r_T^2}{r_B^2} + 1 \right] = \frac{850}{\sqrt{3}} \left[ 2 \ln \frac{0,02647}{0,02} + \frac{0,02647^2}{0,0475^2} + 1 \right] = 613,38 \text{ МПа}$$

Для расчёта напряжений во всех точках использовался программный комплекс MATLAB

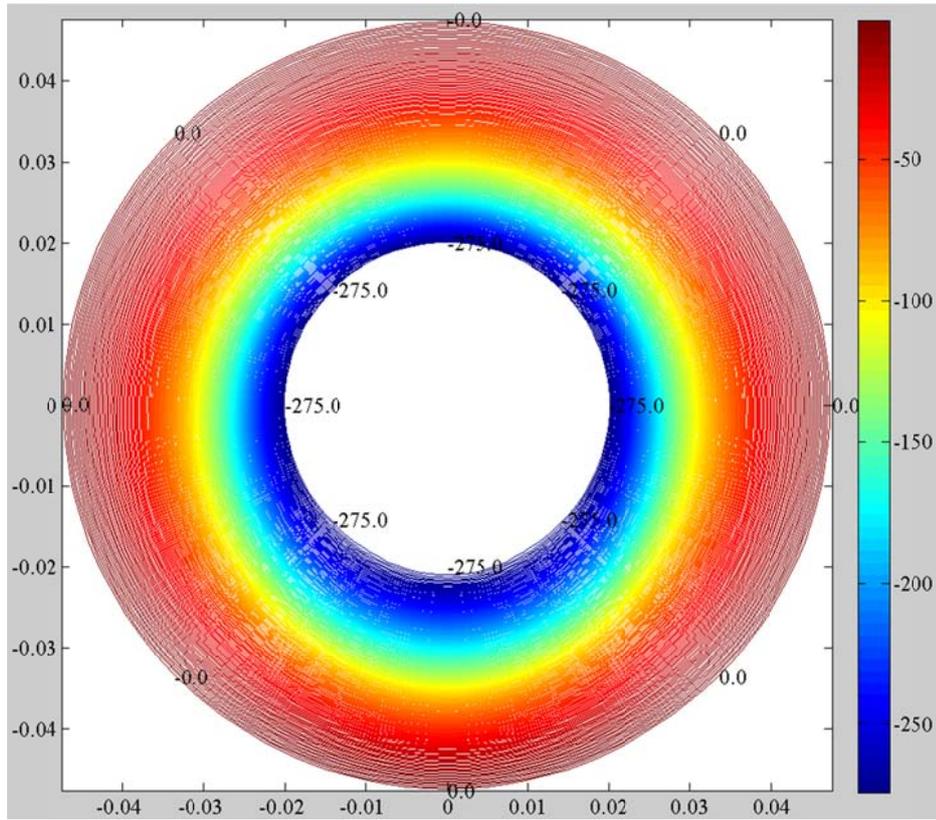


Рис. 19.2 Криволинейная автофретированная труба, нагруженная внутренним давлением. Радиальные напряжения, МПа

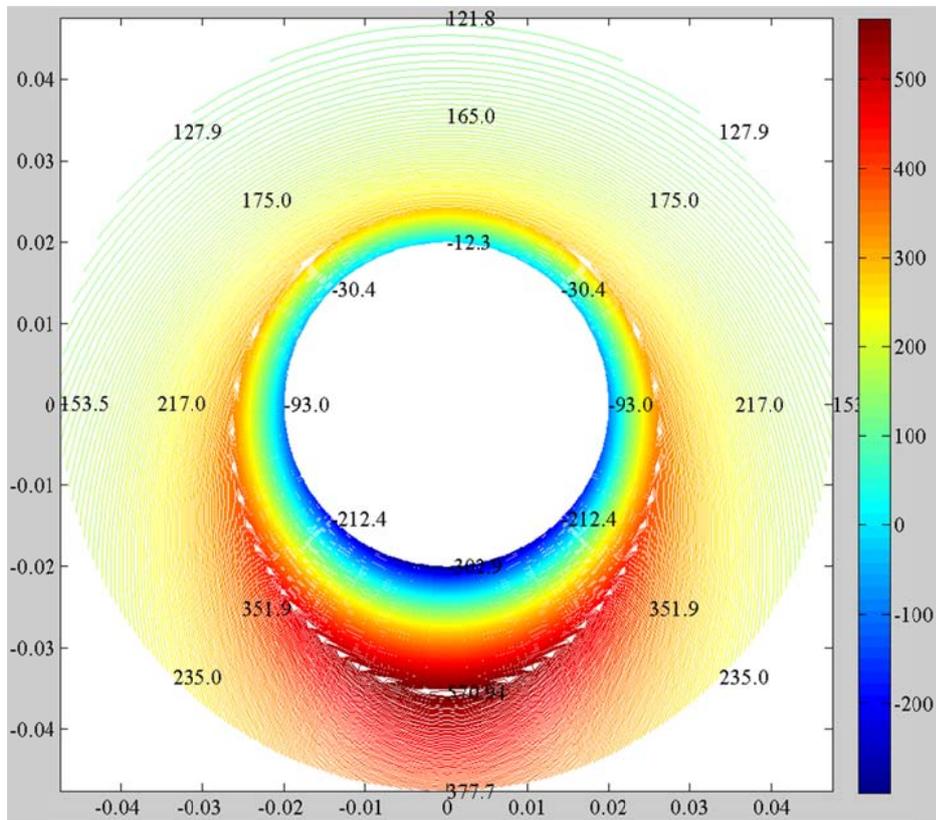


Рис. 19.3 Криволинейная автофретированная труба, нагруженная внутренним давлением. Тангенциальные напряжения, МПа

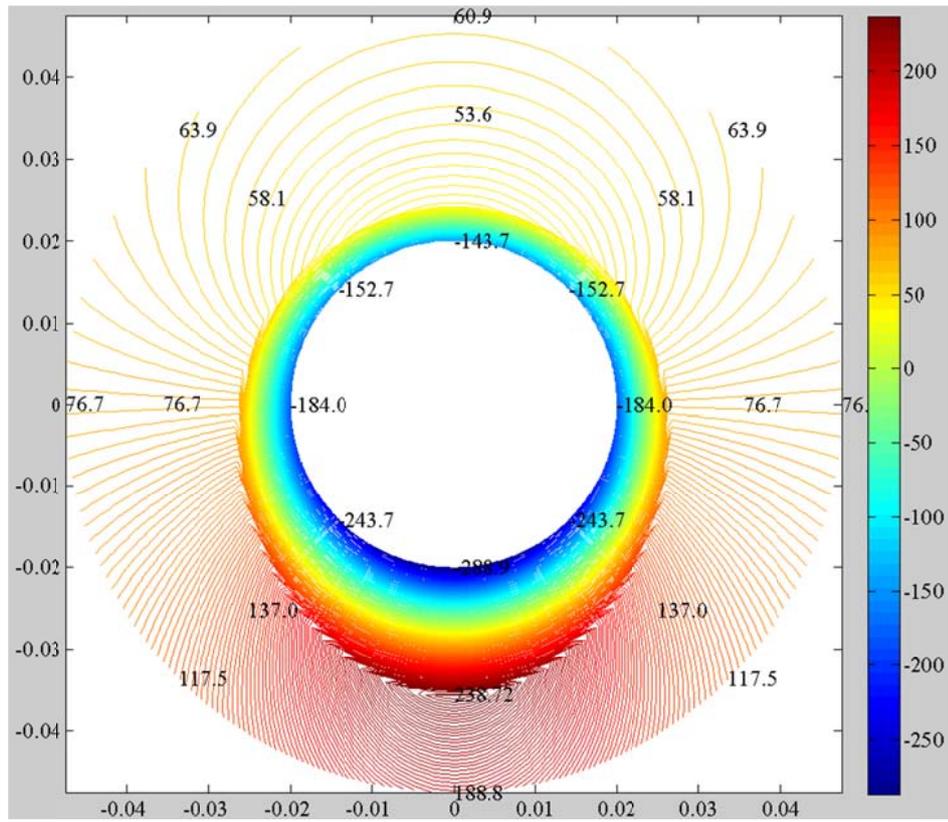


Рис. 19.4 Криволинейная автофретированная труба, нагруженная внутренним давлением. Осевые напряжения, МПа

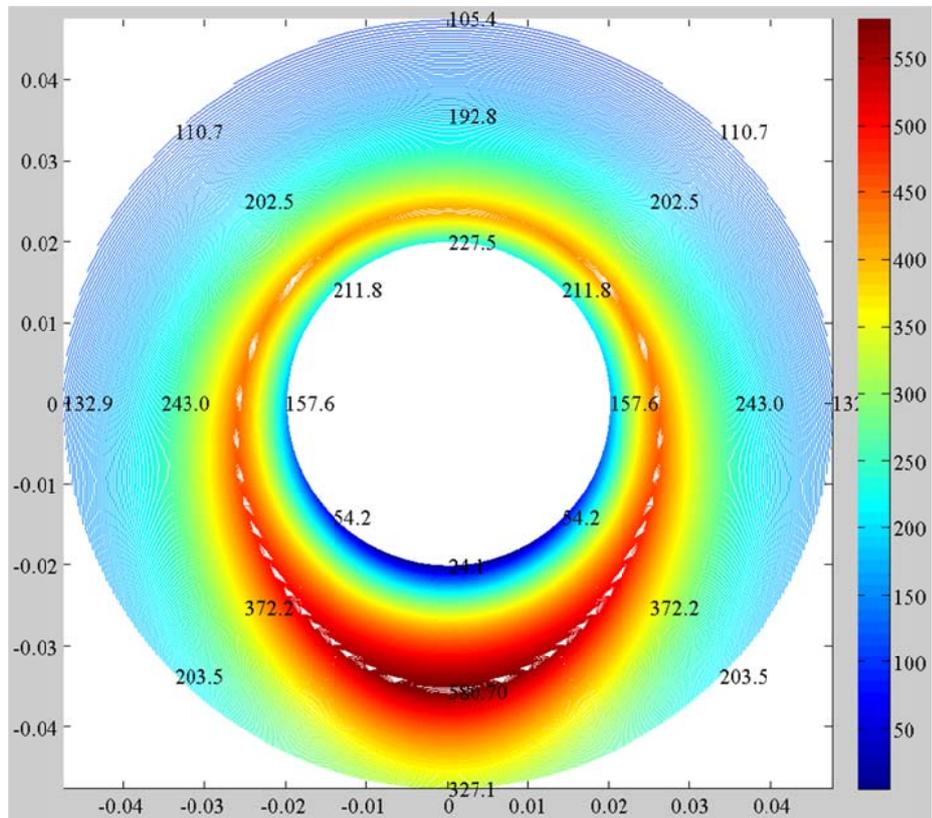
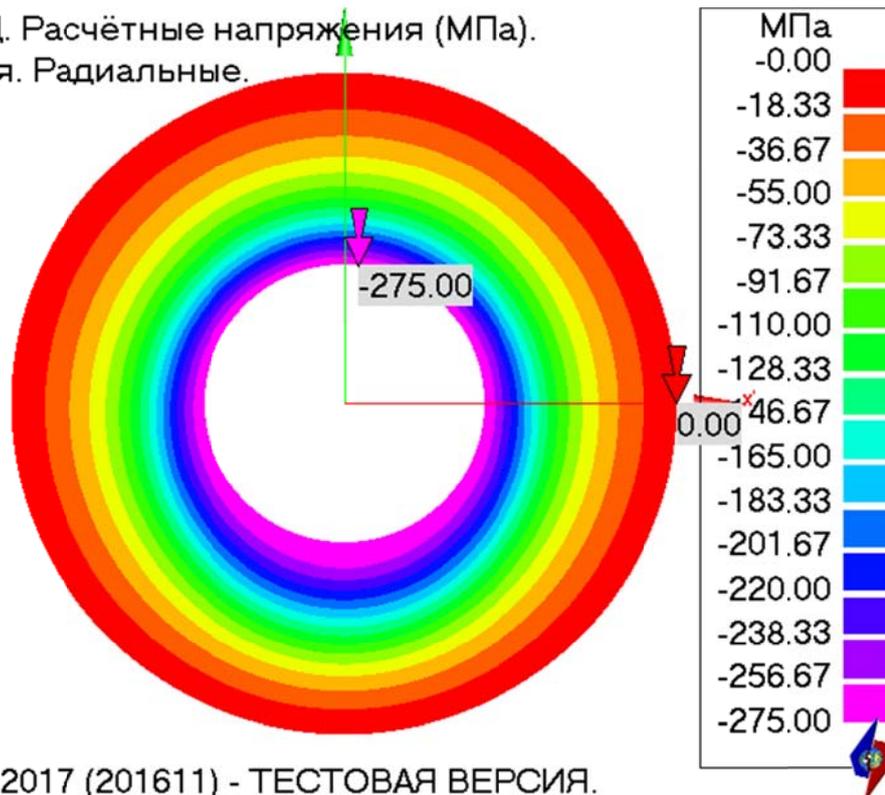


Рис. 19.5 Криволинейная автофретированная труба, нагруженная внутренним давлением. Эквивалентные напряжения, МПа

### 19.4.2 Численное решение в АСТРА-СВД

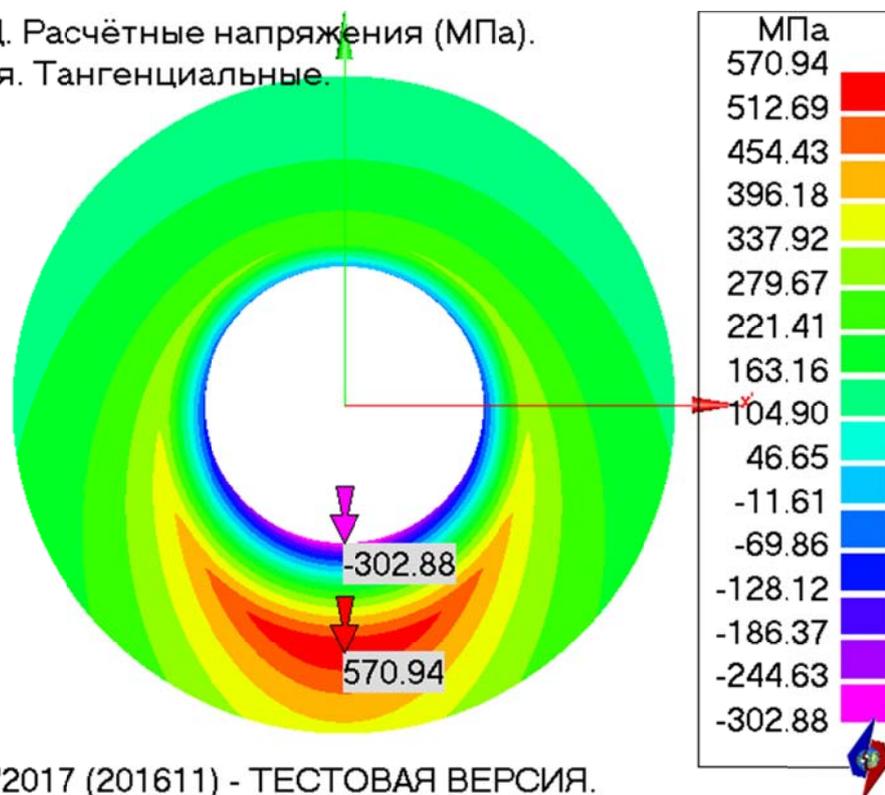
ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Радиальные.



АСТРА-СВД'2017 (201611) - ТЕСТОВАЯ ВЕРСИЯ.

Рис. 19.6 Криволинейная автофретированная труба, нагруженная внутренним давлением.  
Радиальные напряжения, МПа

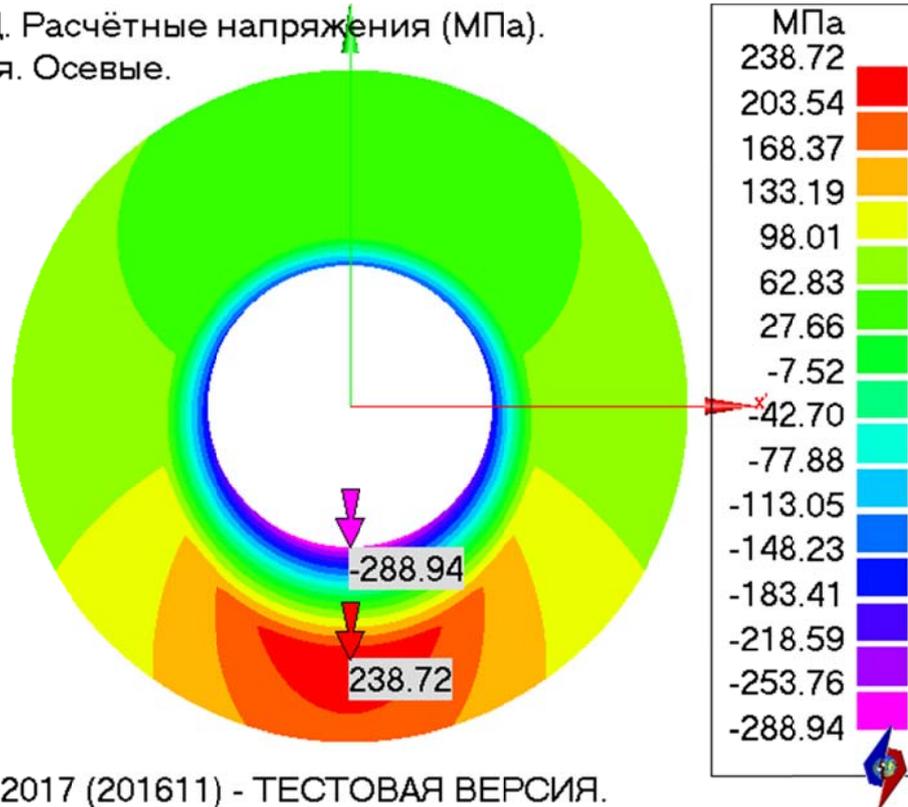
ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Тангенциальные.



АСТРА-СВД'2017 (201611) - ТЕСТОВАЯ ВЕРСИЯ.

Рис. 19.7 Криволинейная автофретированная труба, нагруженная внутренним давлением.  
Тангенциальные напряжения, МПа

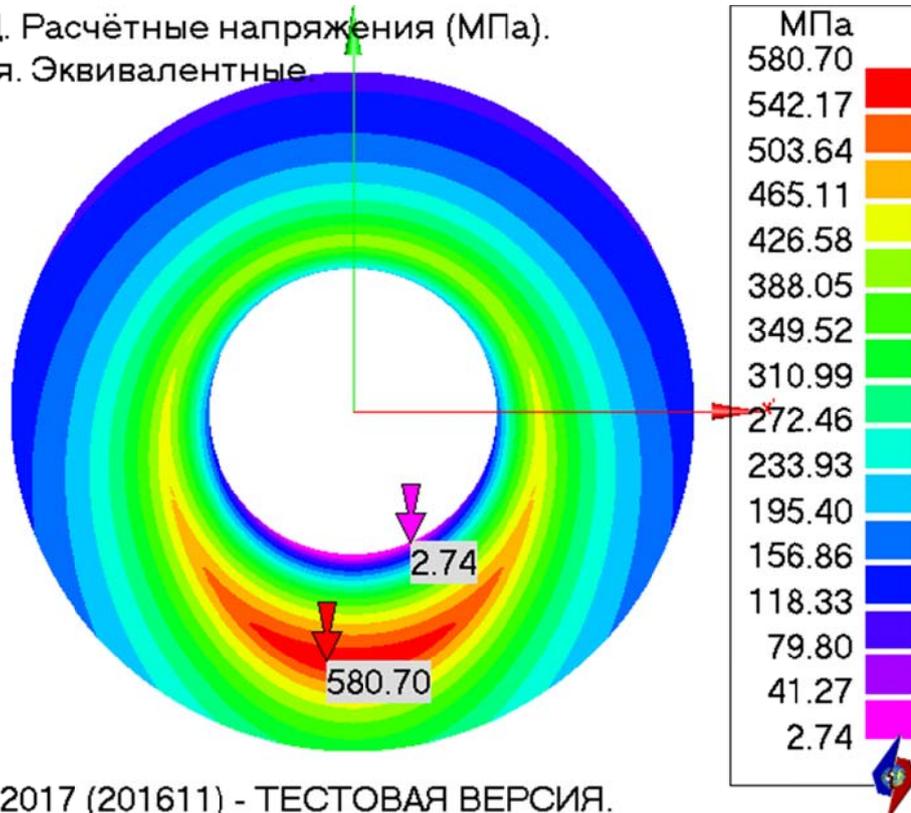
ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Осевые.



АСТРА-СВД'2017 (201611) - ТЕСТОВАЯ ВЕРСИЯ.

Рис. 19.8 Криволинейная автофретированная труба, нагруженная внутренним давлением.  
Осевые напряжения, МПа

ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).  
От давления. Эквивалентные



АСТРА-СВД'2017 (201611) - ТЕСТОВАЯ ВЕРСИЯ.

Рис. 19.9 Криволинейная автофретированная труба, нагруженная внутренним давлением.  
Эквивалентные напряжения, МПа

### 19.4.3 Сравнение результатов

Таблица 19.1

Сопоставление результатов (расчетных напряжений)

№ п/ п	Напряжения	Поверхность детали						Зона радиуса текуче- сти		
		Наружная			Внутренняя					
		«руч- ной» расчет [1]	АСТРА- СВД	δ, %	«руч- ной» расчет [1]	АСТРА- СВД	δ, %	«руч- ной» расчет [1]	АСТРА- СВД	δ, %
1	радиальные	0	0	0	-275	-275	0	-	-	-
2	тангенциаль- ные	377,7	377,7	0	-302,9	-302,9	0	570,94	570,94	0
3	осевые	188,8	188,8	0	-288,9	-288,9	0	238,7	238,7	-
4	эквивалент- ные	327,1	327,1	0	227,5	227,5	0	580,7	580,7	0

### 19.5 Литература

1. ГОСТ Р 55600-2013 Трубы и детали трубопроводов на давление свыше 100 до 320 МПа. Нормы и методы расчета на прочность. М.: Стандартинформ, 2015.

## Пример 20. Проверка правильности определения расчетных усилий и напряжений в элементах трубопровода

Источник(и)	–
Тип задачи	Статический расчет НДС (определение напряжений)
Тип(ы) верифицируемых элементов	Прямая труба, отвод (гиб, колено), мертвая опора (заделка)
Входной файл	<a href="#">TEST20a.dat</a>

### 20.1 Постановка задачи

Рассматривается плоская трубопроводная система (рис. 20.1), находящаяся под действием комбинации нагрузок:

- собственный вес,
- нагрев на  $\Delta T$ ,
- внутреннее давление,
- температурный перепад по толщине стенки.

Требуется определить усилия и напряжения на внутренней и наружной поверхностях стенок трубы и отвода, провести оценку прочности от дополнительных нагрузок.

Провести сравнение с результатами «ручного» расчета по формулам, представленным в Нормах [1].

### 20.2 Исходные данные

#### Геометрические характеристики

- номинальный наружный диаметр основной трубы  $D_a = 127$  мм;
- номинальная толщина стенки основной трубы  $S = 17,5$  мм;

#### Физико-механические характеристики

- модуль упругости  $E = 2,05 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- коэффициент линейного температурного расширения  $\alpha = 1,202 \cdot 10^{-5}$  1/град.
- предел прочности при 120°C  $\sigma_B = 400$  МПа.
- предел текучести при 120°C  $\sigma_T = 300$  МПа.

#### Граничные условия (опоры)

- заземление (заделка) по концам трубопровода.

#### Параметры нагрузки

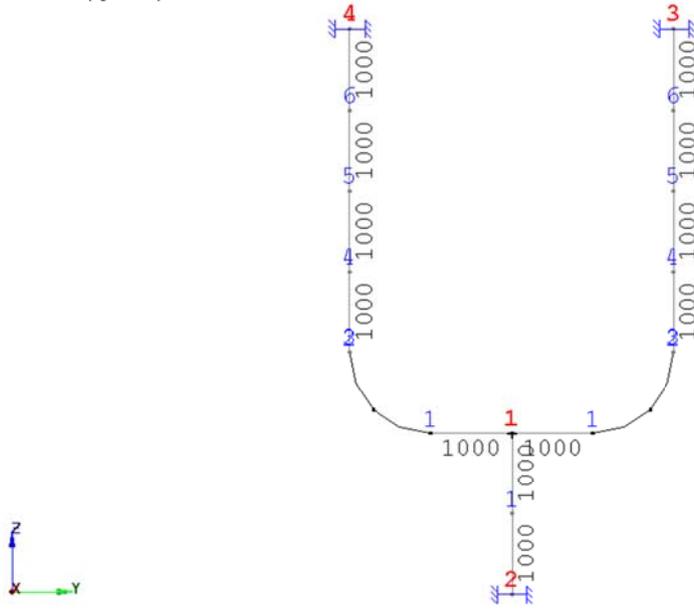
- внутреннее давление  $p = 32,5$  МПа;
- температурный перепад по толщине стенки  $\Delta T = T - T_0 = 120 - 100 = 20$ °C.

### 20.3 Расчетная модель

Расчетная модель трубопровода (рис. 20.1) состоит из трех участков (суперэлементов). Общее количество элементов в схеме – 23.

*Осевое (нечеткое) представление*

Исходный трубопровод



АСТРА-ВД'2017 (201611) - ТЕСТОВАЯ ВЕРСИЯ.



*Объемное (твердотельное) представление*

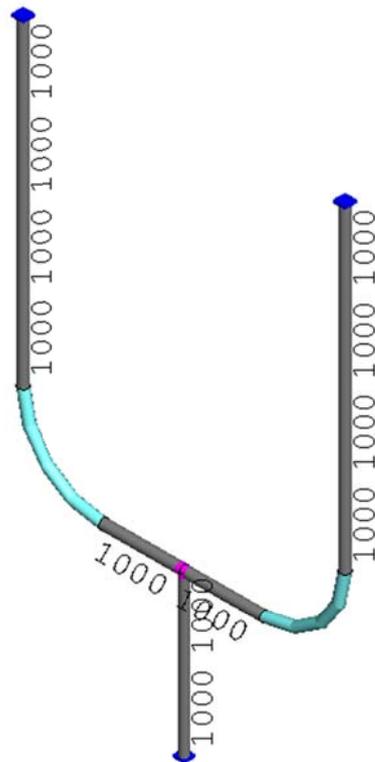


Рис. 20.1 Расчетная АСТРА-модель трубопровода (размеры – в мм)

## 20.4 Результаты

### 20.4.1 “Ручной” расчет по формулам, приведенным в нормах

Используются следующие обозначения, принятые в [1]:

$p$  – расчетное внутреннее давление в трубопроводе;

$E$  – модуль упругости материала;

$\mu$  – коэффициент Пуассона;

$\alpha$  – коэффициент линейного температурного расширения;

$\varphi_n$  – коэффициент снижения прочности поперечного сварного шва;

$D$  – номинальный наружный диаметр поперечного сечения трубы;

$d$  – номинальный внутренний диаметр поперечного сечения трубы;

$\beta$  – коэффициент толстостенности;

$W$  – момент сопротивления изгибу поперечного сечения трубы;

$\Delta T$  – температурный перепад по толщине стенки, °C;

$N$  – осевая сила;

$M_n$  – изгибающий момент;

$M_k$  – крутящий момент;

$\sigma_T$  – предел текучести материала детали.

1. Определение напряжений на наружной и внутренней поверхностях прямой трубы от давления и температуры (см. [1]):

-на внутренней поверхности:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{В}} &= \frac{\beta^2}{\beta^2 - 1} \sqrt{3p^2 + 3pm_1\Delta T + (m_1\Delta T)^2} \\ &= \frac{1,3804^2}{1,3804^2 - 1} \sqrt{3 \cdot 32500^2 + 3 \cdot 32500 \cdot (-925,8) \cdot 20 + (-925,8 \cdot 20)^2} \\ &= 86920 \text{ кПа} = \mathbf{86,92 \text{ МПа}}\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}m_1 &= \frac{\alpha E}{1 - \mu} a_1 = \frac{1,202 \cdot 10^{-5} \cdot 2,05 \cdot 10^8}{1 - 0,3} \cdot (-0,263) = -925,8 \\ a_1 &= \frac{\beta^2 - 1}{2\beta^2 \ln \beta} - 1 = \frac{1,3804^2 - 1}{2 \cdot 1,3804^2 \cdot \ln 1,3804} - 1 = -0,263\end{aligned}$$

-на наружной поверхности:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{Н}} &= \frac{1}{\beta^2 - 1} \sqrt{3p^2 + 3pm_2\Delta T + (m_2\Delta T)^2} \\ &= \frac{1}{1,3804^2 - 1} \sqrt{3 \cdot 32500^2 + 3 \cdot 32500 \cdot 1423,8 \cdot 20 + (1423,8 \cdot 20)^2} \\ &= 90770 \text{ кПа} = \mathbf{90,77 \text{ МПа}}\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}m_2 &= \frac{\alpha E}{1 - \mu} a_2 = \frac{1,202 \cdot 10^{-5} \cdot 2,05 \cdot 10^8}{1 - 0,3} \cdot 0,4044 = 1423,8 \\ a_2 &= \frac{\beta^2 - 1}{2 \ln \beta} - 1 = \frac{1,3804^2 - 1}{2 \cdot \ln 1,3804} - 1 = 0,4044\end{aligned}$$

$$\beta = \frac{D}{d} = \frac{0,127}{0,127 - 2 \cdot 0,0175} = 1,3804$$

2. Расчёт на дополнительные нагрузки [1] проводится по формуле:

$$\left(\frac{p}{p_\epsilon}\right)^2 + \left(\frac{N}{0,9N^0} + \frac{M_{и}}{M_\epsilon^и}\right)^2 + \left(\frac{M_{к}}{M_\epsilon^к}\right)^2 \leq \frac{1}{n^2}$$

где

- предельное давление:

$$p_\epsilon = p_T \xi_p = 82,31 \cdot 1,262 = 103,90 \text{ МПа}$$

$$p_T = \frac{\sigma_T \beta^2 - 1}{\sqrt{3} \beta^2} = \frac{300000 \cdot 1,3804^2 - 1}{\sqrt{3} \cdot 1,3804^2} = 82310 \text{ кПа} = 82,31 \text{ МПа}$$

- предельная осевая сила:

$$N^0 = \frac{\pi}{4} \sigma_T d^2 (\beta^2 - 1) = \frac{3,1416}{4} \cdot 300000 \cdot 0,092^2 (1,3804^2 - 1) = 1806,02 \text{ кН}$$

- предельный изгибающий момент:

$$M_\epsilon^и = M_T^и \xi_{и} \varphi_{и} = 43,72 \cdot 1,384 \cdot 1 = 60,51 \text{ кНм}$$

$$M_T^и = \sigma_T W_x = 300000 \cdot 0,0001457 = 43,72 \text{ кНм}$$

- предельный крутящий момент:

$$M_\epsilon^к = M_T^к \xi_{кр} = 50,48 \cdot 1,099 = 55,48 \text{ кНм}$$

$$M_T^к = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} 2W_x = \frac{300000}{\sqrt{3}} \cdot 2 \cdot 0,0001457 = 50,48 \text{ кНм}$$

Коэффициенты  $\xi_p$ ,  $\xi_u$ ,  $\xi_{кр}$  определяются по [1] с учётом  $\beta = 1,3804$ , и  $\sigma_T^{120^\circ\text{C}} = 300$  МПа;

$$\xi_p = 1,262;$$

$$\xi_u = 1,384;$$

$$\xi_{кр} = 1,099;$$

Момент инерции поперечного сечения детали определяется по формуле:

$$W_x = \frac{\pi}{32} d^3 \frac{\beta^4 - 1}{\beta} = \frac{3,1416}{32} \cdot 0,092^3 \cdot \frac{1,3804^4 - 1}{1,3804} = 0,0001457 \text{ м}^3$$

Значение коэффициента  $n$  составляет 1,15.

$$M_{и} = (M_{x'}^2 + M_{y'}^2)^{0,5} = (24,82^2 + 11,30^2)^{0,5} = 27,27 \text{ кНм}$$

$$N = N_{z'} + N_p = -8,39 + 216,05 = 207,66$$

$$M_{к} = M_{z'} = -7,00 \text{ кНм}$$

Итоговое неравенство:

$$\left(\frac{32,5}{103,9}\right)^2 + \left(\frac{207,66}{0,9 \cdot 1806,02} + \frac{27,27}{60,51}\right)^2 + \left(\frac{7,00}{55,48}\right)^2 \leq \frac{1}{1,15^2}$$

Левая часть неравенства:

$$\left(\frac{32,5}{103,9}\right)^2 + \left(\frac{207,66}{0,9 \cdot 1806,02} + \frac{27,27}{60,51}\right)^2 + \left(\frac{7,00}{55,48}\right)^2 = \mathbf{0,45}$$

### 20.4.2 Численное решение в АСТРА-СВД

ПОСТ-СТАЦ. Силовые факторы в ЛСК:  $Qx', Qy', Nz'$  (кН), Мх  
Этап 2. Все нагрузки в рабочем состоянии

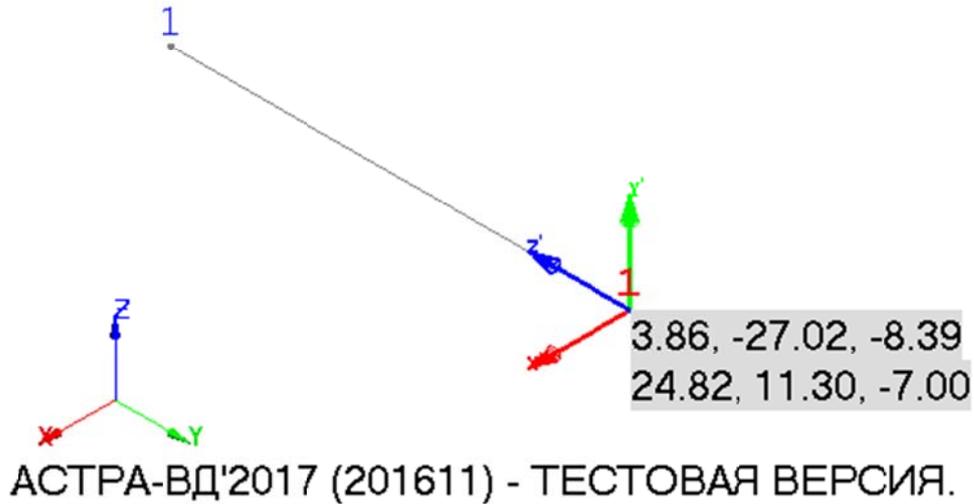


Рис. 20.2 Расчетные максимальные усилия (в кН) и моменты (в кН-м) в зоне узла 1, участка

ПОСТ-СТАЦ.

Эквивалентные напряжения на внутренней поверхности от давления и температурного перепада



Рис. 20.3 Расчётные эквивалентные напряжения  $\sigma_{\text{ЭКВ}}$  на внутренней поверхности от давления и температурного перепада, МПа

ПОСТ-СТАЦ. Расчётные напряжения (МПа).

Эквивалентные напряжения на наружной поверхности от давления и температурного перепада

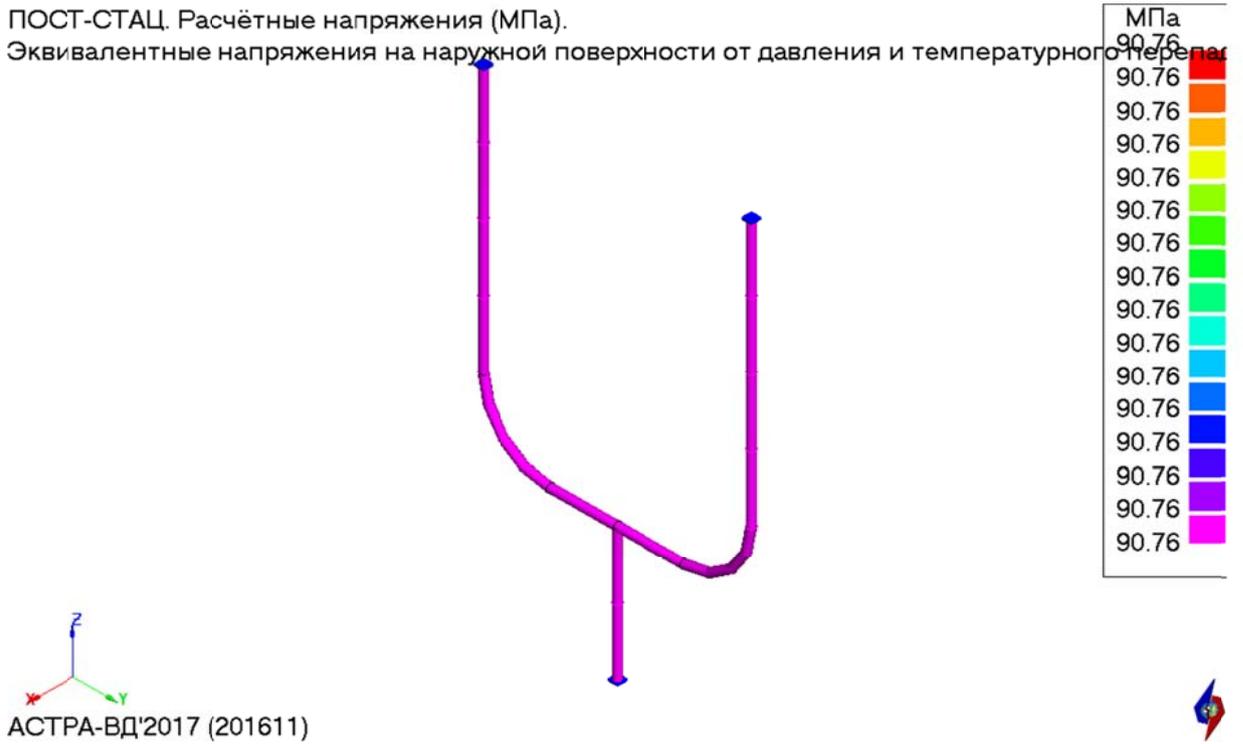


Рис. 20.4 Расчётные эквивалентные напряжения  $\sigma_{\text{экв}}$  на наружной поверхности от давления и температурного перепада, МПа

ПОСТ-СТАЦ.

Оценка прочности при действии дополнительных нагрузок

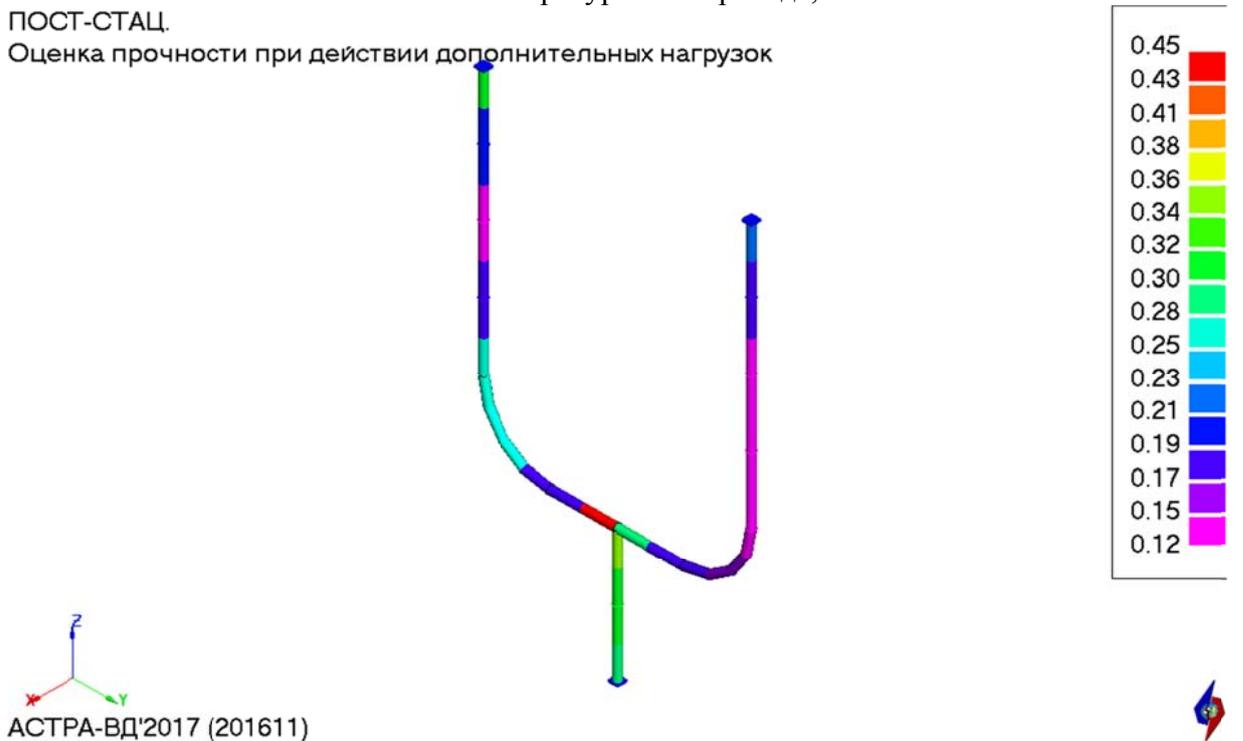


Рис. 20.5 Оценка прочности от действия дополнительных нагрузок

### 20.4.3 Сравнение результатов

Таблица 20.1

#### Сопоставление результатов (расчетных напряжений)

№ п/п		«ручной» расчет [1]	АСТРА-СВД	$\delta$ , %
1	Расчётные эквивалентные напряжения $\sigma_{\text{ЭКВ}}$ на наружной поверхности от давления и температурного перепада	86,92	86,92	0,00
2	Расчётные эквивалентные напряжения $\sigma_{\text{ЭКВ}}$ на наружной поверхности от давления и температурного перепада	90,76	90,76	0,00
3	Оценка прочности от действия дополнительных нагрузок	0,45	0,45	0,00

### 20.5 Литература

1. РД РТМ 26-01-44-78. Детали трубопроводов на давление свыше 10 до 100 МПа. Нормы и методы расчета на прочность.

### Пример 21. Проверка правильности расчета частот и форм собственных колебаний и сейсмической реакции<sup>15</sup>

<b>Источник (и)</b>	1. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009. 2. CANPIPE. Верификационный отчет. НИКИЭТ, 1997.
<b>Тип задачи</b>	Собственные частоты и формы, сейсмика
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	Прямая труба, отвод (гиб, колено), мертвая опора (заделка)
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST16.dat</a>

#### 21.1 Постановка задачи

Рассматривается пространственная трубопроводная система (рис. 21.2), подвергающаяся сейсмическому воздействию.

Требуется определить собственные частоты и формы колебаний, а также сейсмическую реакцию.

Провести сравнение с результатами расчетов по ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС'2009 [1] и по программе CANPIPE[2].

#### 21.2 Исходные данные

##### Геометрические характеристики

- наружный диаметр трубы  $D = 219$  мм;
- толщина стенки трубы  $S = 10$  мм;
- радиусгиба  $R = 500$  мм.

##### Физико-механические характеристики

- модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

##### Граничные условия (опоры)

- заземление (заделка) обоих концов трубопровода.

##### Параметры нагрузки

- погонная масса  $m = 100$  кг/м;
- сейсмические воздействия задаются в виде трех однокомпонентных (остальные компоненты – нулевые) и одного трехкомпонентного спектров ответа (таблица 21.1, рис. 21.1).

<sup>15</sup> Пример 2 в дополнении к верификационному отчету ПК АСТРА-АЭС'2009, 2009 г.

Таблица 21.1

Расчетный трехкомпонентный сейсмический спектр ответа

Частота $f$ , Гц	Ось X, $m/c^2$	Ось Y, $m/c^2$	Ось Z, $m/c^2$
0.0001	0.000	0.000	0.000
1	8.2000	4.7000	0.2857
2	8.2000	9.4000	0.5714
3	8.2000	9.4000	0.5871
4	8.2000	9.4000	1.1428
5	4.6000	9.4000	1.4285
6	4.2857	4.8000	1.7142
7	3.9714	4.4000	2.0000
8	3.6571	4.0000	9.6000
10	3.0285	3.2000	9.6000
12	2.4000	2.4000	2.4000
20	2.4000	2.4000	2.4000

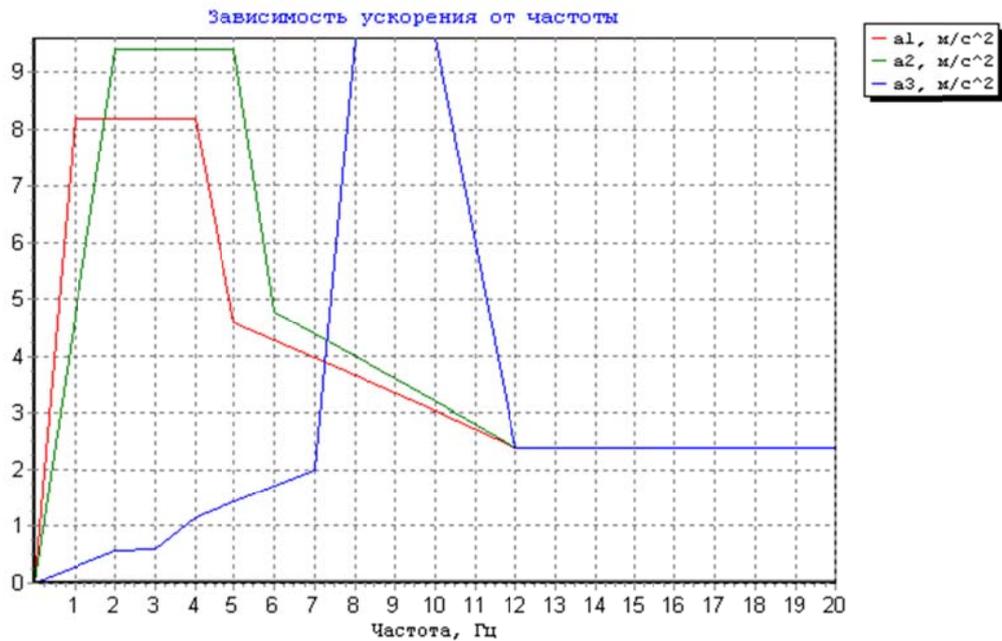
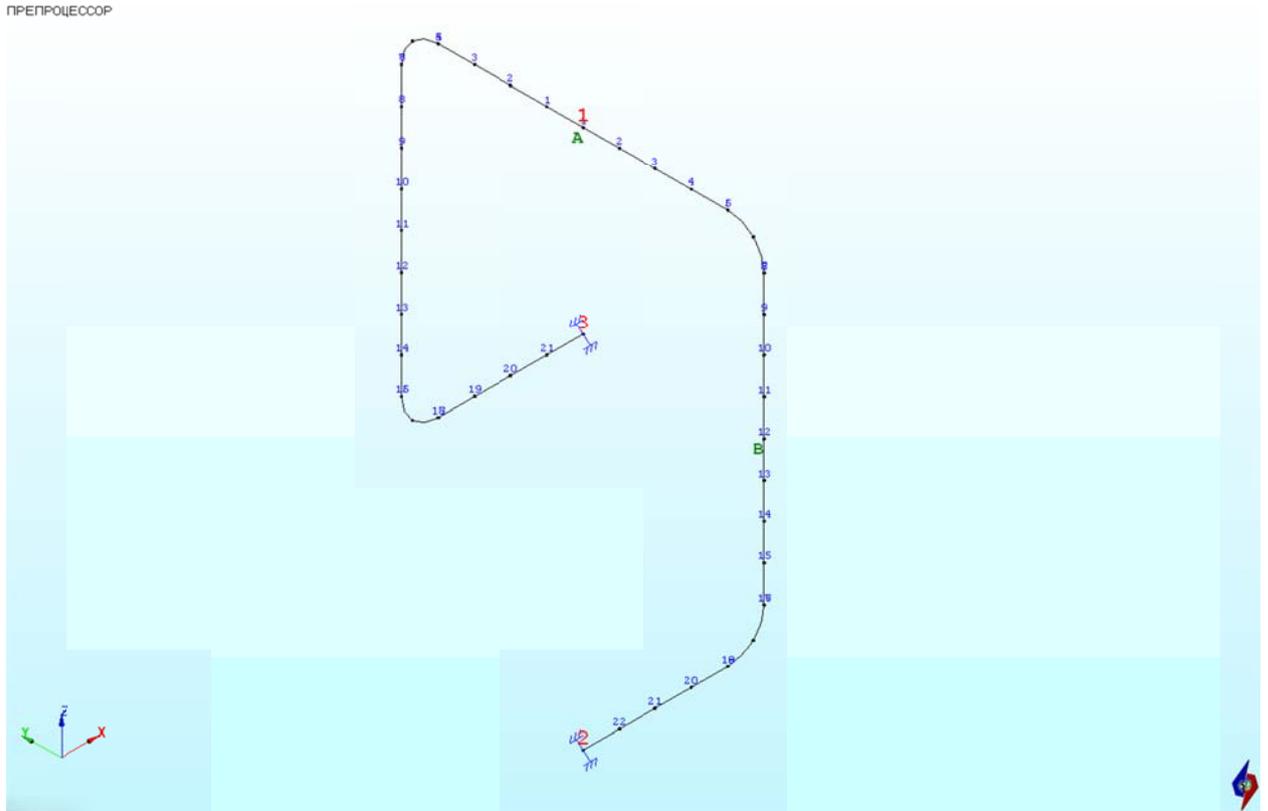


Рис. 21.1 Расчетный трехкомпонентный спектр ответа

### 21.3 Расчетная модель

Расчетная модель трубопровода (рис. 21.2) состоит из двух участков (суперэлементов). Общее количество элементов в расчетной модели – 45. Динамическая модель представлена на рис. 21.3. Общее число динамических степеней свободы – 132, суммарная масса трубопровода – 1.86 т.

*Осевое (нечеткое) представление*



*Объемное (твердотельное) представление*

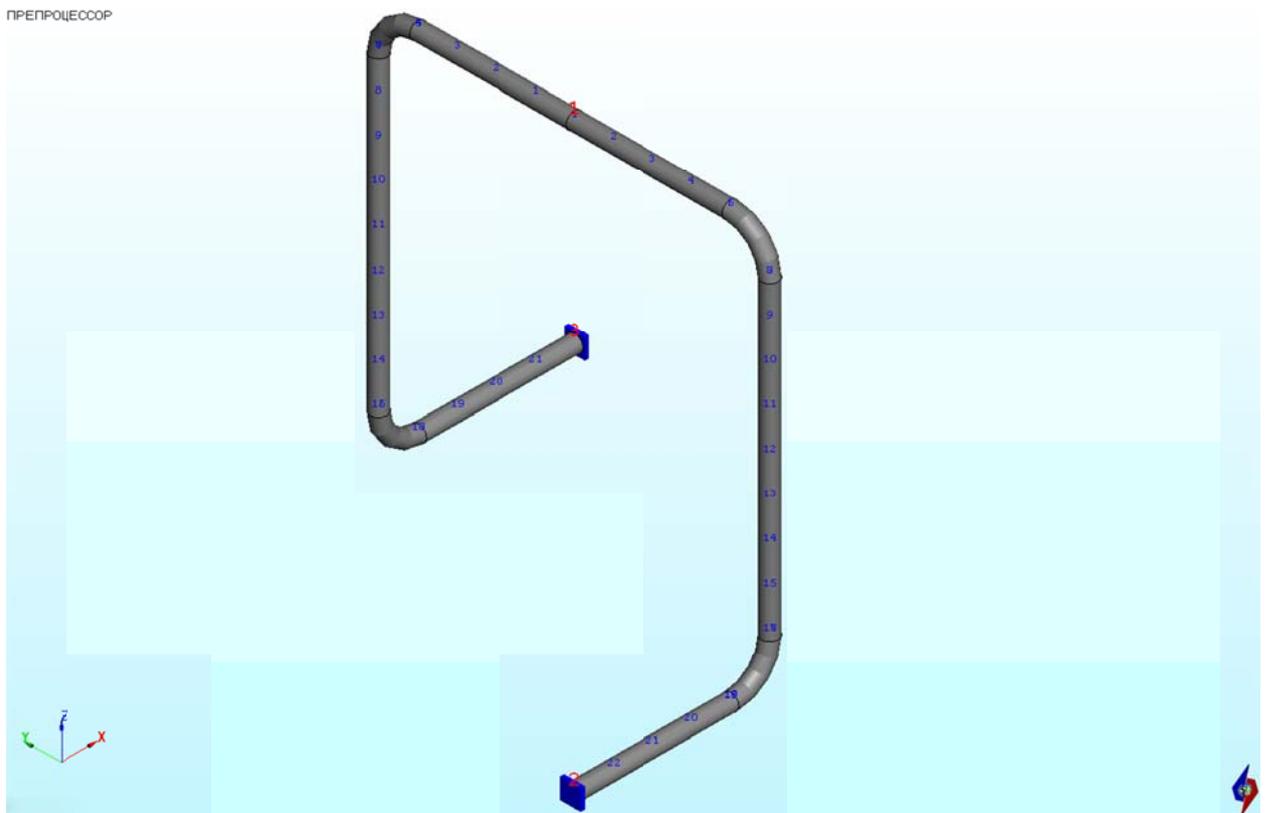


Рис. 21.2 Расчетная АСТРА-модель трубопровода



Перемещения в ГСК (мм). Воздействие №4 (угол №1).

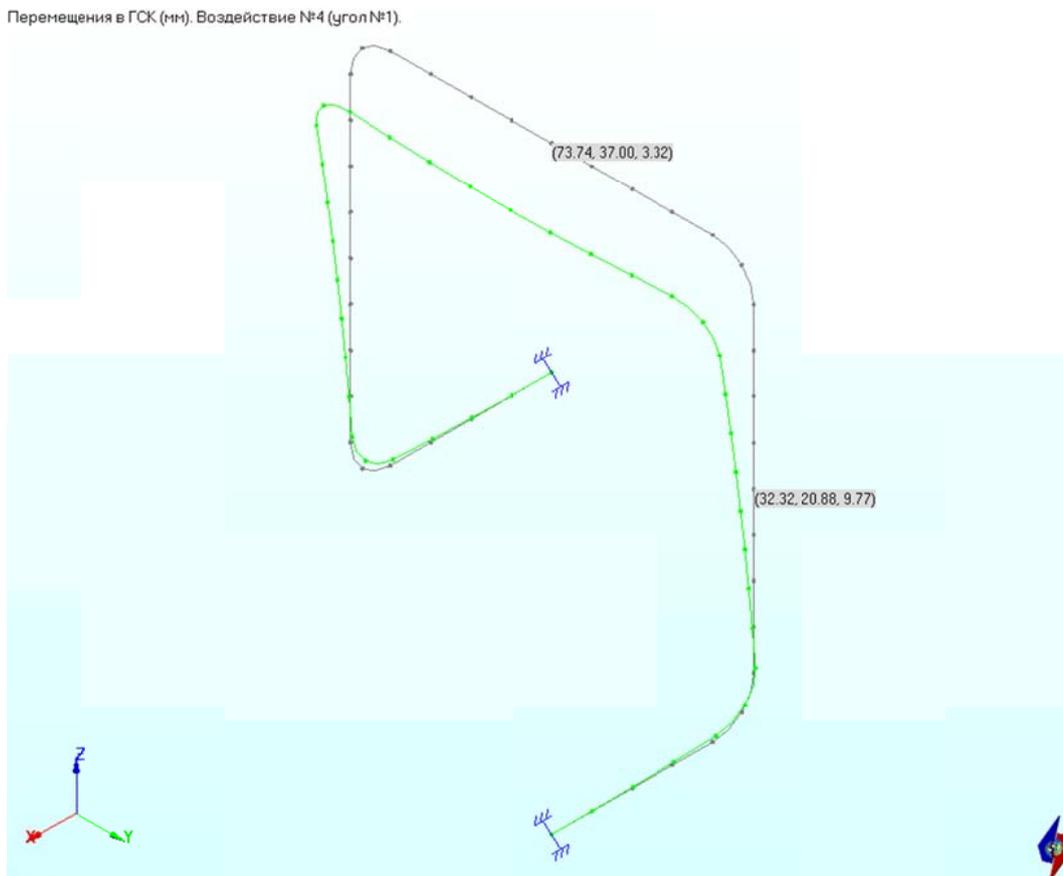


Рис. 21.4 Расчетные сейсмические перемещения в сечениях А и В, мм

Силовые факторы в ЛСК:  $Ox', Oy', Nz'$  (кН),  $Mx', My', Mz'$  (кН\*м). Воздействие №4 (угол №1)

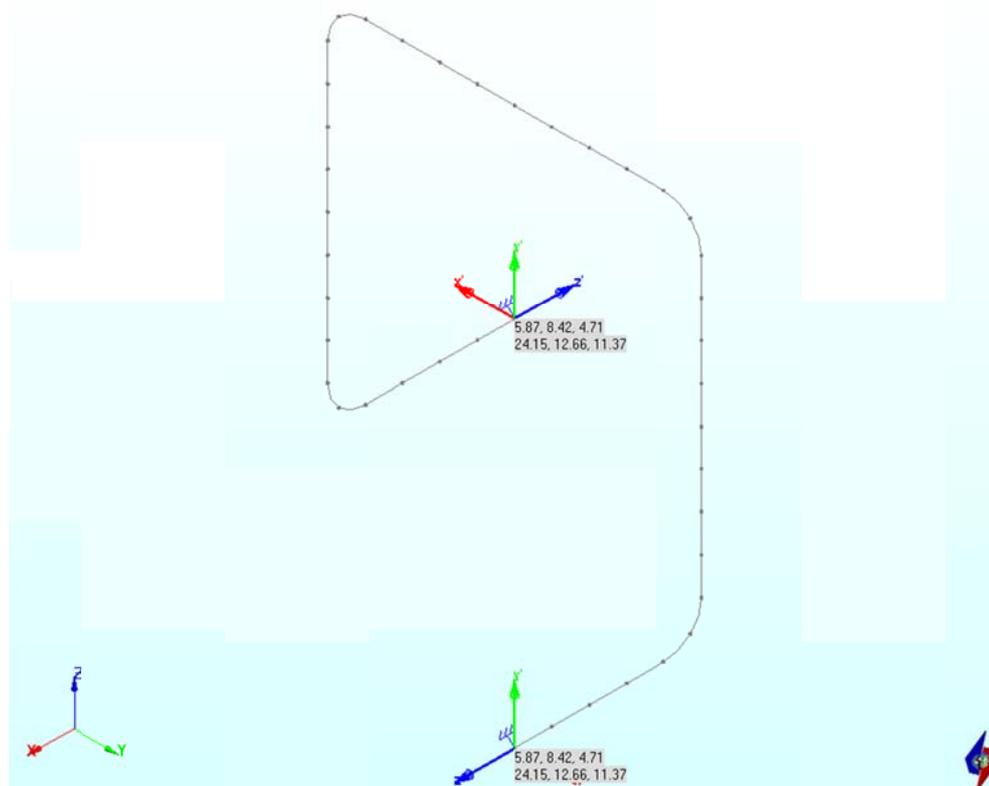


Рис. 21.5 Расчетные сейсмические реакции в опорах, кН

### 21.5 Сопоставление результатов

В таблице 21.2 приведены низшие собственные частоты, вычисленные по ПК АСТРА-СВД, ранее аттестованной версии АСТРА-АЭС'2009[1], программам СТАДИО, CANPIPE[2].

Таблица 21.2

Сопоставление результатов

	Собственные частоты, Гц					
	1	2	3	4	5	6
CANPIPE	1.8	2.87	4.57	8.87	9.88	13
СТАДИО	1.818	2.9	4.604	8.892	9.901	12.87
<i>АСТРА-СВД</i>	<b>1.818</b>	<b>2.905</b>	<b>4.568</b>	<b>8.89</b>	<b>9.867</b>	<b>12.843</b>
АСТРА-АЭС'2009 [1]	1.818	2.905	4.568	8.89	9.867	12.843
$\delta, \%$	1.00	1.22	0.04	0.23	0.13	1.21

$\delta$  – отличие результатов по АСТРА-СВД от CANPIPE

Максимальное различие составило 1,22 %.

В таблицах 21.3 и 21.4 представлены расчетные значения сейсмических перемещений в сечениях А и В (см. рис. 21.1) и сейсмических реакций в заделках, определенные по программному комплексу АСТРА-СВД (с учетом шести собственных частот и форм), ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС'2009, программным комплексам СТАДИО и CANPIPE.

Сравнение результатов расчета показывает, что по собственным частотам расхождение между CANPIPE и АСТРА-АЭС составляет не более 1,5 %, что вполне приемлемо и объяснимо различием в моделировании трубопровода. Между СТАДИО и АСТРА-АЭС -0.8%, что подтверждает правильность расчетов по программе АСТРА-АЭС. Сопоставление собственных форм колебаний также показывает близость результатов.

Таблица 21.3

Расчетные сейсмические перемещения

Сечение	Комплекс	Спектр по	Перемещения, мм		
			$U_x$	$U_y$	$U_z$
А	<i>АСТРА-СВД</i>	x	<b>71.00</b>	<b>17.75</b>	<b>0.00</b>
		y	<b>19.91</b>	<b>32.46</b>	<b>0.00</b>
		z	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	<b>3.32</b>
		x,y,z	<b>73.74</b>	<b>37.00</b>	<b>3.32</b>
	АСТРА-АЭС'2009 [1]	x	71.00	17.75	0.00
		y	19.91	32.46	0.00
		z	0.00	0.00	3.32
		x,y,z	73.74	37.00	3.32
	CANPIPE	x,y,z	93.80	46.10	3.40
	СТАДИО	x	71.41	17.78	0.00
		y	19.94	32.68	0.00
		z	0.00	0.00	3.33
В	<i>АСТРА-СВД</i>	x	<b>31.15</b>	<b>8.64</b>	<b>9.10</b>
		y	<b>8.60</b>	<b>19.00</b>	<b>2.56</b>

		z	<b>0.68</b>	<b>0.73</b>	<b>2.50</b>
		x,y,z	<b>32.32</b>	<b>20.88</b>	<b>9.77</b>
	АСТРА-АЭС'2009 [1]	x	31.15	8.64	9.10
		y	8.60	19.00	2.56
		z	0.68	0.73	2.50
		x,y,z	32.32	20.88	9.77
	CANPIPE	x,y,z	41.20	25.90	12.00
	СТАДИО	x	31.35	8.66	9.10
		y	8.62	19.12	2.55
		z	0.71	0.74	2.48

Таблица 21.4

Расчетные сейсмические реакции

Комплекс	Спектр по	Реакции, кН		
		R <sub>x</sub>	R <sub>y</sub>	R <sub>z</sub>
АСТРА-СВД	x	<b>4.21</b>	<b>1.50</b>	<b>1.20</b>
	y	<b>1.64</b>	<b>5.61</b>	<b>4.92</b>
	z	<b>1.30</b>	<b>0.87</b>	<b>6.73</b>
	x,y,z	<b>4.71</b>	<b>5.87</b>	<b>8.42</b>
АСТРА-АЭС'2009 [1]	x	4.21	1.50	1.20
	y	1.64	5.61	4.92
	z	1.30	0.87	6.73
	x,y,z	4.71	5.87	8.42
CANPIPE	x,y,z	5.74	7.11	9.17
СТАДИО	x	4.24	1.50	1.19
	y	1.65	5.64	4.91
	z	1.33	0.88	6.69

Сравнение сейсмических перемещений и нагрузок, вычисленных по программным комплексам *АСТРА-СВД* и *СТАДИО*, выявило крайне незначительное расхождение – не более 0,7%. Сопоставление с результатами по программе *CANPIPE* позволяет судить о том, что сейсмические реакции по программе *CANPIPE* определяются не по процедуре “корень квадратный из суммы квадратов реакций, вычисленных при раздельном приложении воздействий по каждому из направлений”.

Также следует отметить полную идентичность всех полученных по *АСТРА-СВД* результатов таковым по ранее аттестованной версии программы *АСТРА-АЭС'2009*.

## 21.6 Литература

1. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009.

**Пример 22. Расчет трубопровода с учетом трения в опорах<sup>16</sup>**

<b>Источник(и)</b>	1. Зверьков Б.В., Костовецкий Д.Л. и др. Расчет и конструирование трубопроводов. Справочное пособие. Ленинград, Машиностроение. 1979. 2. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	Прямая труба, отвод (гиб, колена), опора трения двусторонняя, мертвая опора (заделка)
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST17.dat</a>

**22.1 Постановка задачи**

Рассматривается трубопровод, приведенный в [1, пример 11.1, п.11.8] и показанный на рис. 22.1.

Требуется определить перемещения и силы трения в опорах, вызванные переходом трубопровода из холодного состояния в рабочее, при различных интервалах температур.

Провести сравнение с результатами, приведенными в справочнике [1], а также полученными по ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС'2009[2].

**22.2 Исходные данные***Геометрические характеристики*

- номинальный наружный диаметр трубопровода  $D_n = 630$  мм;
- толщина стенки  $S = 22$  мм;
- утонение стенки  $c = 3.3$  мм;
- радиус гiba  $R = 1200$  мм.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 1.85 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- коэффициент температурного расширения  $\alpha = 1.33 \cdot 10^{-5}$ ;
- коэффициент трения в опорах  $f = 0.3$ .

*Граничные условия (опоры)*

- заземление (заделка) концов трубопровода.

*Параметры нагрузки*

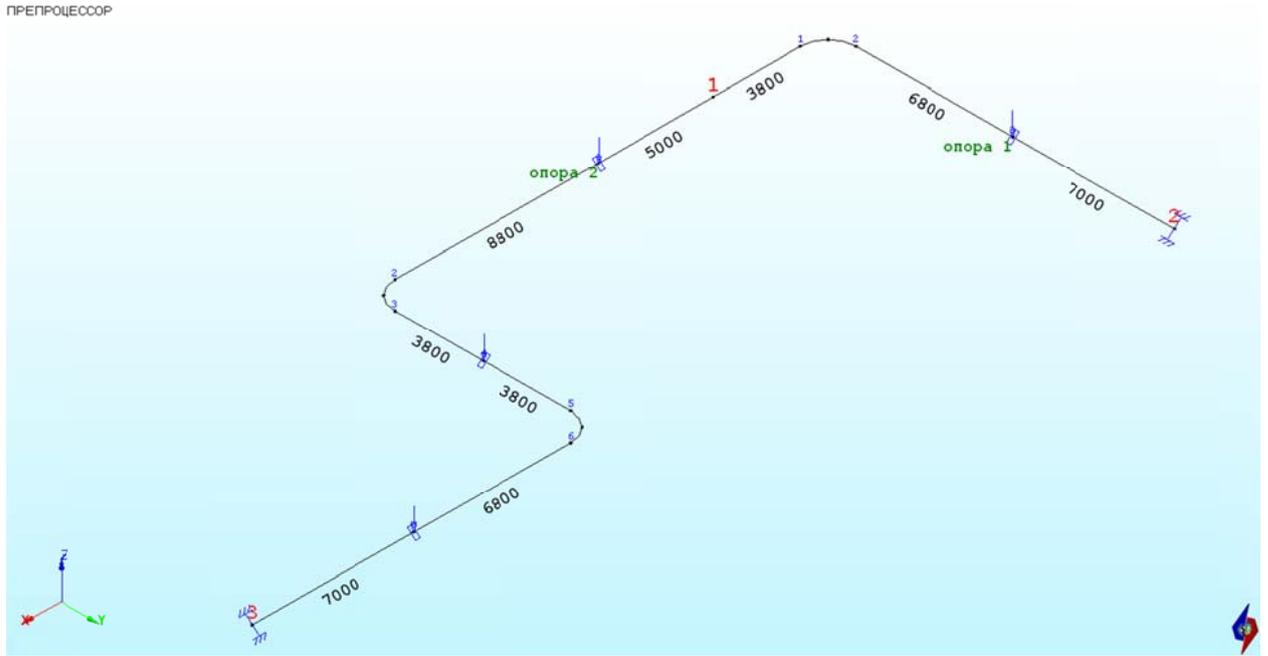
- температурные перепады:  $\Delta T_1 = 90^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_2 = 120^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_3 = 150^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_4 = 180^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_5 = 240^\circ\text{C}$ ;
- сосредоточенные вертикальные силы  $F_1 = 50$  кН,  $F_2 = 169$  кН,  $F_3 = 180$  кН,  $F_4 = 50$  кН.

**22.3 Расчетная модель**

Расчетная модель рассматриваемого трубопровода, построенная средствами пре-процессора ПК АСТРА-СВД, показана на рис. 22.1. Данная суперэлементная модель включает в себя два участка (суперэлемента), четыре опоры скольжения и приложенные в точках опирания трубопровода вертикальные сосредоточенные силы. Общее количество элементов в расчетной модели: 12.

<sup>16</sup> Пример 3 в дополнении к верификационному отчету ПК АСТРА-АЭС'2009, 2009 г.

*Осевое (нечеткое) представление*



*Объемное (твердотельное) представление*

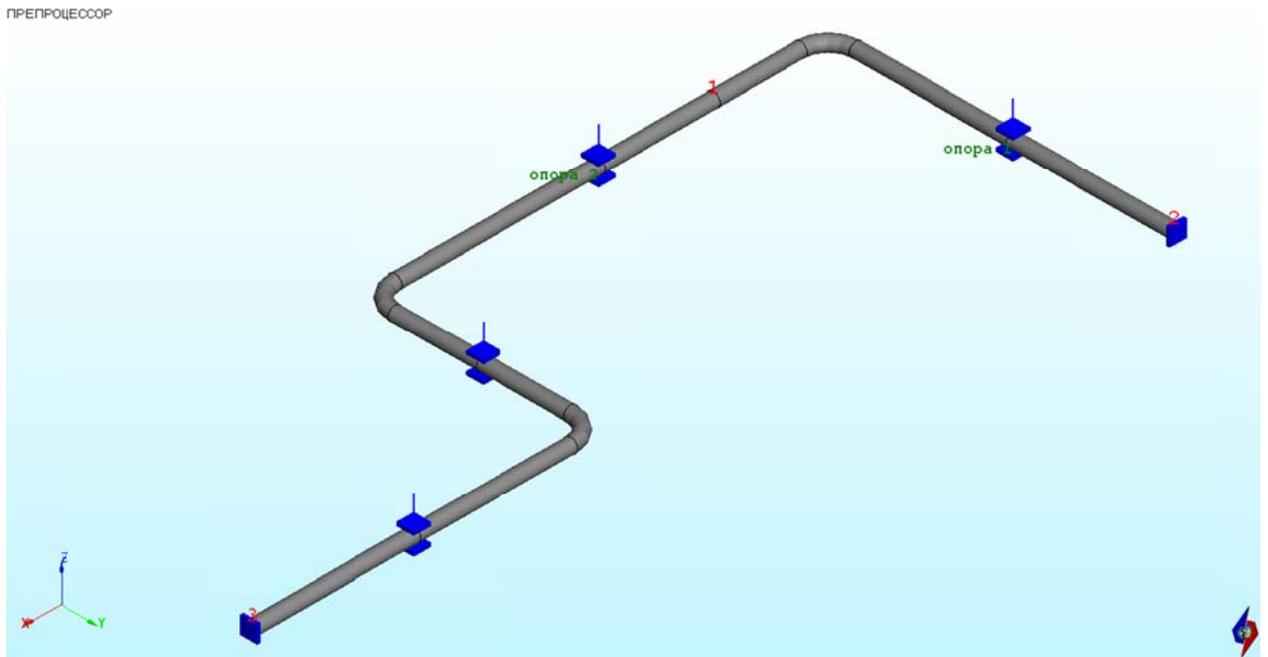


Рис. 22.1 Расчетная АСТРА-модель трубопровода (размеры – в мм)

## 22.4 Результаты

Результатами численного расчета по ПК АСТРА-СВД являлись перемещения и силы трения в двух опорах скольжения (помечены на рис. 22.1 маркерами) при пяти различных перепадах температур:  $\Delta T_1 = 90^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_2 = 120^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_3 = 150^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_4 = 180^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_5 = 240^\circ\text{C}$ . На рис. 22.2–22.3 показаны результаты для температурного перепада  $90^\circ\text{C}$ . В листинге (рис. 22.4) приведен значимый фрагмент протокола сходимости для расчета трения в опорах по методу Кулона (итерационный процесс).

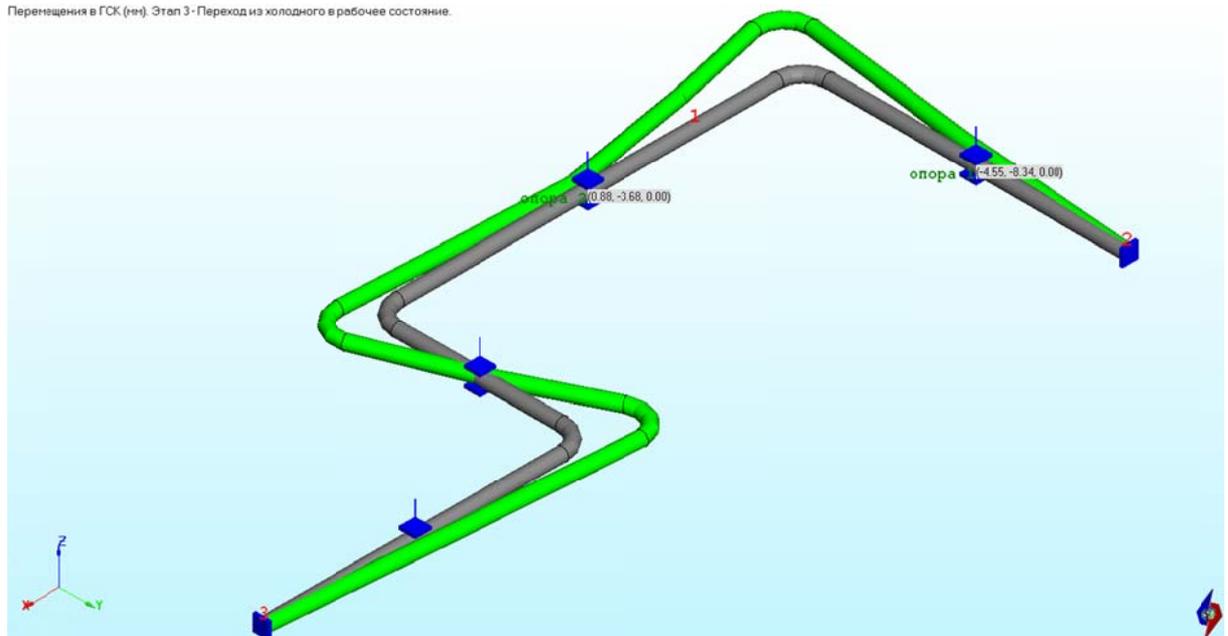


Рис. 22.2 Расчетные перемещения трубопровода в рассматриваемых опорах скольжения при  $\Delta T = 90^\circ\text{C}$ , мм

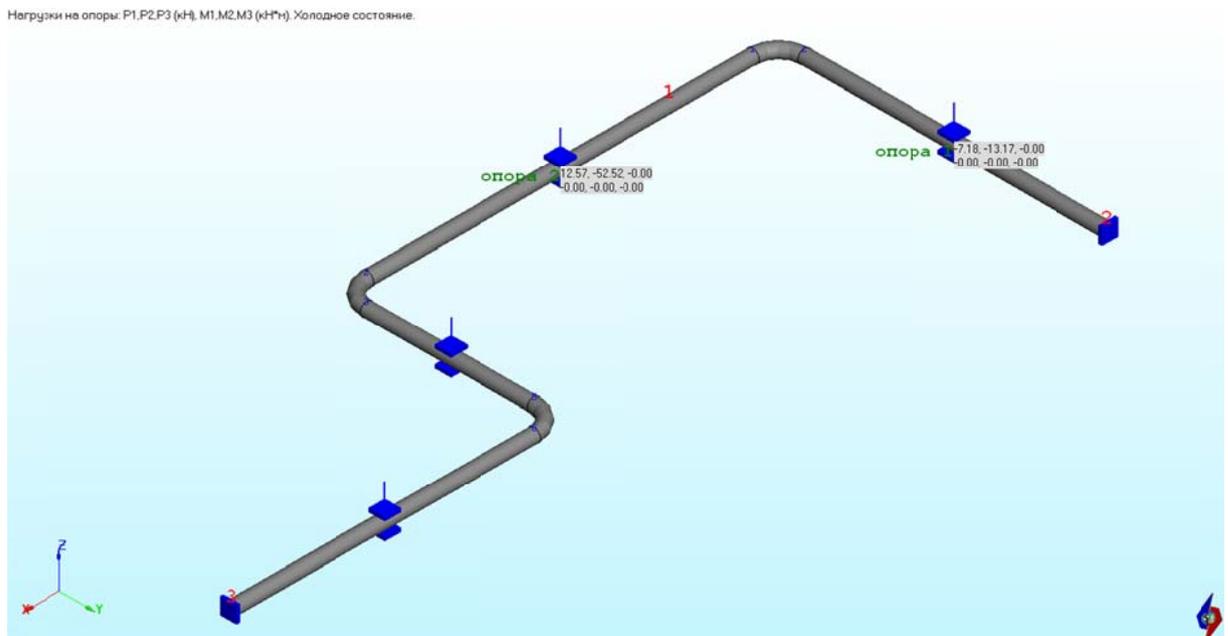


Рис. 22.3 Расчетные силы трения в рассматриваемых опорах скольжения при  $\Delta T = 90^\circ\text{C}$ , кН

*Итерация №1 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора, eps = 0.0583906*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.524586*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 3.07692*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.0891503*

*Итерация №2 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора, eps = 0.0276908*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.322798*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.435431*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.038577*

*Итерация №3 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора, eps = 0.00870736*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.143503*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.274216*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.0140407*

*Итерация №4 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора, eps = 0.00540967*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.0587315*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.148909*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.00747852*

*Итерация №5 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора, eps = 0.00320124*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.0239203*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.0741498*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.00358637*

*Итерация №6 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора, eps = 0.00170646*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.00993648*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.0354724*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.0016736*

*Итерация №7 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000852189*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.004228*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.0166565*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000772882*

*Итерация №8 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000410721*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.00183819*  
*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.007746*  
*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000355319*  
*Итерация №9 Этап 3*  
*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора, eps = 0.00019407*  
*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000812874*  
*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.00358258*  
*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000163103*  
*Итерация №10 Этап 3*  
*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора, eps = 9.05253e-05*  
*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000363839*  
*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.00165168*  
*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 7.47842e-05*  
*Итерация №11 Этап 3*  
*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора, eps = 4.19901e-05*  
*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000164329*  
*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000759932*  
*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 3.43154e-05*

-

Рис.22.4 Фрагмент протокола сходимости (АСТРА-АЭС)

### 22.5 Сопоставление результатов

На рис. 22.5 приведены графики компонент перемещений  $U_x$  и  $U_y$  для различных интервалов температур, полученных по ПК АСТРА-СВД и взятых из источника [1, рис. 11.8]. Как видно из сопоставляемых графиков, при близости качественной картины перемещений и количественной идентичности для опоры 1, наблюдается некоторое количественное расхождение для опоры 2 (5.4% для  $U_y$  при 240°C и разных знаках для незначительных значений  $U_x$ ). Отмеченное отличие следует объяснить большей точностью расчета по ПК АСТРА-СВД по сравнению с [1]. Отметим, что результаты по АСТРА-СВД практически идентичны таковым для ранее аттестованной версии АСТРА-АЭС'2009[2].

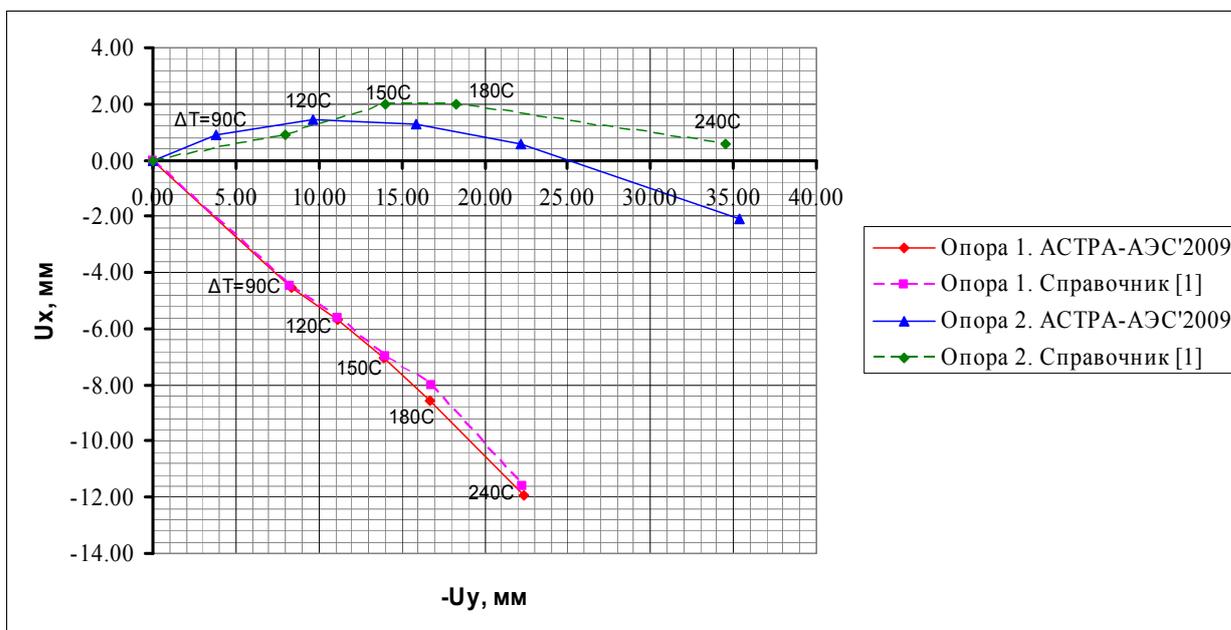


Рис. 22.5 Графики перемещений трубопровода в рассматриваемых опорах скольжения

В таблице 22.1 приведены сопоставительные значения реактивных сил трения в опорах 1 и 2 (сравнение с результатами из источника [1] проводится по значимым компонентам сил).

Таблица 22.1

Расчетные силы трения в опорах, кН

№ п/п	Интервал температур ΔT		Опора 1		Опора 2	
			R <sub>x</sub>	R <sub>y</sub>	R <sub>x</sub>	R <sub>y</sub>
1	90	Справочник	7.32	13.15	-	-
		АСТРА-СВД	7.18	13.17	-12.57	52.52
		δ, %		<b>0.15</b>		
		АСТРА-АЭС'2009	7.21	13.14	-11.07	52.86
2	120	Справочник	6.82	13.89	-7.05	54.09
		АСТРА-СВД	6.83	13.36	-7.97	53.41
		δ, %		<b>3.82</b>		<b>1.26</b>
		АСТРА-АЭС'2009	6.83	13.34	-7.84	53.44
3	150	Справочник	6.55	13.55	-7.62	54.03
		АСТРА-СВД	6.77	13.39	-4.34	53.82

№ п/п	Интервал температур $\Delta T$		Опора 1		Опора 2	
			$R_x$	$R_y$	$R_x$	$R_y$
		$\delta, \%$		<b>1.18</b>		<b>0.39</b>
		АСТРА-АЭС'2009	6.77	13.37	-4.24	53.84
4	180	Справочник	-	-	-4.91	53.66
		АСТРА-СВД	6.83	13.35	-1.38	53.98
		$\delta, \%$				<b>0.60</b>
		АСТРА-АЭС'2009	6.83	13.34	-1.30	54,00
5	240	Справочник	6.69	13.45	-0.25	54.06
		АСТРА-СВД	7.08	13.22	3.18	53.90
		$\delta, \%$		<b>1.71</b>		<b>0.30</b>
		АСТРА-АЭС'2009	7.08	13.21	3.22	53.91

Максимальные отличия по значимым компонентам сил трения в рассмотренных опорах не превышают **3,82%**. Указанные расхождения вполне объяснимы большей точностью расчетов по **ПК АСТРА-СВД** (11 итераций до сходимости) по сравнению с ручными расчетами в справочнике [1].

Максимальные расхождения по значимым компонентам сил трения с ранее аттестованной версией АСТРА-АЭС'2009 составили **0.64%**. Это практически приемлемое расхождение обусловлено большей заданной точностью сходимости итерационного процесса в АСТРА-СВД (0.001, см. рис.22.4) по сравнению с таковой для версии АСТРА-АЭС'2009 (0.01).

## 22.6. Литература

2. Зверьков Б.В., Костовецкий Д.Л. и др. Расчет и конструирование трубопроводов. Справочное пособие. Ленинград, Машиностроение. 1979.
3. АСТРА-АЭС'2009. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 2009.

### Пример 23. Моделирование конических переходов

<b>Источник(и)</b>	1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА’2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>переход, прямая труба, мертвая опора (заделка)</i>
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST20V1.dat</a> <a href="#">TEST20V2.dat</a>

#### 23.1 Постановка задачи

Конический переход в ПК *АСТРА-СВД* при расчете заменяется отрезком прямой трубы постоянного сечения с диаметром, равным среднему диаметру перехода.

Требуется проверить правильность работы алгоритмов моделирования указанного элемента с помощью простой модели консольной балки, нагружаемой последовательно

- продольной силой;
- изгибающим моментом;
- поперечной силой.

#### 23.2 Исходные данные

*Геометрические характеристики*

- диаметры перехода  $D_1 = 1000$  мм,  $D_2 = 400$  мм
- диаметр прямолинейной трубы  $D = (D_1 + D_2)/2 = 700$  мм;
- толщина стенки перехода (трубы)  $t = 5$  мм;

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) одного из концов балки.

*Параметры нагрузки*

- продольная сила  $F = 1000$  кН·м;
- изгибающий момент  $M = 1000$  кН·м;
- поперечная сила  $Q = 1000$  кН·м.

#### 23.3 Расчетная модель

Рассматриваемые суперэлементные модели показаны на рис. 23.1 – 23.2.

ПРЕПРОЦЕССОР

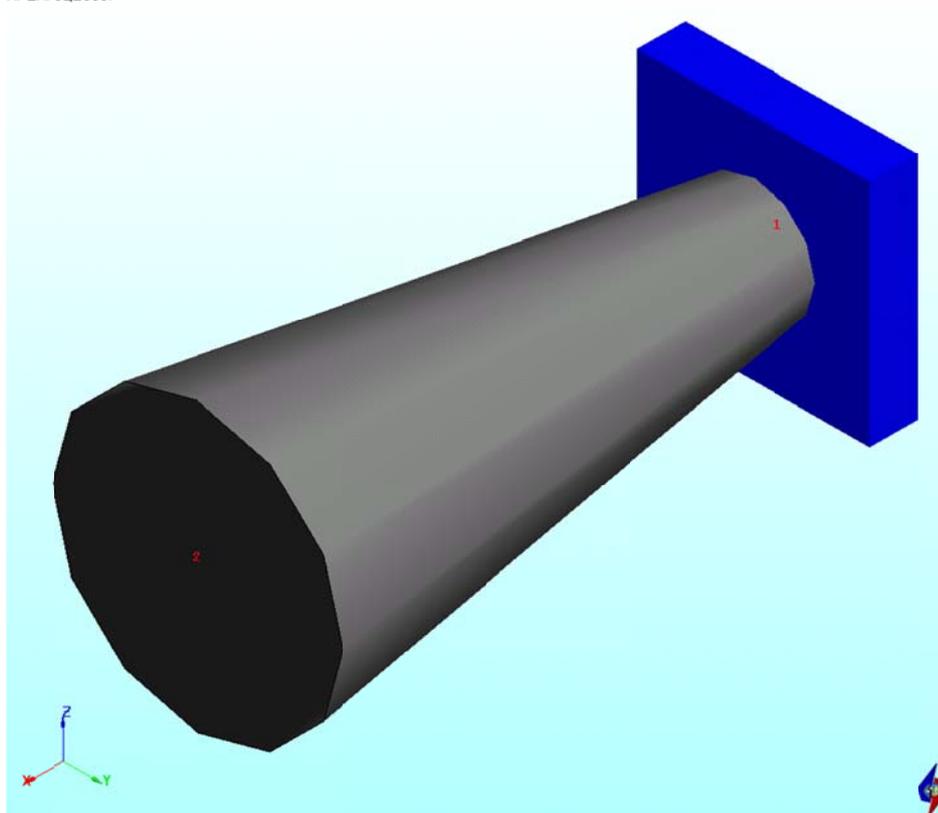


Рис. 23.1 Расчетная модель. Конический переход

ПРЕПРОЦЕССОР

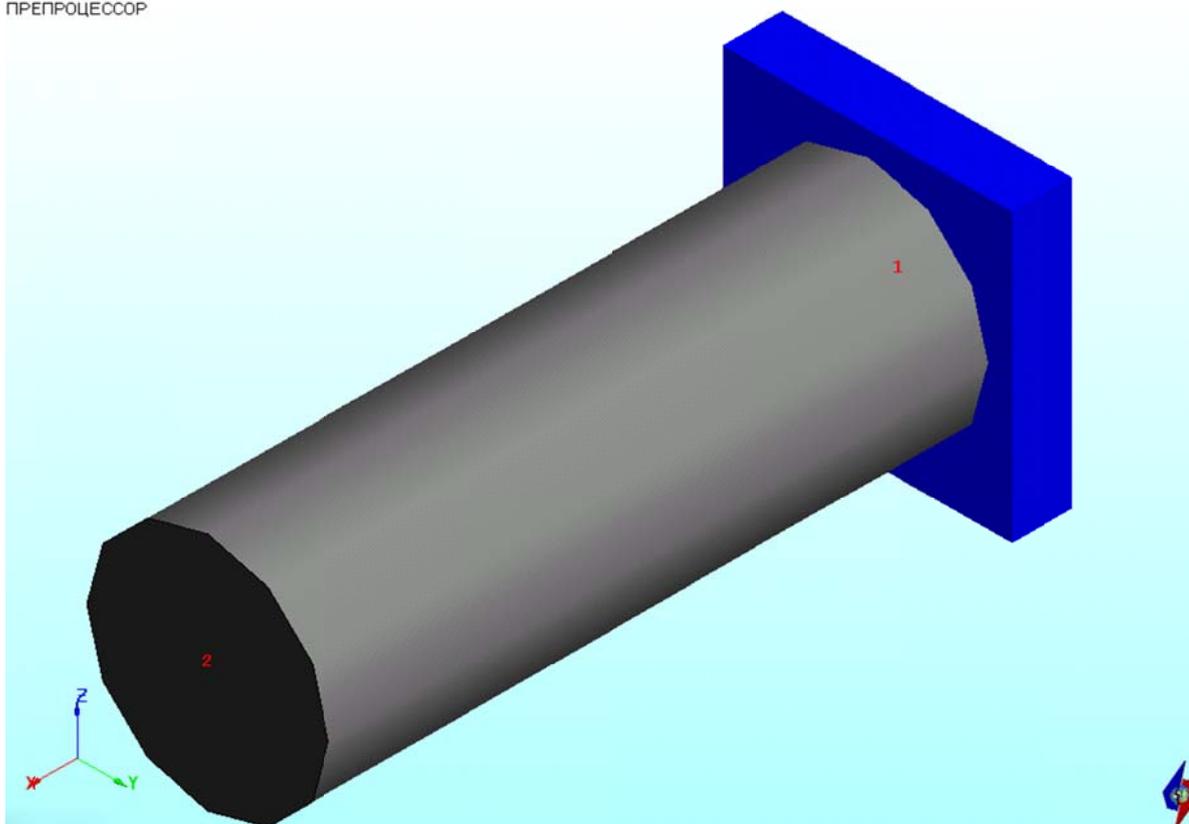
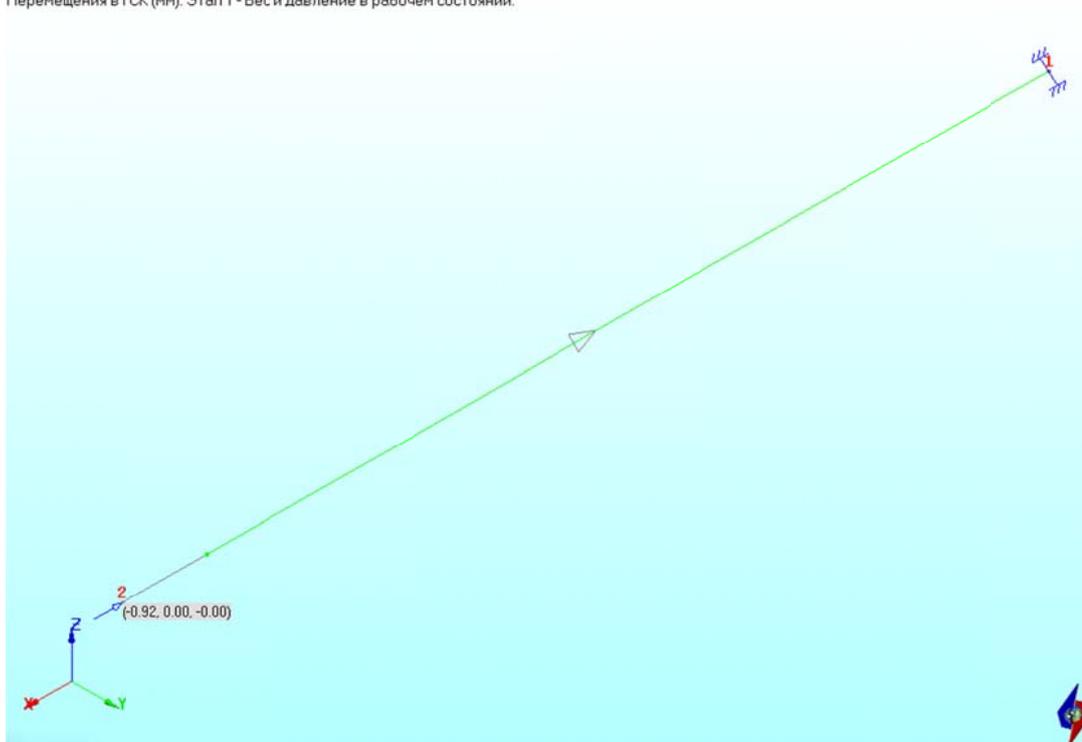


Рис. 23.2 Расчетная модель. Прямая труба

## 23.4 Результаты

### *Конический переход*

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.



### *Прямая труба*

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.

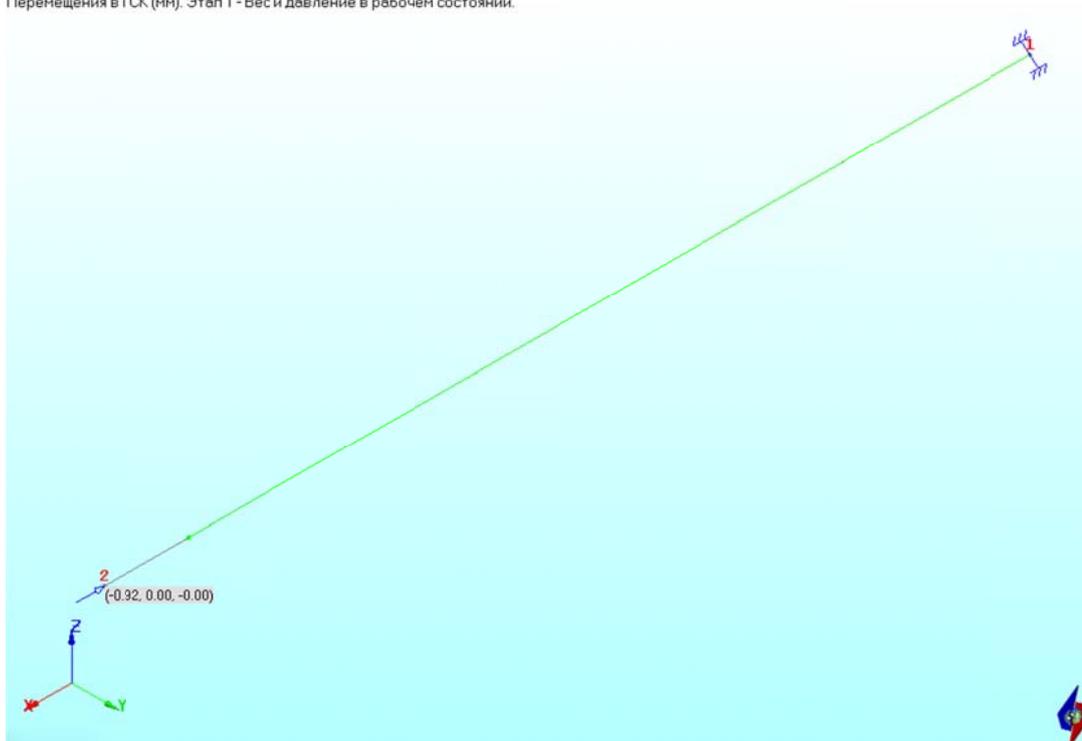
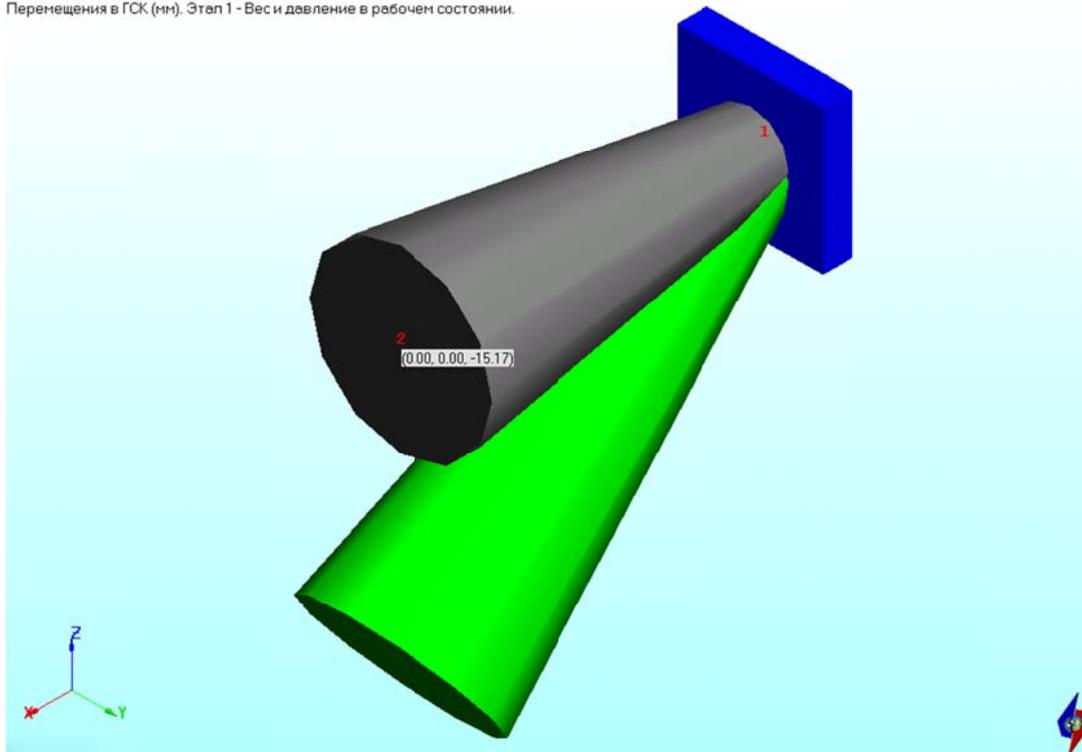


Рис. 23.3 Расчетные перемещения от действия продольной силы, мм

### Конический переход

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.



### Прямая труба

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.

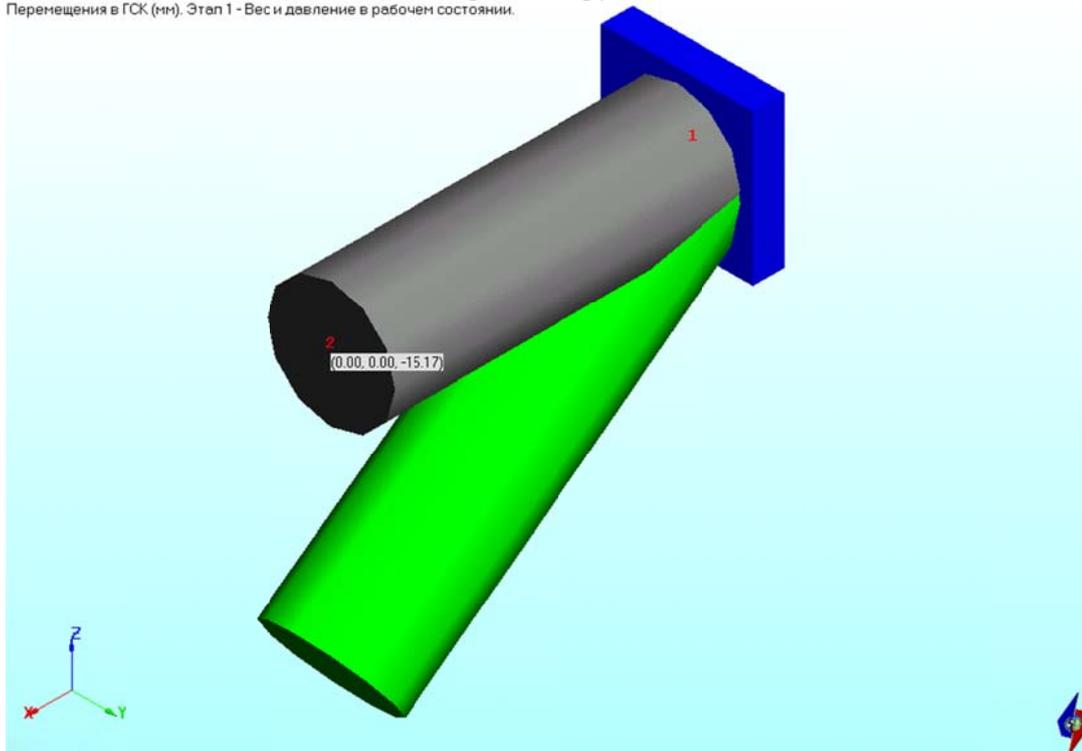
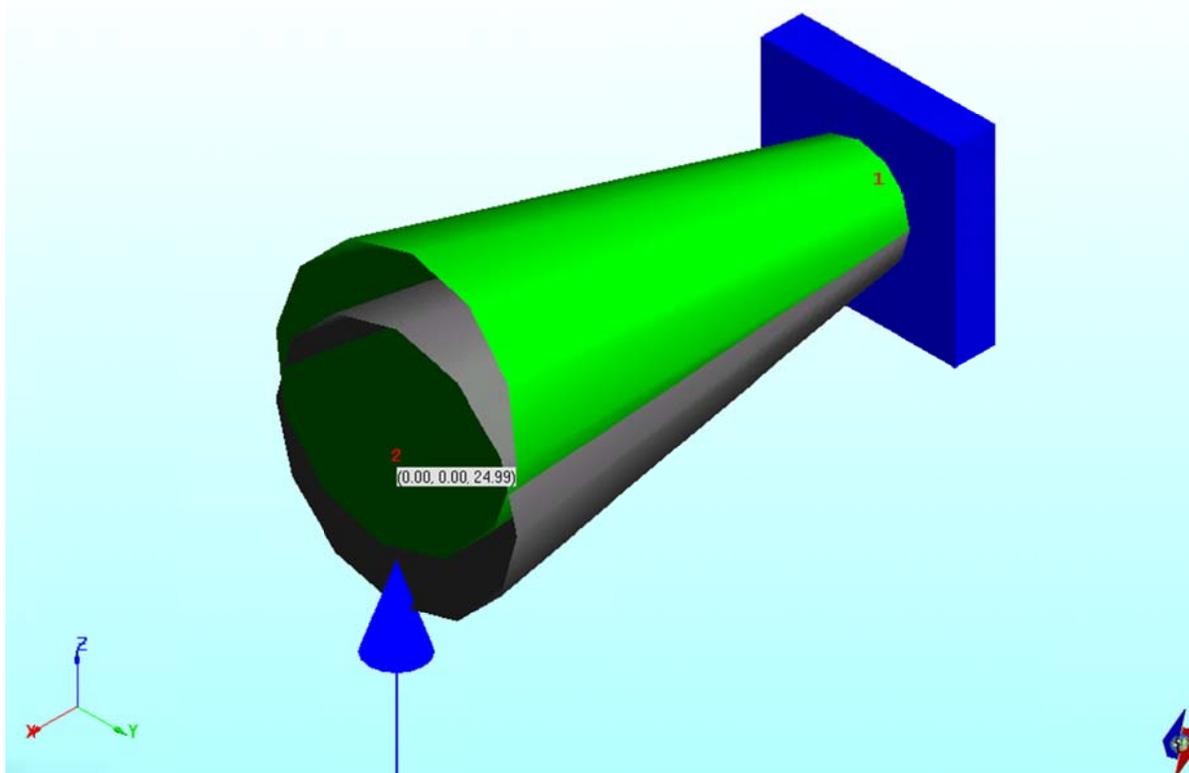


Рис. 23.4 Расчетные перемещения от действия изгибающего момента, мм

### Конический переход

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.



### Прямая труба

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.

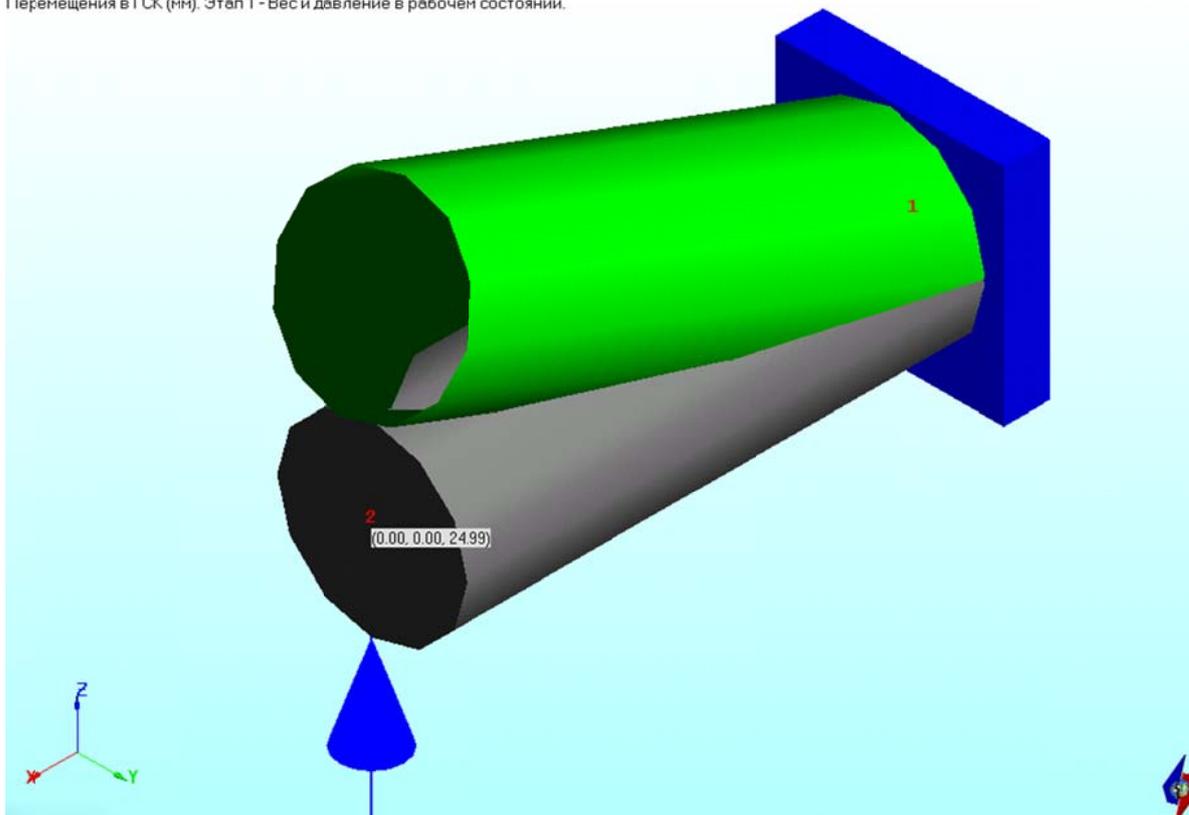


Рис. 23.5 Расчетные перемещения от действия поперечной силы, мм

Расчетные значения линейных перемещений конца консоли для трех рассмотренных типов нагрузок и различных элементов (конический переход/прямая труба) представлены на рис. 23.3 – 23.5 и в таблице 23.1.

Таблица 23.1

Расчетные перемещения, мм

	<b>Продольная сила</b>	<b>Изгибающий момент</b>	<b>Поперечная сила</b>
<b>Переход</b>	0.92	15.7	24.99
<b>Прямая труба</b>	0.92	15.7	24.99
<b>δ, %</b>	0.00	0.00	0.00

Идентичность полученных результатов свидетельствует о соответствии алгоритмов моделирования конических переходов в ПК *АСТРА-СВД* заявленной точности.

### 23.5 Литература

1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА’2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.

### Пример 24. Моделирование днищ (крышек, донышек)

<b>Источник(и)</b>	1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА’2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	прямая труба, донышко (днище, крышка), мертвая опора (заделка)
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST21.dat</a>

#### 24.1 Постановка задачи

Рассматривается консольная труба с крышкой на конце. Требуется проверить правильность учета осевых сил от давления.

#### 24.2 Исходные данные

*Геометрические характеристики*

- наружный диаметр трубы  $D = 108$  мм;
- толщина стенки трубы  $t = 7$  мм;
- площадь трубы в свету

$$F = \frac{\pi}{4} [D^2 - (D - 2t)^2] = \frac{3.14}{4} (0.108 - 2 \cdot 0.007)^2 = 6.94 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) одного из концов трубы.

*Параметры нагрузки*

- внутреннее давление  $p = 1$  МПа.

#### 24.3 Расчетная модель

Расчетная модель показана на рис. 24.1.

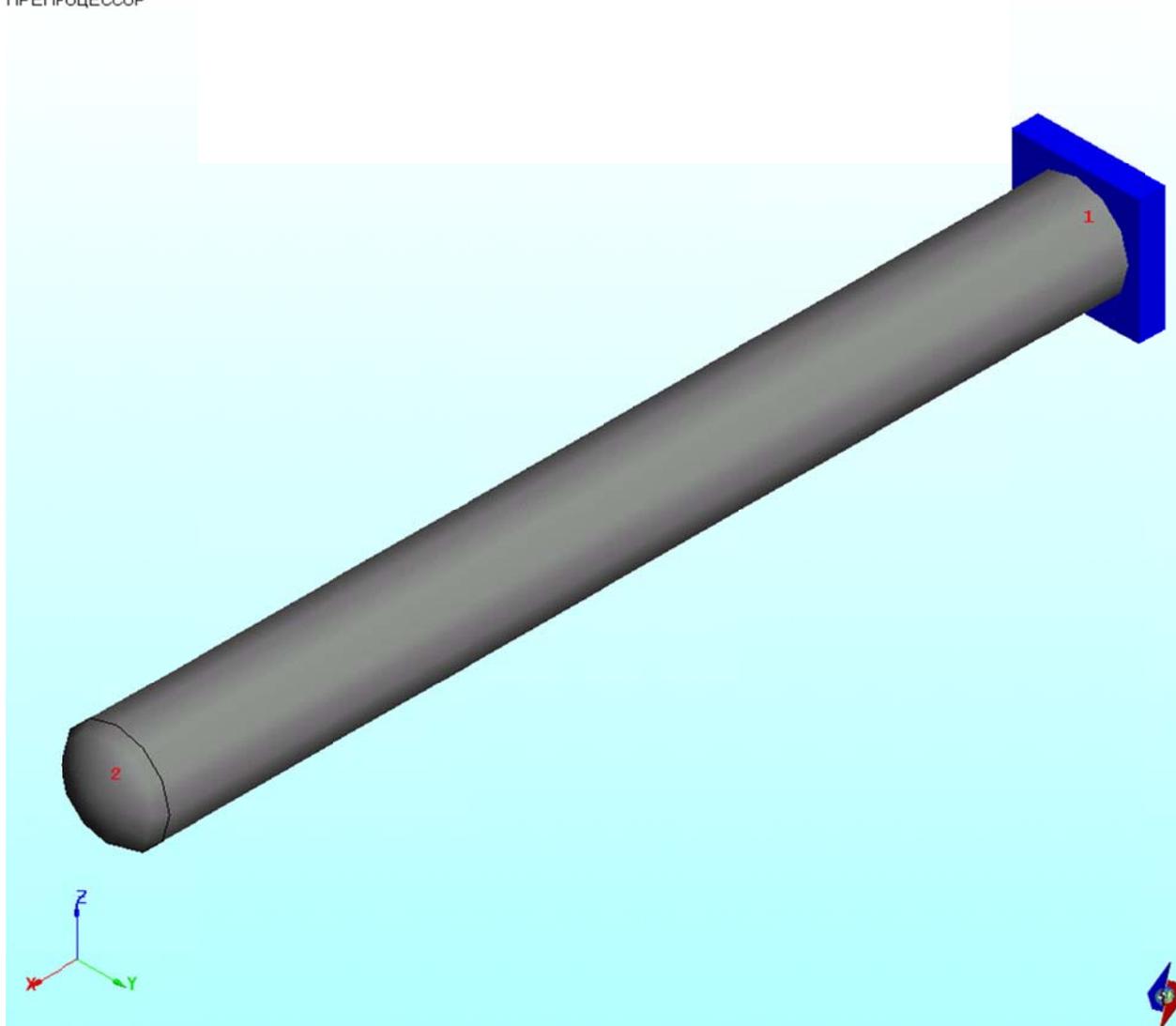


Рис. 24.1 Расчетная АСТРА-модель

## 24.4. Решение

Силовые факторы в ЛСК: Qx', Qy', Nz' (кН), Mx', My', Mz' (кН\*м). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии

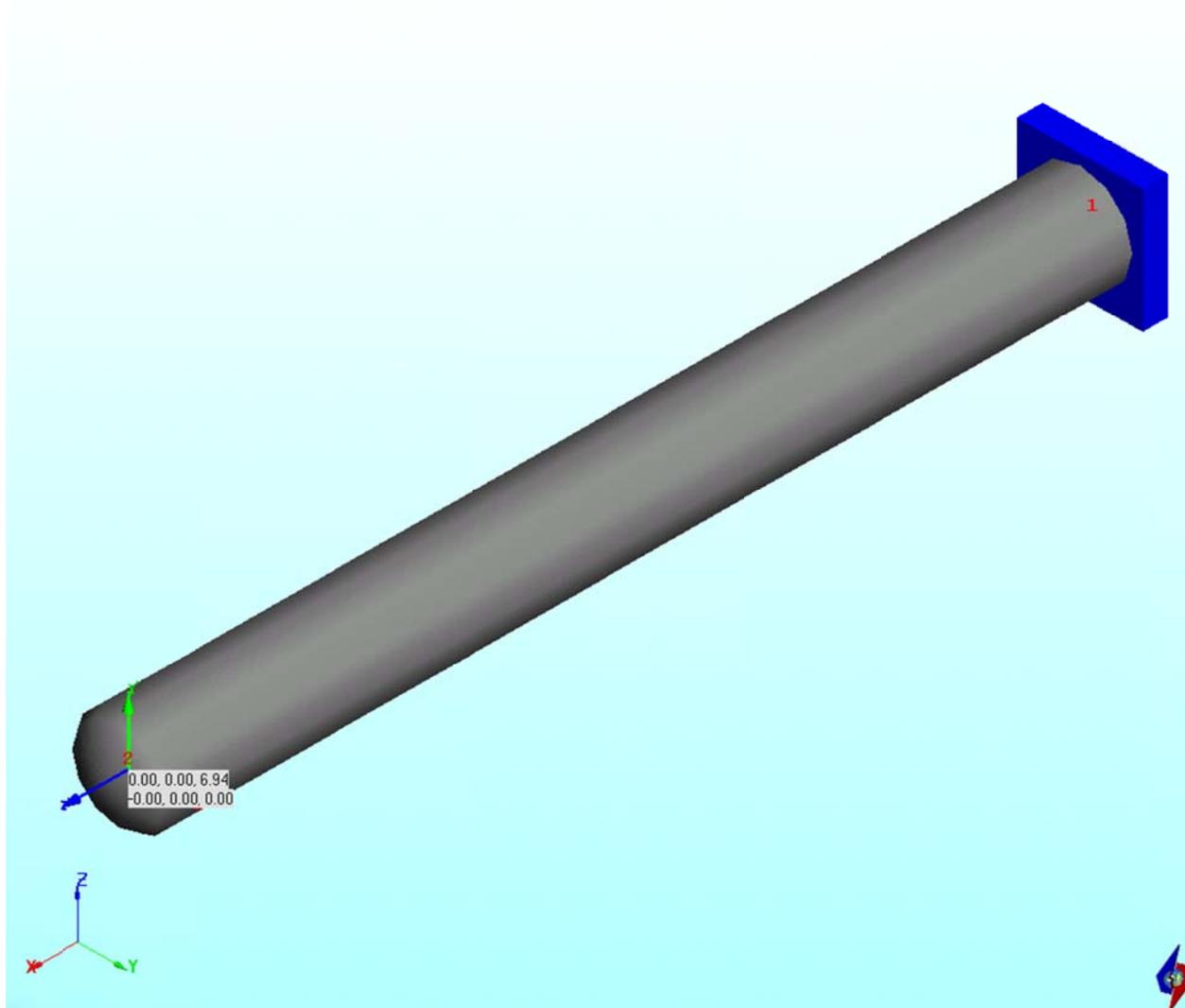


Рис. 24.2 Расчетные внутренние усилия от действия давления, кН

Полученные в результате численного решения в ПК *АСТРА-СВД* значения продольных внутренних усилий показаны на рис. 24.2 и составили  $N = 6.94$  кН, что полностью соответствует аналитическому решению:

$$N = pF = 1 \cdot 10^3 \cdot 6.94 \cdot 10^{-3} = 6.94 \text{ кН.}$$

## 24.5 Литература

1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА’2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.

**Пример 25. Моделирование арматуры с учетом штока (привода). Сопоставление с аналитическим решением**

<b>Источник(и)</b>	1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА’2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>прямая труба, арматура, мертвая опора (заделка)</i>
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST22.dat</a>

**25.1 Постановка задачи**

Требуется проверить правильность работы алгоритмов учета “штока” (привода) арматуры, реализованных в ПК АСТРА-СВД на простой балочной модели (рис. 25.1).

**25.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- координаты центра масс сечения штока относительно центрального сечения арматуры:
  - $x = 100$  мм;
  - $y = 100$  мм.
- наружный диаметр примыкающих труб  $D = 108$  мм;
- толщина стенки примыкающих труб  $t = 7$  мм.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Граничные условия (опоры)*

- заземления (заделки) по концам участка.

*Параметры нагрузки*

- вес арматуры  $G^{арм} = 5$  кН;
- вес штока  $G^{шток} = 10$  кН.

ПРЕПРОЦЕССОР

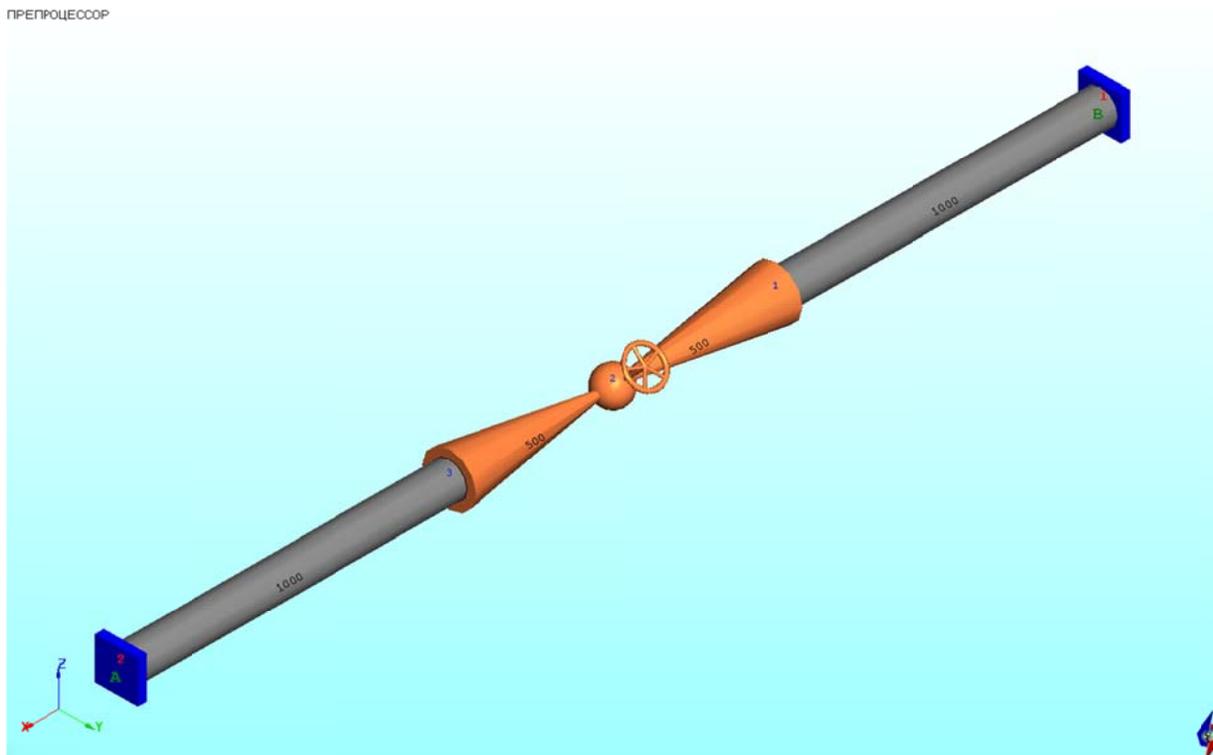


Рис. 25.1 Расчетная АСТРА-модель. Арматура

ПРЕПРОЦЕССОР

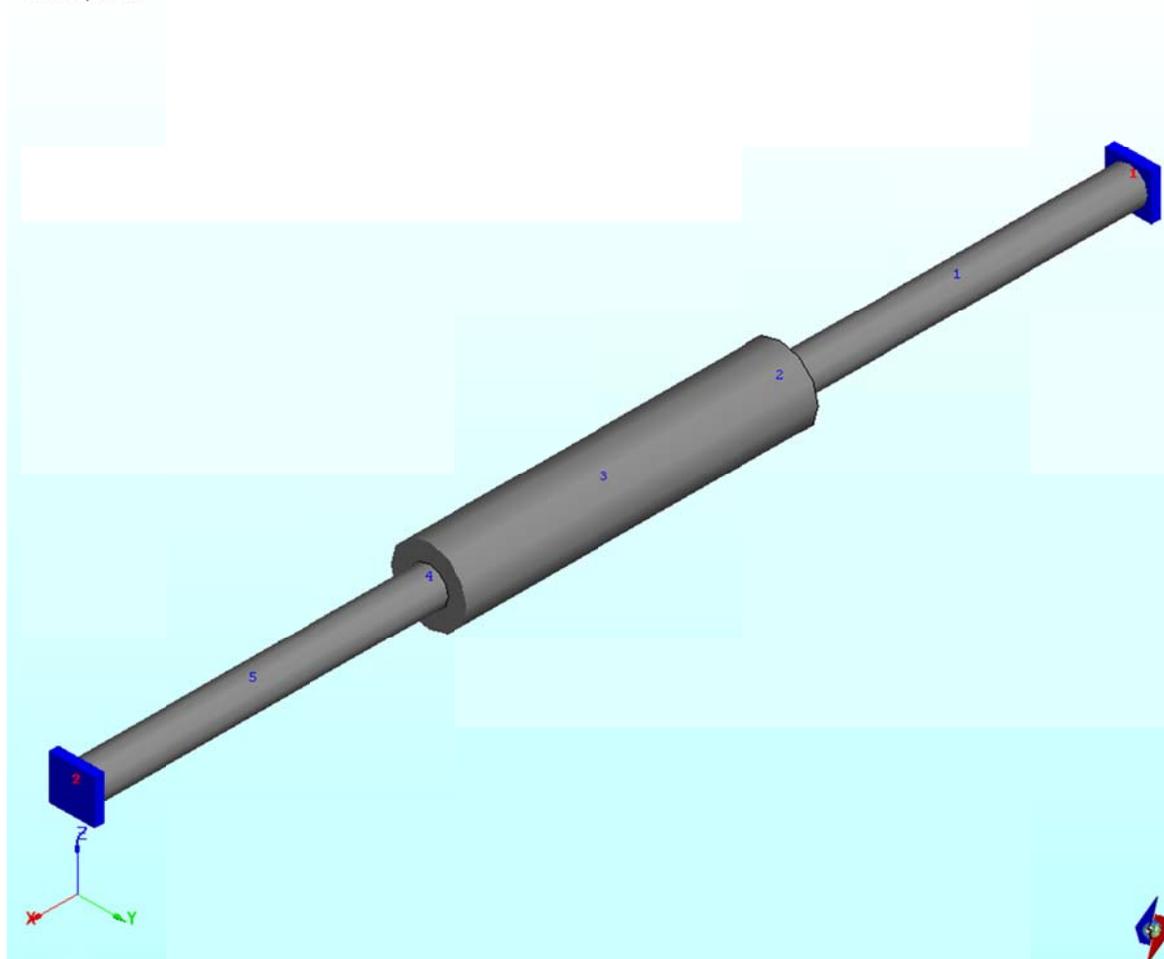


Рис. 25.2 Расчетная эквивалентная АСТРА-модель. Труба

Расположение масс

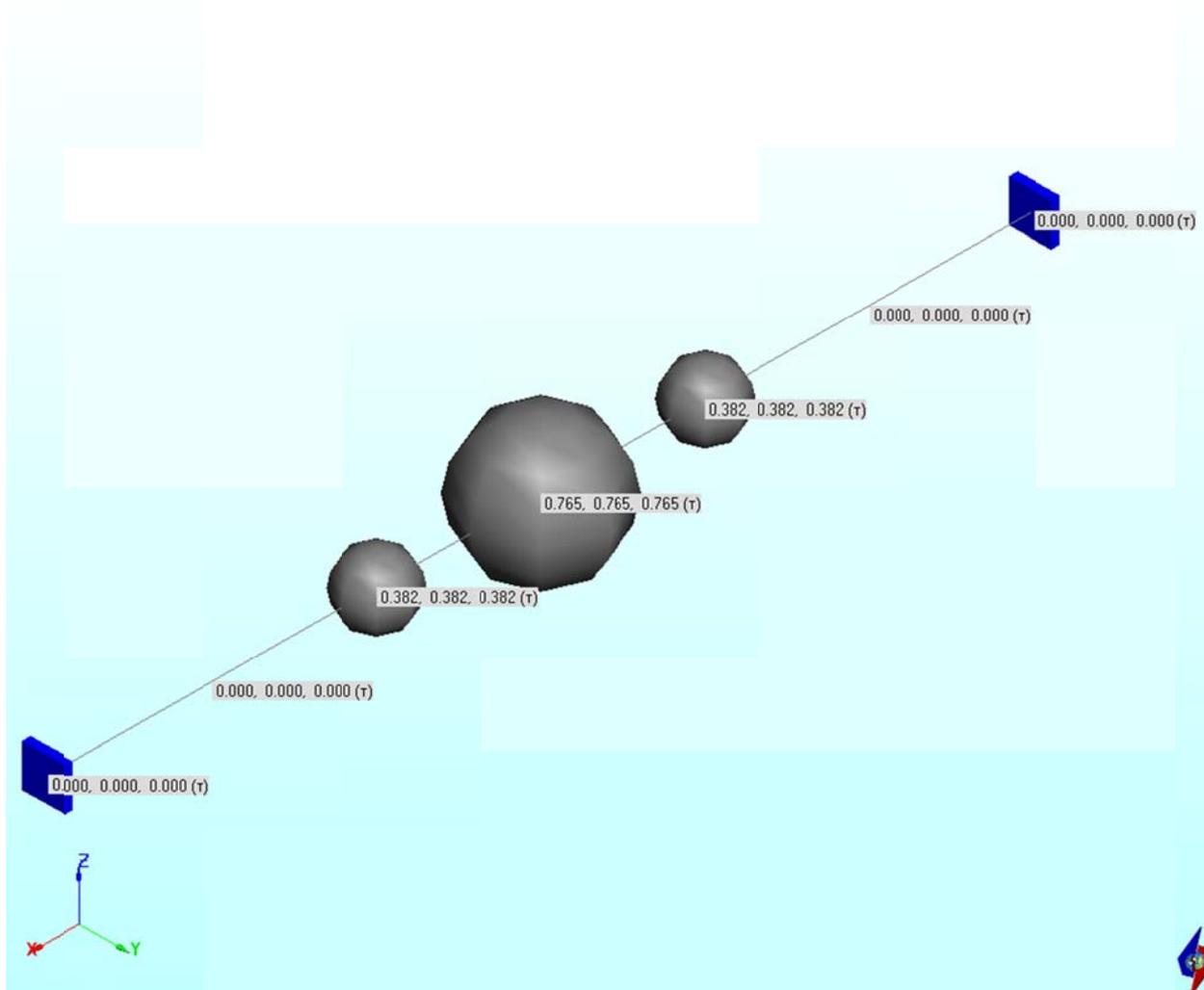


Рис. 25.3 Расчетная динамическая модель (массы – в т)

## 25.2 Расчетная модель

Расчетная суперэлементная модель, построенная в ПК *АСТРА-СВД* (рис. 25.1) включает арматуру со штоком и два примыкающих отрезка прямых труб (с заданным нулевым погонным весом). Т.о. в модели 1 участок-суперэлемент, 2 суперэлементных узла, 3 элемента. Концы участка жестко закреплены.

На рис. 25.2 показана эквивалентная модель, построенная исходя из особенностей моделирования арматуры в ПК *АСТРА-СВД*. Здесь арматура заменяется прямой трубой с диаметром  $D_1 = 2 \cdot D$  и толщиной  $t_1 = D/2.1$ . Суммарный вес  $G = G^{\text{арм}} + G^{\text{шток}}$  равномерно распределяется по длине трубы, массовые моменты инерции штока приводятся в центральное сечение.

## 25.3 Результаты

### 25.3.1 Аналитическое решение

В соответствии с известными соотношениями теоретической механики приведенный крутящий момент от «штока» относительно глобальной оси X:

$$M_x = -G^{\text{шток}} \cdot y = -10 \cdot 0.1 = -1 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

суммарный вес арматуры со штоком:

$$G = G^{\text{арм}} + G^{\text{шток}} = 5 + 10 = 15 \text{ кН.}$$

Тогда из условия равновесия реакции в опорах крутящие моменты  $M_x^A = M_x^B = 0.5 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , перерезывающие силы  $R_z^A = R_z^B = 7.5 \text{ кН}$ .

Массовые моменты инерции штока, приведенные к центральному сечению арматуры:

$$I_x = M^{\text{шток}} \cdot (y^2 + z^2) = 1.01936 \cdot (0.1^2 + 0.1^2) = 0.0203873 \text{ т}\cdot\text{м}^2,$$

$$I_y = M^{\text{шток}} \cdot (x^2 + z^2) = 1.01936 \cdot 0.1^2 = 0.0101936 \text{ т}\cdot\text{м}^2,$$

$$I_z = M^{\text{шток}} \cdot (x^2 + y^2) = 1.01936 \cdot 0.1^2 = 0.0101936 \text{ т}\cdot\text{м}^2,$$

где  $M^{\text{шток}} = 1.01936 \text{ т}$  – масса штока.

### 25.3.2 Численное решение

Расчетные нагрузки в опорах показаны на рис. 25.4. Полученные в ПК АСТРА-СВД значения реактивных крутящих моментов (0.5 кН·м) и вертикальных сил (7.5 кН) в опорах полностью совпадают с результатами аналитического решения.

Нагрузки на опоры: P1,P2,P3 (кН), M1,M2,M3 (кН\*м). Рабочее состояние.

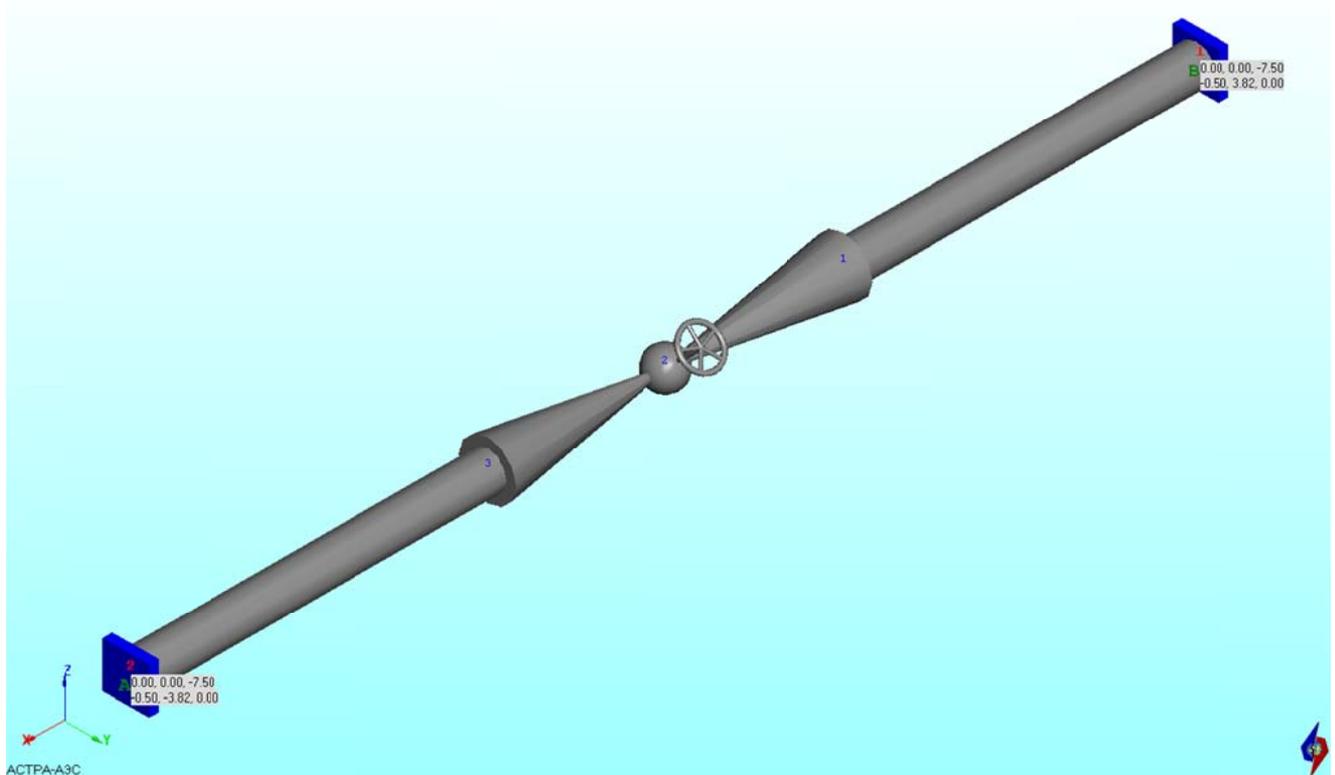


Рис. 25.4 Расчетные нагрузки на опоры, кН (кН·м)

Расчетные низшие собственные частоты для моделей с арматурой (рис. 25.1) и эквивалентной (рис. 25.2) в соответствии с таблицей 25.1 полностью идентичны.

Таблица 25.1

Расчетные низшие собственные частоты, Гц

Модель	1	2	3
Арматура со штоком	14.068	14.068	32.766
Эквивалентная модель (рис. 25.2)	14.068	14.068	32.766
$\delta$ , %	0.00	0.00	0.00

На основании проведенных сопоставлений можно сделать вывод о правильности моделирования статического и динамического поведения арматуры с приводом (штоком) в ПК АСТРА-СВД.

#### 25.4 Литература

1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА’2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.

### Пример 26. Моделирование односторонних опор с трением, жестких подвесок и амортизаторов

<b>Источник(и)</b>	1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА’2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС, расчет собственных частот и форм колебаний
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>прямая труба, отвод (гиб, колено), опора трения односторонняя, жесткая подвеска, амортизатор, опора общего вида, мертвая опора (заделка)</i>
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST23V1.dat</a> <a href="#">TEST23V2.dat</a> <a href="#">TEST23V3.dat</a> <a href="#">TEST23V4.dat</a> <a href="#">TEST23V5.dat</a>

#### 26.1 Постановка задачи

Проверяется правильность работы реализованных в ПК АСТРА-СВД алгоритмов итерационного учета отрыва трубопровода от односторонних опор с трением и жестких подвесок.

Также осуществляется проверка правильности моделирования амортизаторов, посредством сопоставления их работы в статическом и динамическом режимах с работой пружинных опор эквивалентной жесткости и трубопровода, не содержащего в данном сечении опорных конструкций.

#### 26.2 Исходные данные

##### *Геометрические характеристики*

- наружный диаметр трубы  $D = 245$  мм;
- толщина стенки трубы  $t = 19$  мм.

##### *Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

##### *Граничные условия (опоры)*

- мертвые опоры (заделки) по концам трубы;
- верифицируемая опора в промежуточном сечении.

##### *Параметры нагрузки*

- внутреннее давление  $p = 2$  МПа;
- плотность материала трубы  $\rho = 7.85$  т/м<sup>3</sup>;
- температурный перепад  $\Delta T = 380^\circ\text{C}$ .

#### 26.3 Расчетные модели

Базовая суперэлементная модель трубопровода, представленная на рис. 26.1, состоит из одного участка-суперэлемента, 16-ти элементов.

В рассматриваемую модель включались последовательно верифицируемые элементы (односторонняя опора, жесткая подвеска, амортизатор). Соответствующие расчетные

модели показаны на рис. 26.2 – 26.4. На рис. 26.5 приведена модель, содержащая пружинную опору эквивалентной жесткости (применяется для верификации амортизатора).

На рис. 26.6 показана расчетная динамическая модель трубопровода. Суммарная масса системы 1.872 т, число динамических степеней свободы – 39.

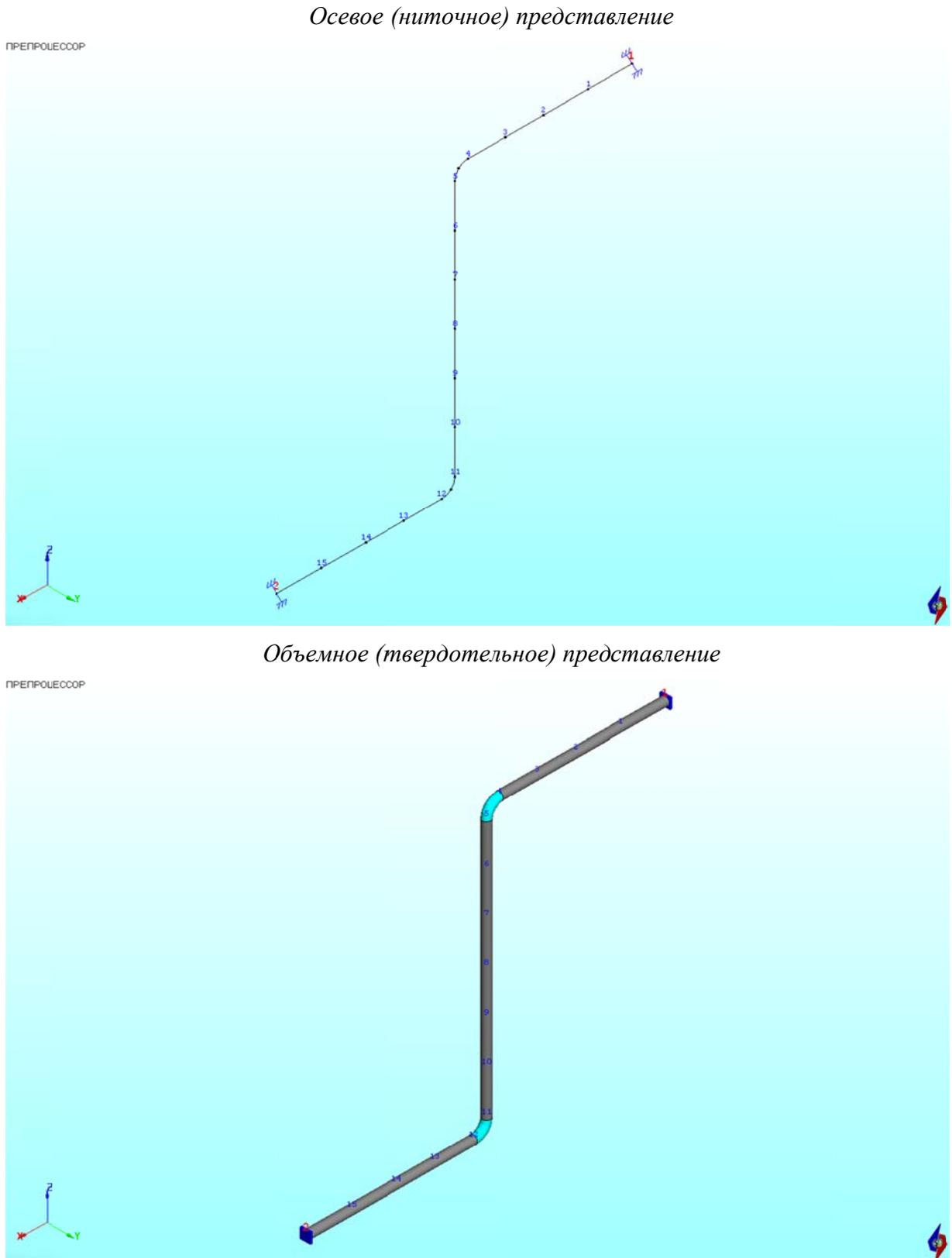


Рис. 26.1 Расчетная АСТРА-модель. Трубопровод без промежуточных опорных конструкций

ПРЕПРОЦЕССОР

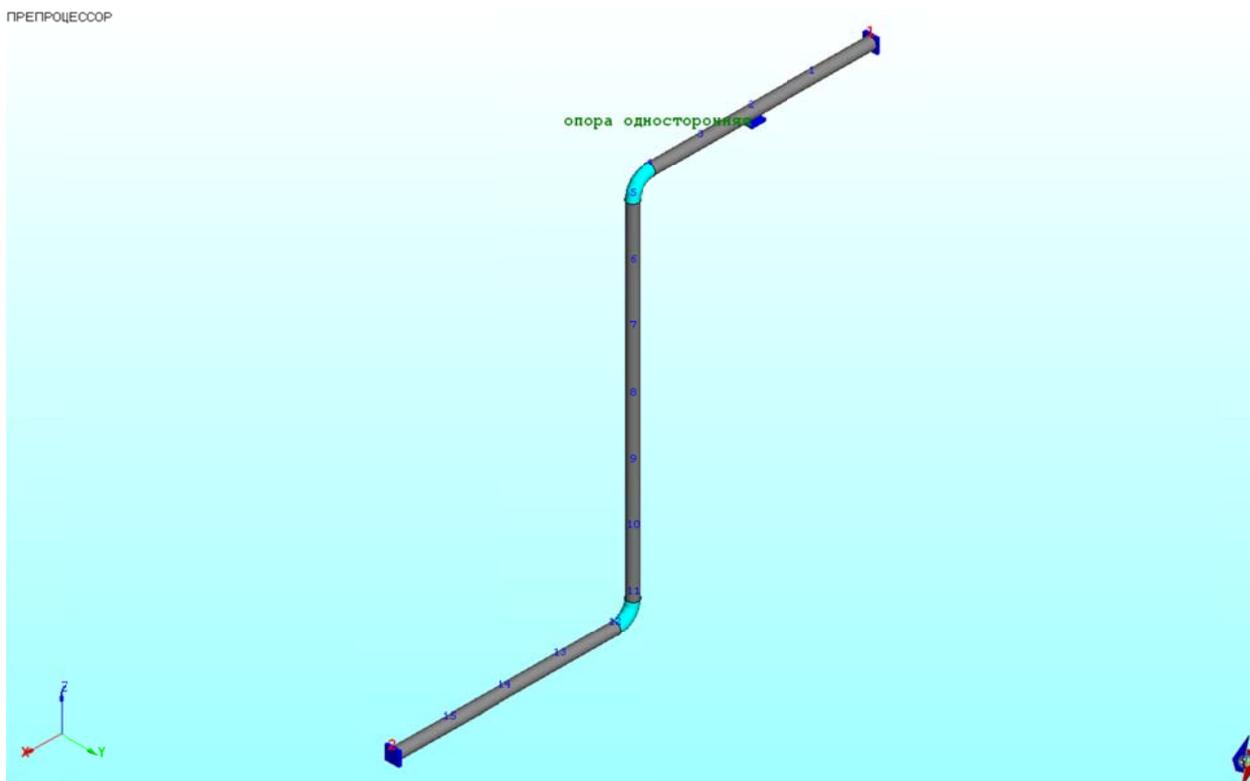


Рис. 26.2 Расчетная АСТРА-модель. Трубопровод с односторонней опорой

ПРЕПРОЦЕССОР

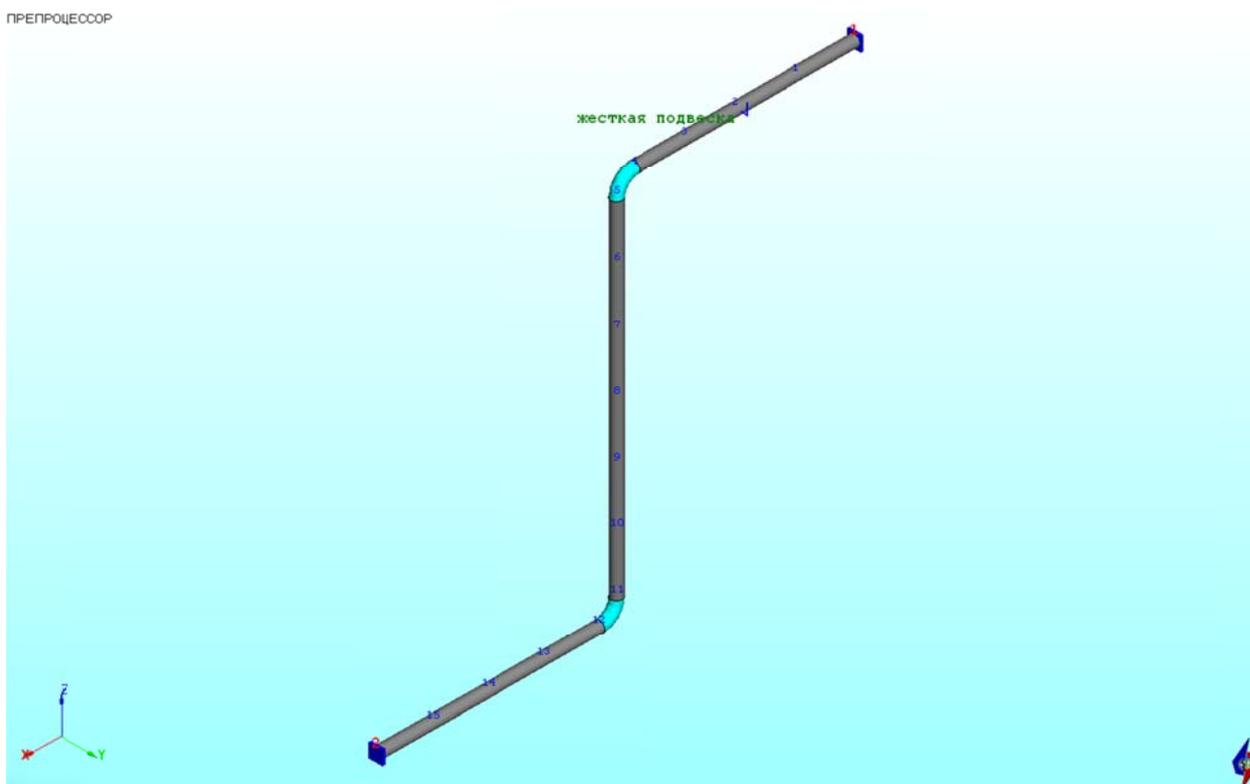


Рис. 26.3 Расчетная АСТРА-модель. Трубопровод с жесткой подвеской

ПРЕПРОЦЕССОР

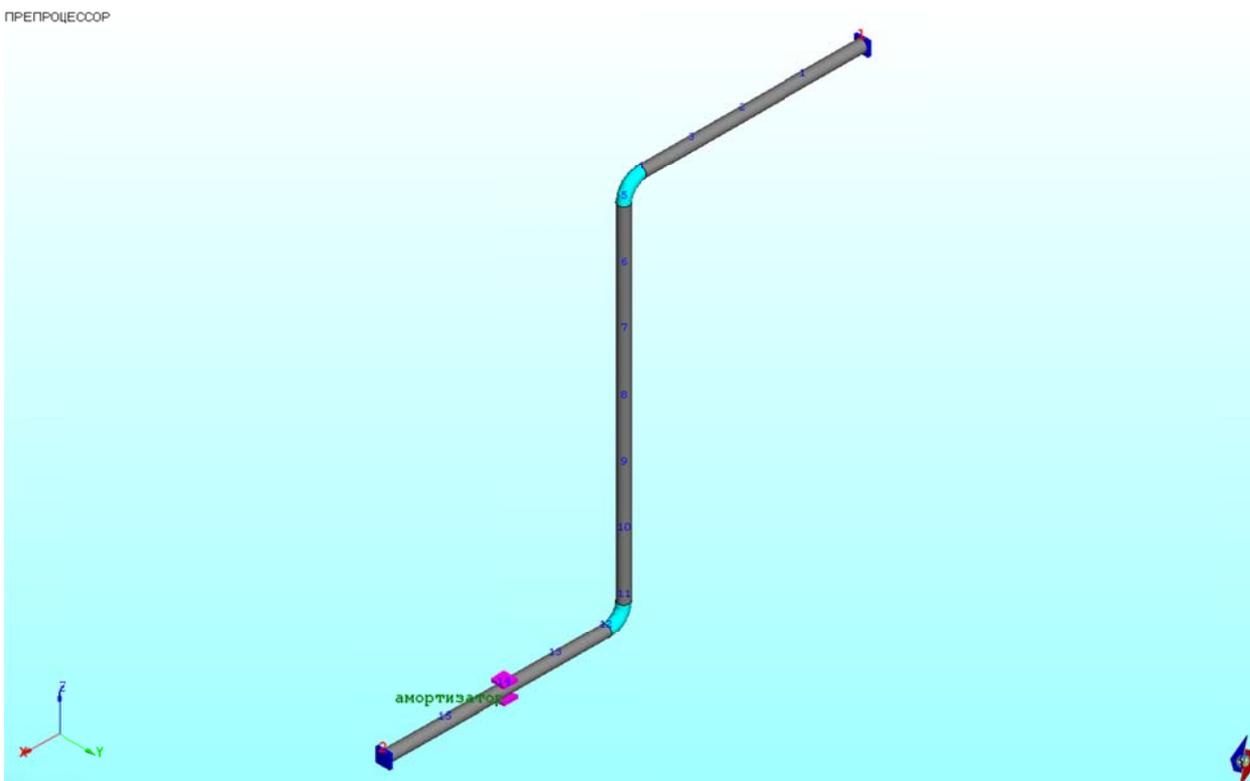


Рис. 26.4 Расчетная АСТРА-модель. Трубопровод с амортизатором

ПРЕПРОЦЕССОР

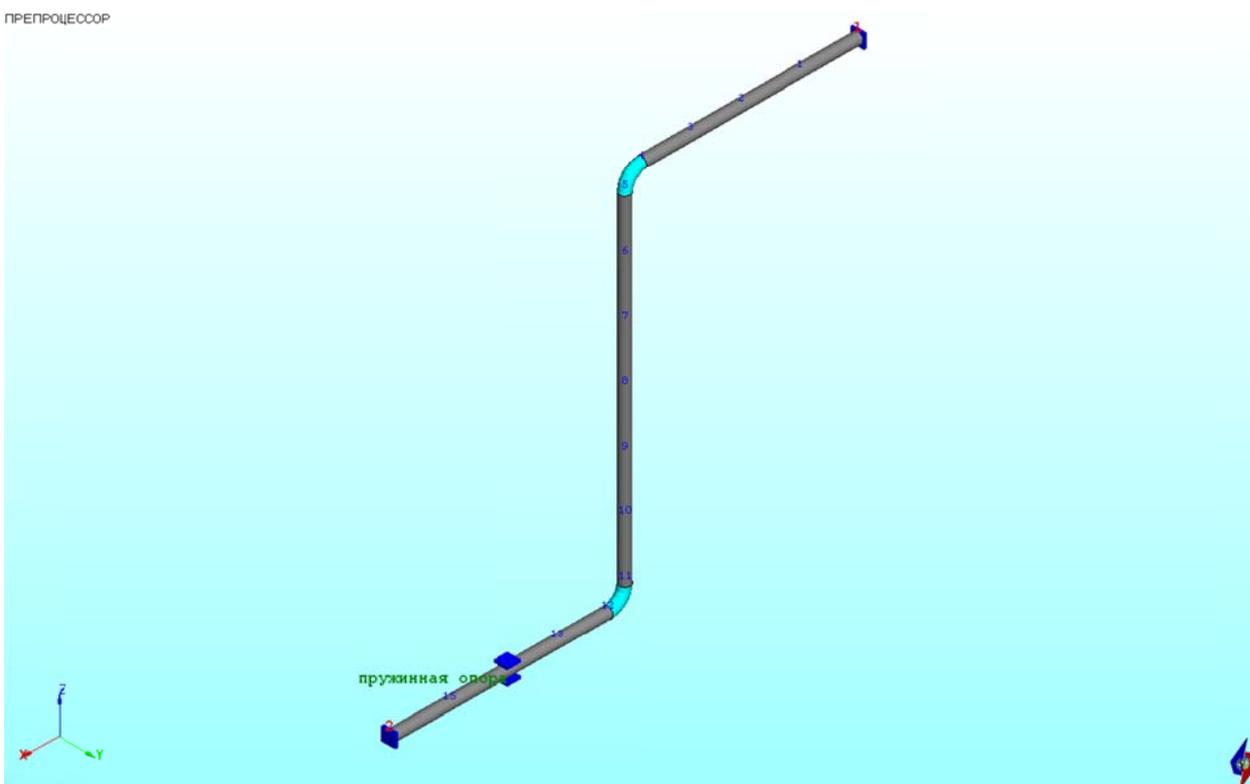
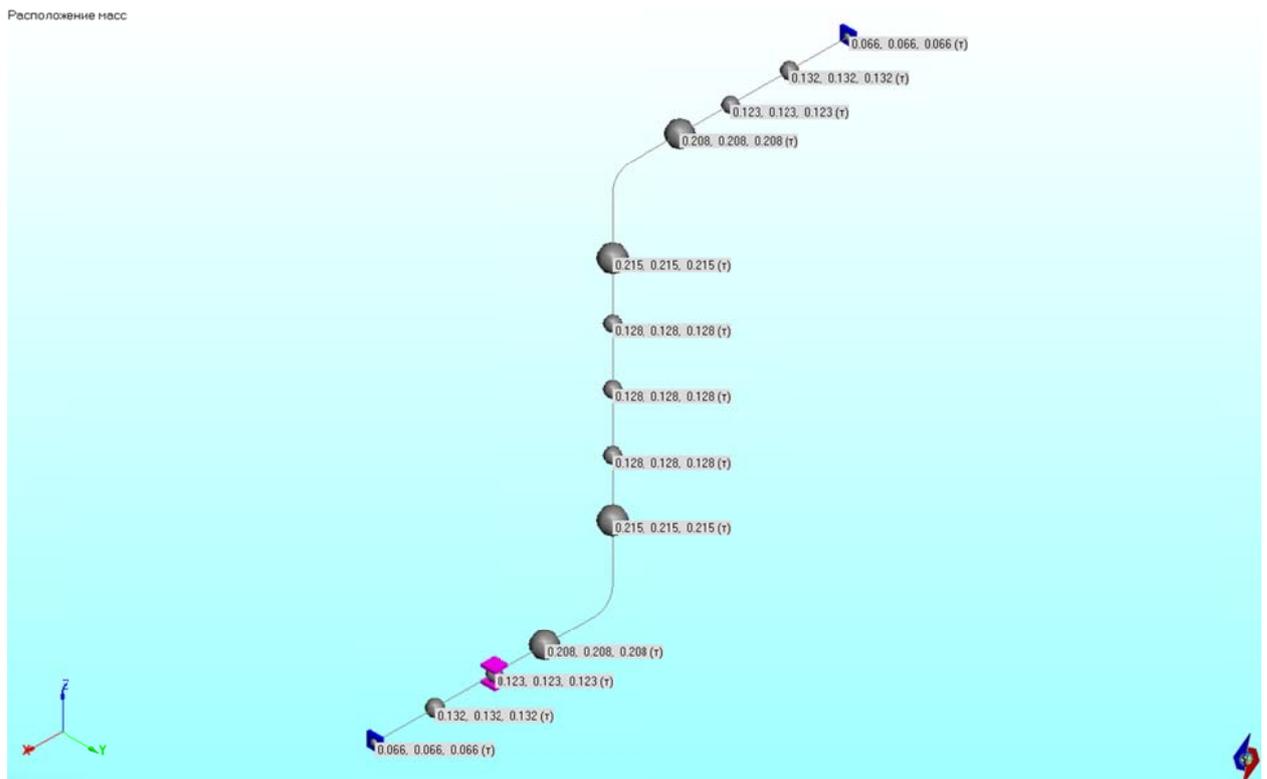


Рис. 26.5 Расчетная АСТРА-модель. Трубопровод с опорой эквивалентной жесткости



## 26.4 Результаты

26.4.1 На рис. 26.7 – 26.8 продемонстрирован отрыв трубопровода при нагреве от односторонней опоры с трением и в жесткой подвеске. Обращение в нуль реактивных усилий в опорах является достаточным критерием правильности работы алгоритмов моделирования указанных элементов.

26.4.2 Для трубопровода, содержащего амортизатор, на рис. 26.9 представлены расчетные перемещения; продемонстрировано полное совпадение с результатами аналогичного расчета для трубопровода без амортизатора.

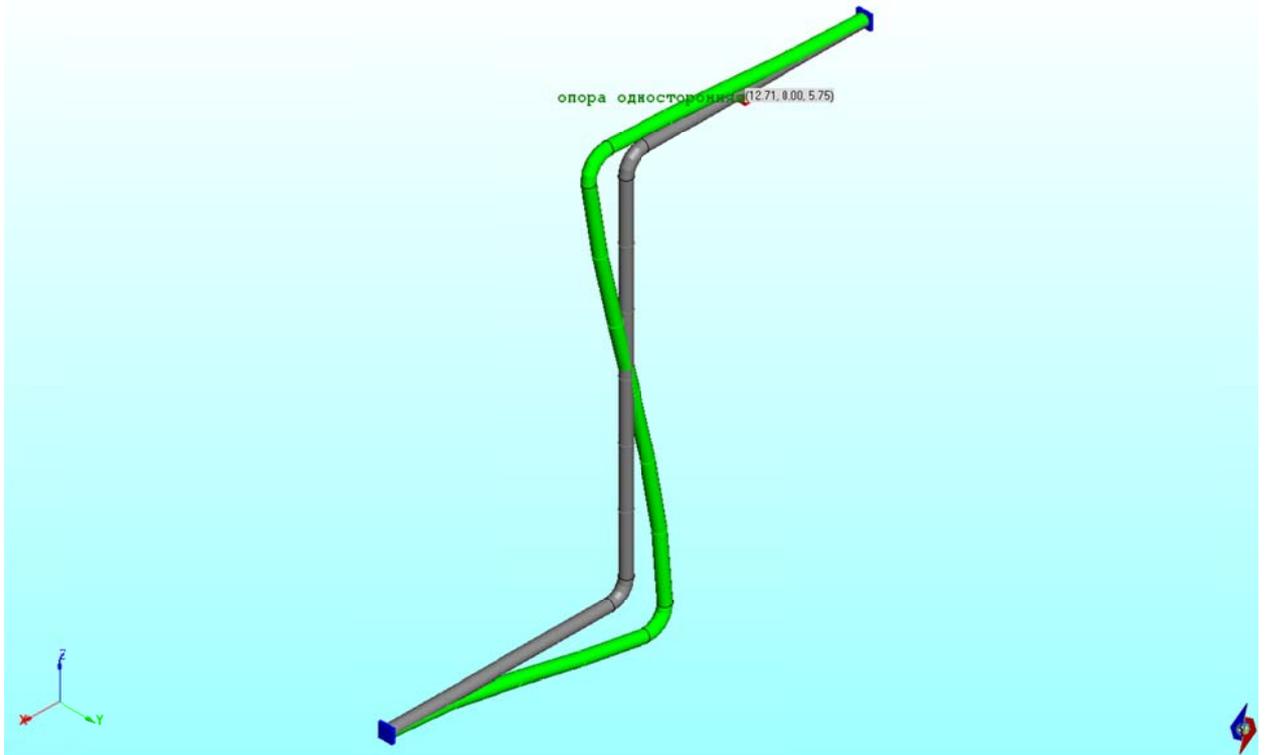
В таблице 26.1 приведены значения 10-ти низших собственных частот, (а на рис. 26.10 – 4 первые формы собственных колебаний) для двух вариантов моделирования рассматриваемого трубопровода:

- с амортизатором
- с эквивалентной по жесткости пружинной опорой.

Результаты идентичны. Таким образом, на тестовом примере показано искомое отсутствие влияния амортизатора на жесткость системы при квазистатическом нагружении и включение его жесткостных характеристик в глобальную матрицу жесткости трубопроводной системы при динамическом расчете.

*Деформированная схема (перемещения – в мм)*

Перемещения в ГСК (мм). Этап 25 - Все нагрузки в рабочем состоянии.



*Нагрузки на опору (кН)*

Нагрузки на опоры: P1,P2,P3 (кН), M1,M2,M3 (кН\*м). Рабочее состояние.

Предупреждения  
Отрыв от опоры ■

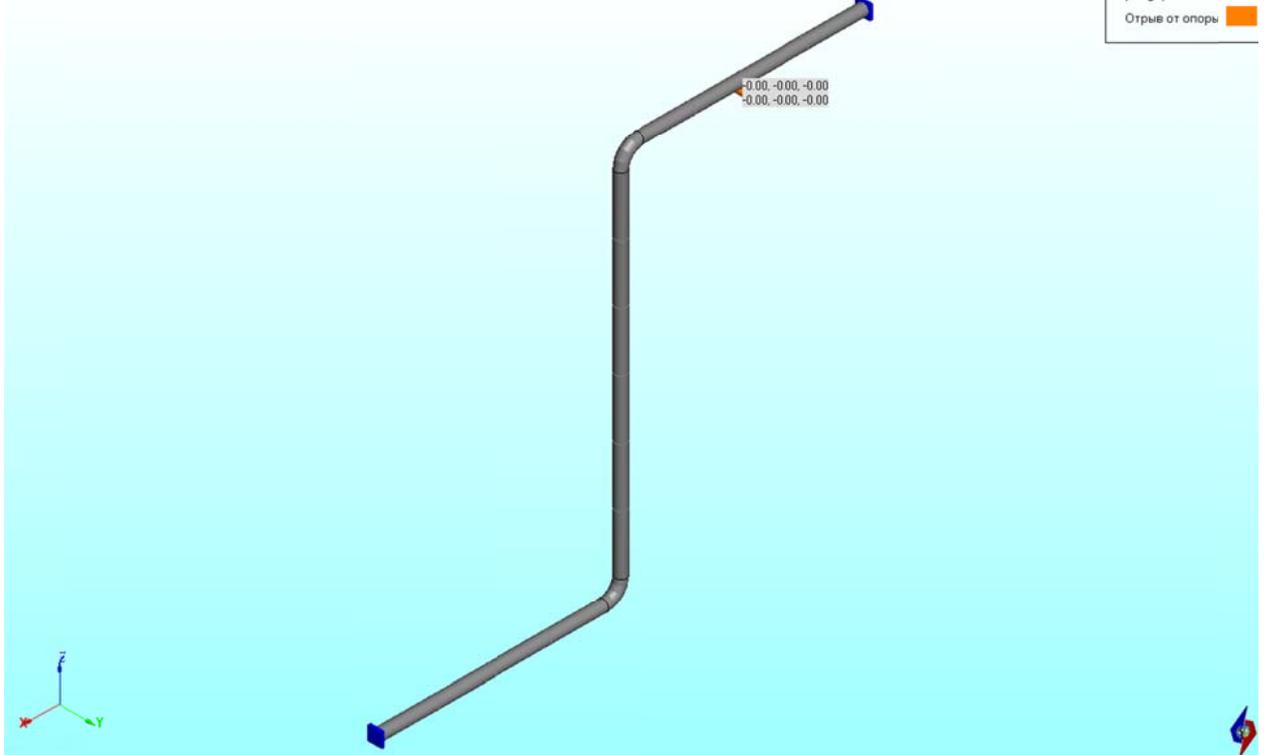
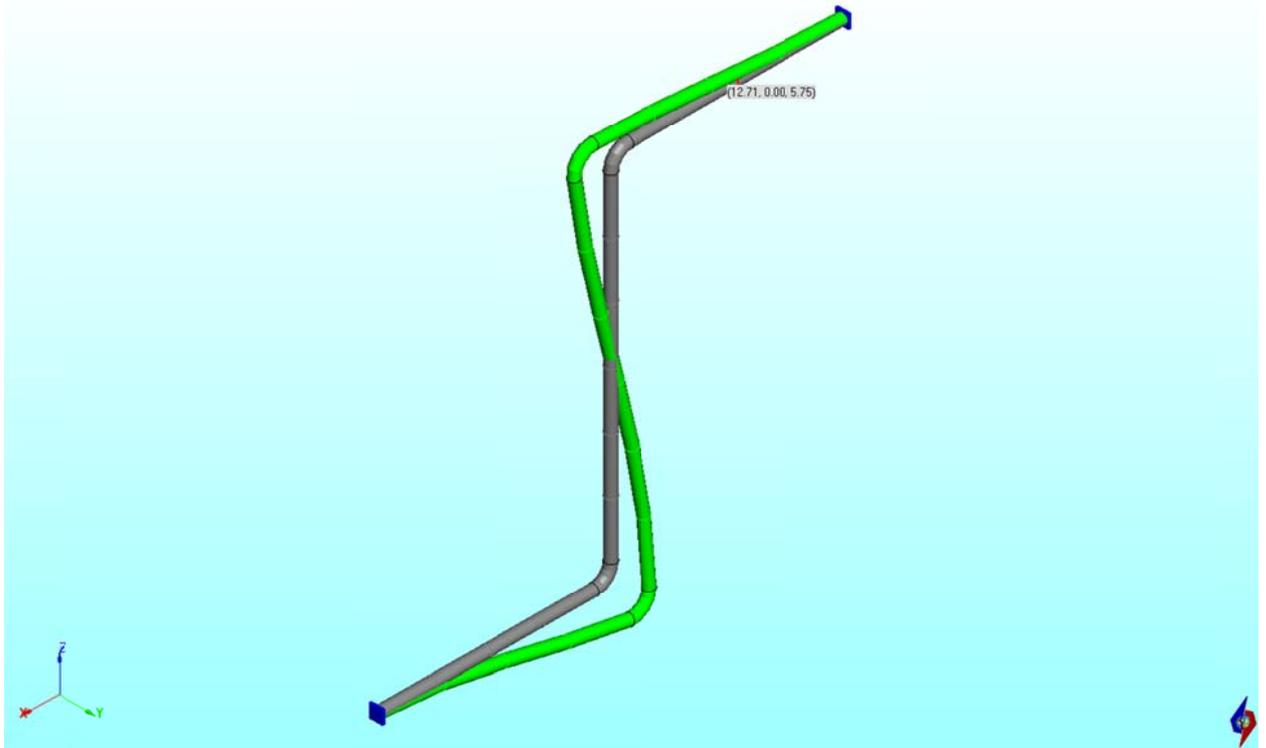


Рис. 26.7 Отрыв трубопровода от односторонней опоры

*Деформированная схема (перемещения – в мм)*

Перемещения в ГСК (мм). Этап 25 - Все нагрузки в рабочем состоянии.



*Нагрузки на опору (кН)*

Нагрузки на опоры: P1,P2,P3 (кН), M1,M2,M3 (кН\*м). Рабочее состояние.

Предупреждения  
Отрыв от опоры ■

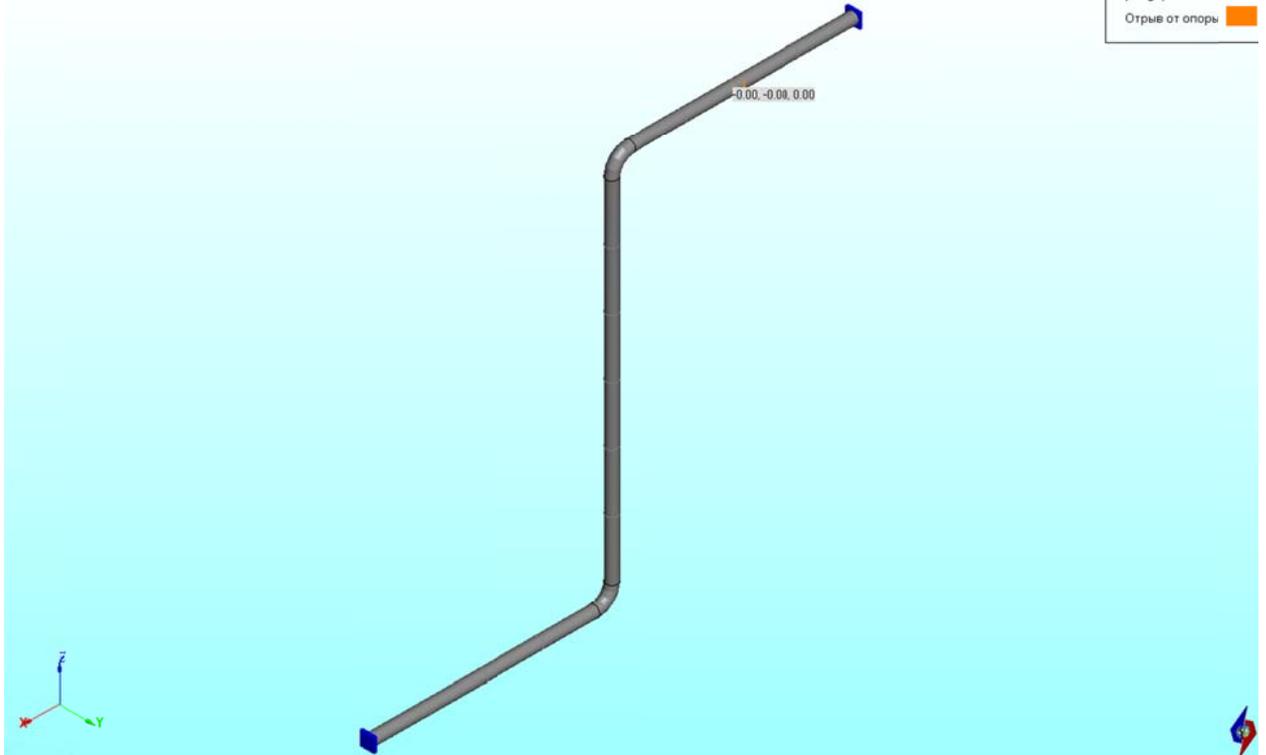
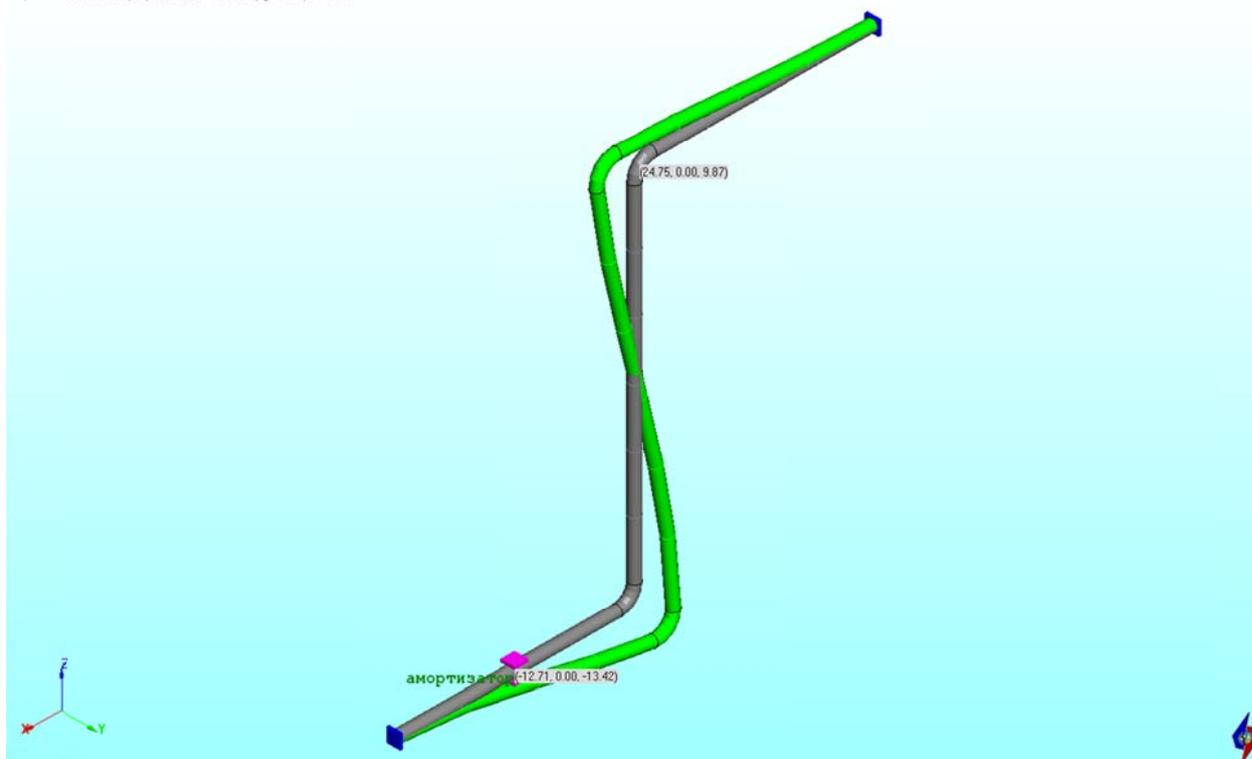


Рис. 26.8 Отрыв трубопровода в жесткой подвеске

### Трубопровод с амортизатором

Перемещения в ГСК (мм). Этап 25 - Все нагрузки в рабочем состоянии.



### Трубопровод без опоры

Перемещения в ГСК (мм). Этап 25 - Все нагрузки в рабочем состоянии.

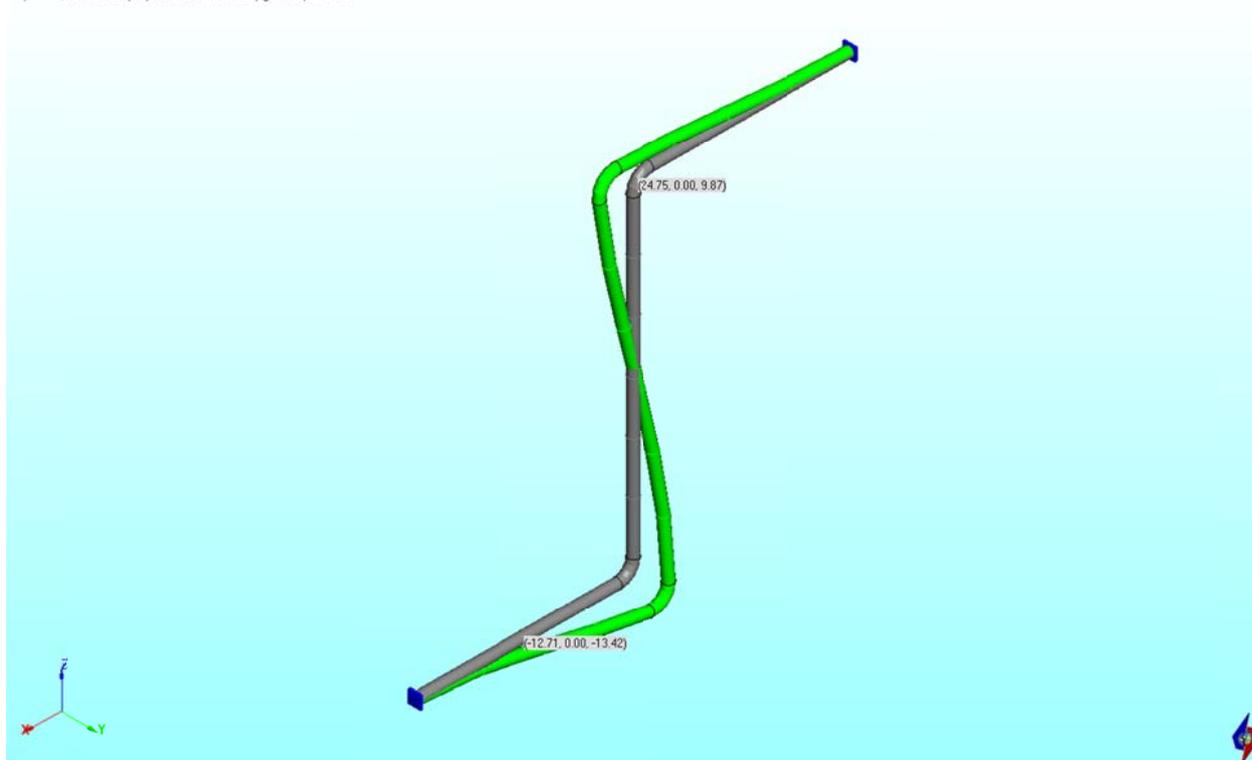


Рис. 26.9 Расчетные деформированные схемы (перемещения – в мм)

### Трубопровод с амортизатором



### Трубопровод без опоры



Рис. 26.10 Расчетные низшие формы собственных колебаний

Таблица 26.1

Расчетные низшие собственные частоты, Гц

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Трубопровод с амортизатором	4.875	5.454	7.897	13.415	20.391	32.207	32.760	43.400	45.681	56.006
Трубопровод без опоры	4.875	5.454	7.897	13.415	20.391	32.207	32.760	43.400	45.681	56.006

### 26.5 Литература

1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА’2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.

**Пример 27. Расчетная проверка герметичности фланцевых соединений**

<b>Источник(и)</b>	1. Указания по расчету на прочность и вибрацию технологических стальных трубопроводов. РТМ 38.001–94. М., 1995 г. 2. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА’2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>прямая труба, мертвая опора (заделка), фланец</i>
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST24.dat</a>

**27.1 Постановка задачи**

Проверка фланцевых соединений на герметичность в ПК АСТРА-СВД выполняется по формуле (1) Приложения 3 РТМ 38.001-94 [1] по заданному рабочему давлению и вычисленным силовым факторам.

На фланцевые соединения трубопроводов, кроме внутреннего или наружного давления, действуют также осевая и перерезывающие силы, изгибающие и крутящий моменты, величины которых определяются из расчета напряженно-деформированного состояния трубопровода в целом. При выборе нормализованного фланцевого соединения указанные силовые факторы следует учитывать при определении условного давления, по которому выбираются нормализованные фланцы:

$$[P_y] \geq \frac{P + \frac{4}{3.14 \cdot G^2} \text{Max} \left\{ \left( N + \frac{4|M|}{G} \right); 0 \right\}}{A_T}, \text{ МПа} \quad (27.1)$$

где:

$$M = (M_x^2 + M_y^2)^{0.5},$$

$M_x, M_y$  – изгибающие моменты, действующие в двух взаимно перпендикулярных плоскостях,

$N$  – осевая сила, действующая на фланцевое соединение:

- при растяжении принимается со знаком плюс;
- при сжатии – минус.

$G$  – эффективный диаметр прокладки:

1) для плоских прокладок шириной  $b < 15$  мм, а также для прокладок овального или восьмигранного сечения – средний диаметр прокладки;

2) для плоских прокладок с наружным диаметром  $D_H$  и шириной  $b > 15$  мм:

$$G = D_H - 3.87\sqrt{b}, \text{ мм}$$

$A_T$  – коэффициент, для трубопроводов АЭУ и ТЭУ принимаемый равным 1,

$D_H$  – наружный диаметр прокладки, мм

Требуется проверить правильность, реализованных в ПК *АСТРА-СВД* алгоритмов диагностики нарушения герметичности фланцевых соединений трубопроводов.

## 27.2 Исходные данные

### *Геометрические характеристики*

- наружный диаметр труб  $D = 159$  мм;
- толщина стенки труб  $t = 17$  мм.

### *Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

### *Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) на конце участка.

### *Параметры нагрузки*

- внутреннее давление  $p = 5$  МПа;
- сосредоточенная вертикальная сила  $F = 0.5$  кН, приложенная на консольном конце.

### *Характеристики фланцевого соединения*

- внутренний диаметр прокладки  $D_v = 165$  мм;
- наружный диаметр прокладки  $D_n = 190$  мм;
- допускаемое условное давление  $[p_y] = 6$  МПа.

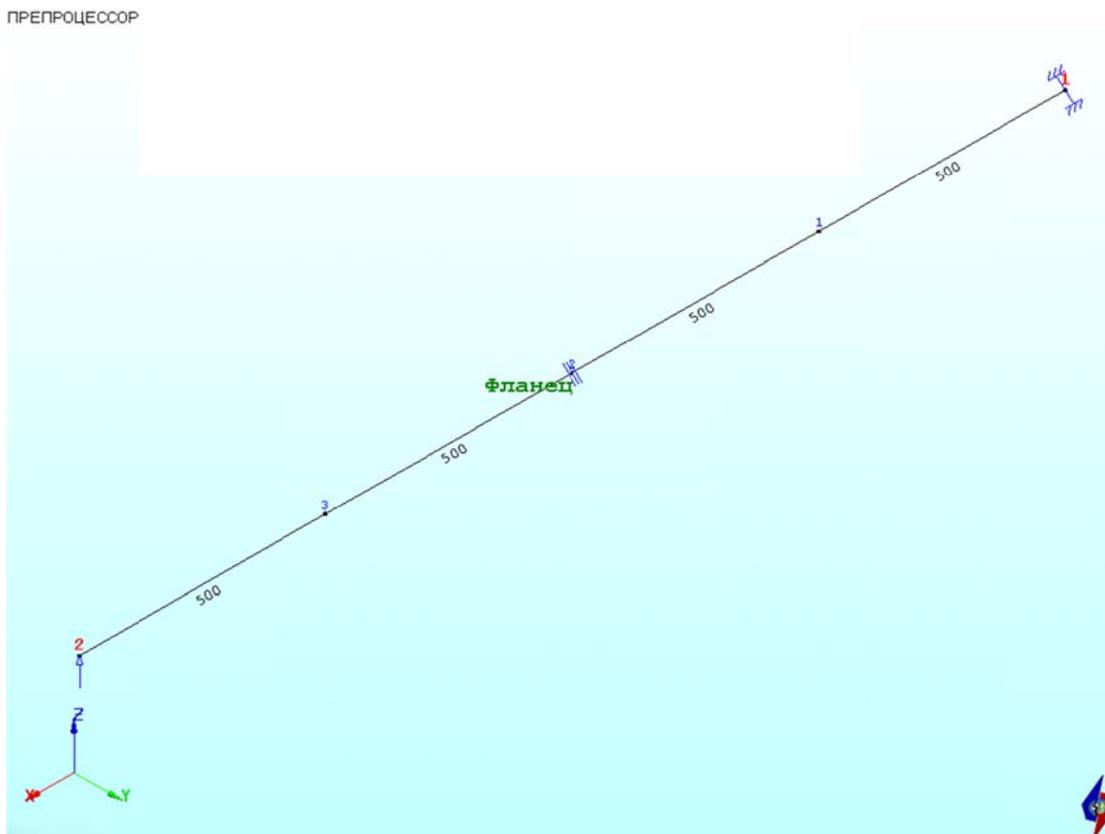
## 27.3 Расчетная модель

Расчетная суперэлементная модель, построенная в ПК *АСТРА-СВД*, представлена на рис. 27.1. Модель состоит из двух отрезков прямолинейных труб, соединенных при помощи фланцевого соединения.

Рассматривалось два варианта нагружения:

- внутреннее давление;
- внутреннее давление + сосредоточенная перерезывающая сила на конце консоли.

*Осевое (нечеткое) представление*



*Объемное (твердотельное) представление*

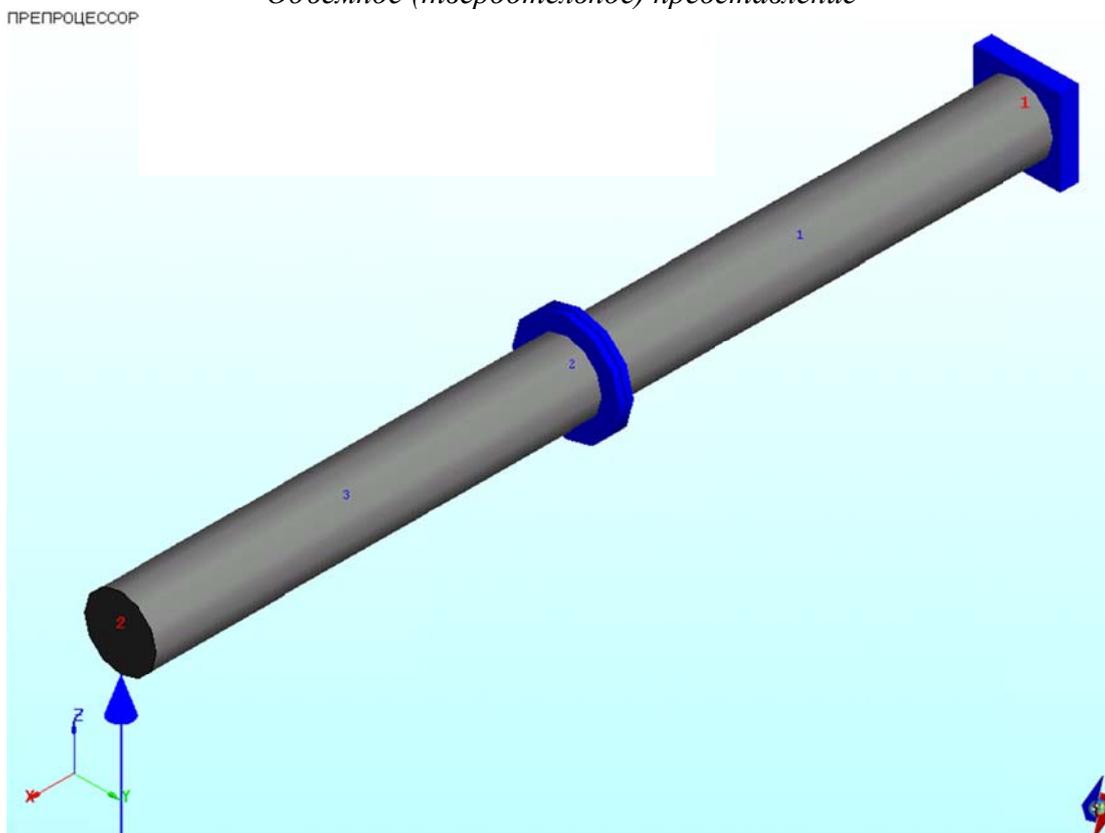


Рис. 27.1 Расчетная АСТРА-модель (размеры – в мм)

## 27.4 Результаты

В таблицах 27.1 – 27.2 приведены расчетные значения условных давлений во фланцевом соединении для первого и второго вариантов нагружений. Результаты полностью согласуются с нормативной формулой (27.1):

$$p_{y1} = \frac{P}{A_T} = \frac{5}{1} = 5 \text{ МПа};$$

$$p_{y2} = \frac{P + \frac{4}{3.14 \cdot G^2} \text{Max} \left\{ \left( \frac{4|M|}{G} \right); 0 \right\}}{A_T} = \frac{5 + \frac{4}{3.14 \cdot 177.5^2} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{177.5}}{1} = 7.73 \text{ МПа},$$

$$G = (190 + 165) / 2 = 177.5 \text{ мм, поскольку ширина фланца меньше 15 мм.}$$

Таблица 27.1

Расчетные и допускаемые давления (МПа) во фланцевых соединениях для первого варианта нагружения

Участок	Номер сечения	Маркер	Этап 1	Этап 2	Этап 3	Этап 4	допускаемое
			расчетное	расчетное	расчетное	расчетное	
1- 2	2	Фланец	5.00	5.00	5.00	5.00	6.00

Таблица 27.2

Расчетные и допускаемые давления (МПа) во фланцевых соединениях для второго варианта нагружения

Участок	Номер сечения	Маркер	Этап 1	Этап 2	Этап 3	Этап 4	допускаемое
			расчетное	расчетное	расчетное	расчетное	
1- 2	2	Фланец	7.73	7.73	5.00	7.73	6.00

■ - Превышение давления над допускаемым

Для второго варианта нагружения (давление + поперечная сила) выявлена разгерметизация фланцевого соединения (выделение цветом в сводной таблице 27.2), вызванная превышением расчетного условного давления над допускаемым.

Тем самым, показана адекватность алгоритмов оценки герметичности фланцевых соединений, реализованных в ПК АСТРА-СВД, формулам (1) Приложения 3 РТМ 38.001-94 [1].

## 27.5 Литература

1. Указания по расчету на прочность и вибрацию технологических стальных трубопроводов. РТМ 38.001–94. М., 1995 г.
2. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА’2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.

**Пример 28. Расчет НДС высокотемпературных трубопроводов. Сопоставление с аналитическим решением**

<b>Источник(и)</b>	1. РТМ 108.038.101-77. “Трубопроводы стационарных паровых и водогрейных котлов. Расчет на самокомпенсацию”, Л., НПО ЦКТИ, 1979 2. Дополнение к верификационному отчету программного средства “РАМПА-93”: оценка прочности высокотемпературных трубопроводов АЭС по программе "РАМПА-93", С.-Петербург, 2003.
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС, формирование матричных суперэлементов
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>Прямая труба, отвод (гиб, колено), мертвая опора (заделка)</i>
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST25.dat</a>

**28.1 Постановка задачи**

Рассматривается высокотемпературный трубопровод (рис. 28.1), взятый из РТМ 108.038.101-77 [1, стр. 54].

Требуется провести расчет НДС указанных трубопроводов. Полученные результаты сопоставить с приведенными в нормативном документе [1], а также с результатами по верифицированному ПК “РАМПА-93” [2].

**28.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- наружный диаметр труб  $D_n = 27.3$  см;
- толщина труб  $S = 2.0$  см;
- радиус гибов  $R = 130$  см;
- возможная овальность сечений гибов не более 8%.

*Физико-механические характеристики (сталь марки 12Х1МФ)*

- модуль упругости  $E = 178481$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- коэффициент линейного расширения  $\alpha = 1.32 \cdot 10^{-5}$  град<sup>-1</sup>.

*Граничные условия (опоры)*

- жесткое защемление по концам.

*Параметры нагрузки*

- внутреннее давление  $p = 14.612$  МПа;
- рабочая температура  $t_p = 500^\circ\text{C}$ , температура монтажа  $10^\circ\text{C}$ , температура нагрева  $t_n = 500 - 10 = 490^\circ\text{C}$ ;
- распределенная весовая нагрузка  $q = 2.35$  кН/м;
- собственные смещения защемленных концов (показаны на рис. 28.1 в см).

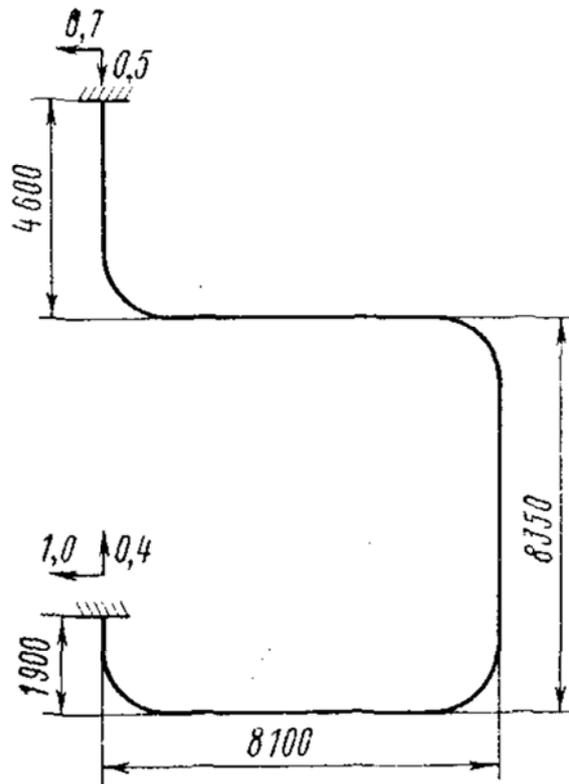


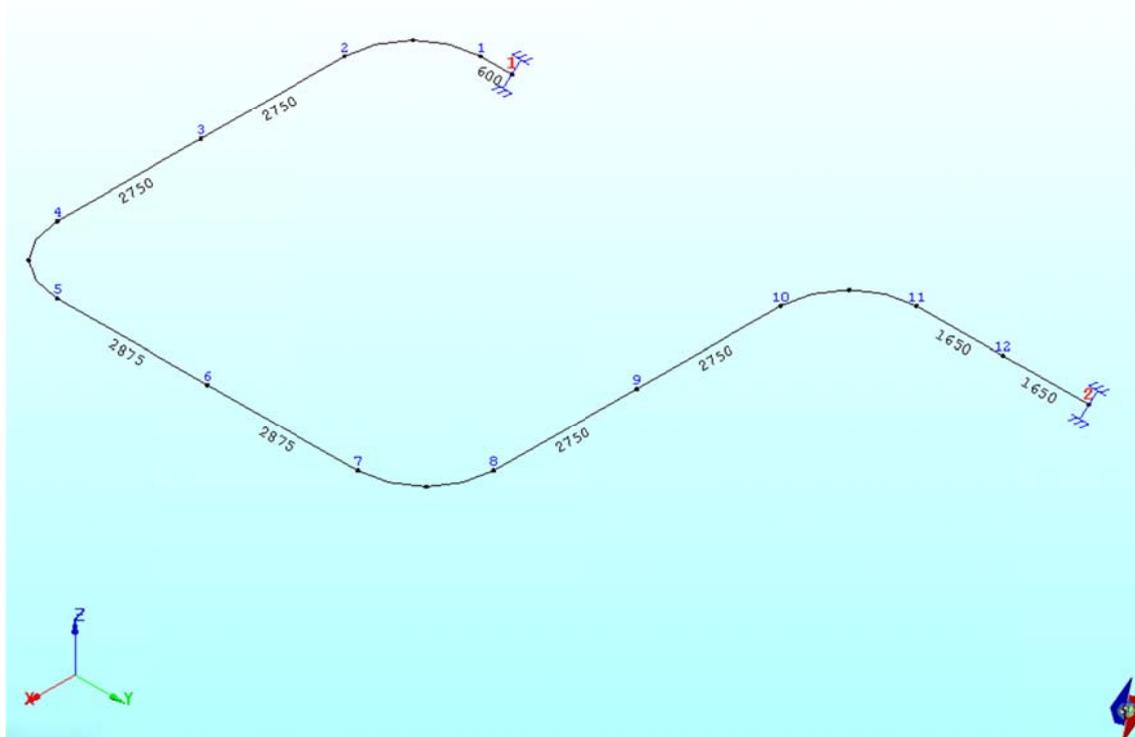
Рис. 28.1 Рассматриваемый высокотемпературный трубопровод

### 28.3 Расчетная модель

Расчетная модель рассматриваемого трубопровода, созданная в ПК АСТРА-СВД, показана на рис. 28.2. Размерность модели составила: 2 суперэлементных узла, 1 участок-суперэлемент, 13 элементов.

*Осевое (нечеткое) представление*

ПРЕПРОЦЕССОР



*Объемное (твердотельное) представление*

ПРЕПРОЦЕССОР

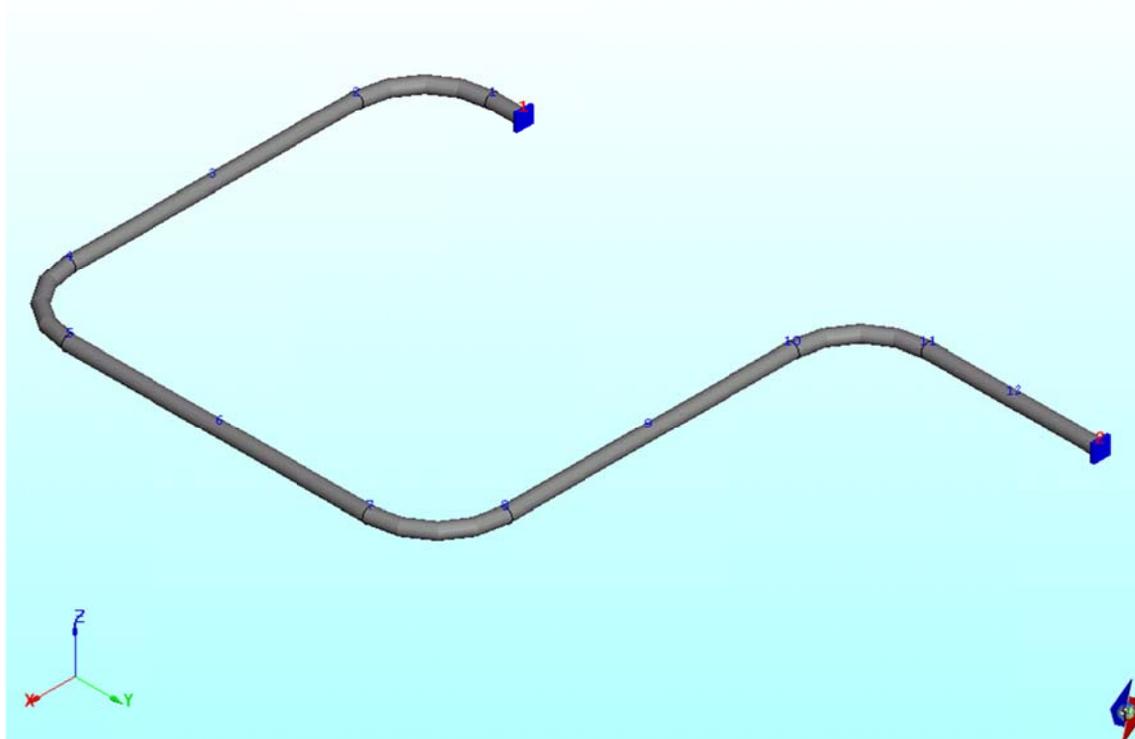


Рис. 28.2 Расчетная АСТРА-модель трубопровода (размеры – в мм)

## 28.4 Результаты

На рис. 28.3 показаны собственные линейные перемещения в опорах. На рис. 28.4 – 28.6 и в таблице 28.1 представлены реакции в опорах для различных состояний высоко-температурного трубопровода, а на рис. 28.7 и в таблице 28.2 – значения расчетного изгибающего момента в сечении отвода трубопровода.

Перемещения в ГСК (мм). Этап 2А - Все нагрузки в рабочем состоянии (полная температура).

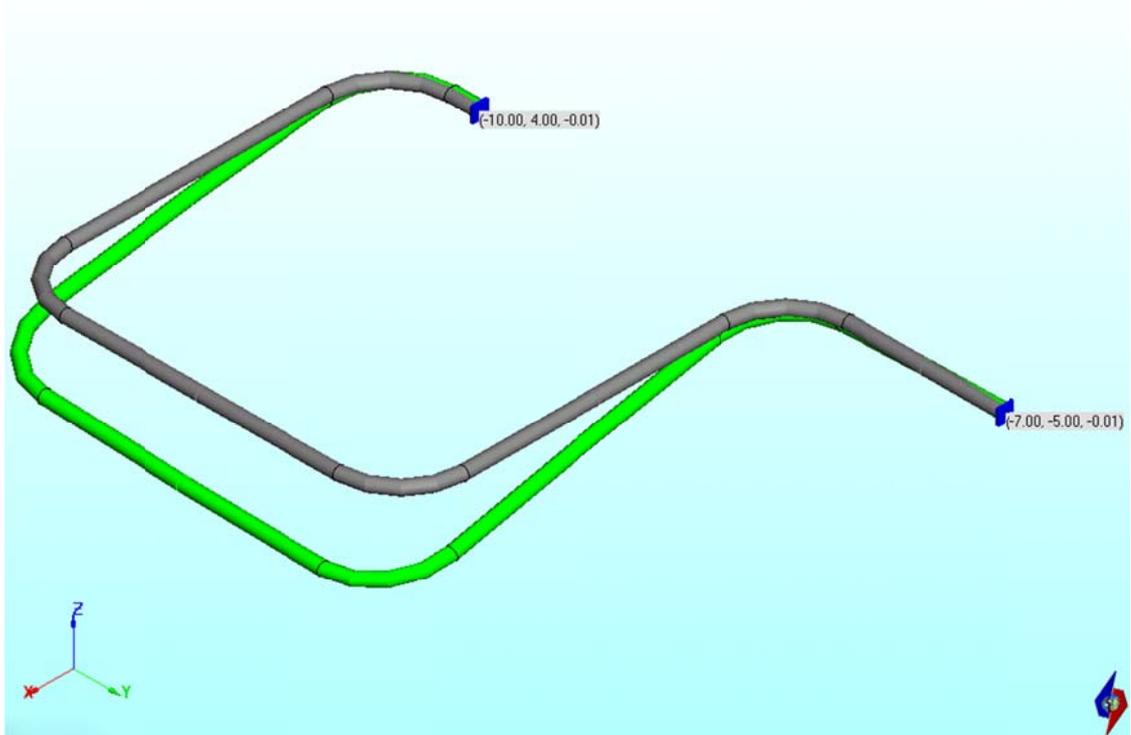


Рис. 28.3 Собственные линейные перемещения в опорах

Нагрузки на опоры: P1,P2,P3 (кН), M1,M2,M3 (кН\*м). Рабочее состояние (начальная температура).

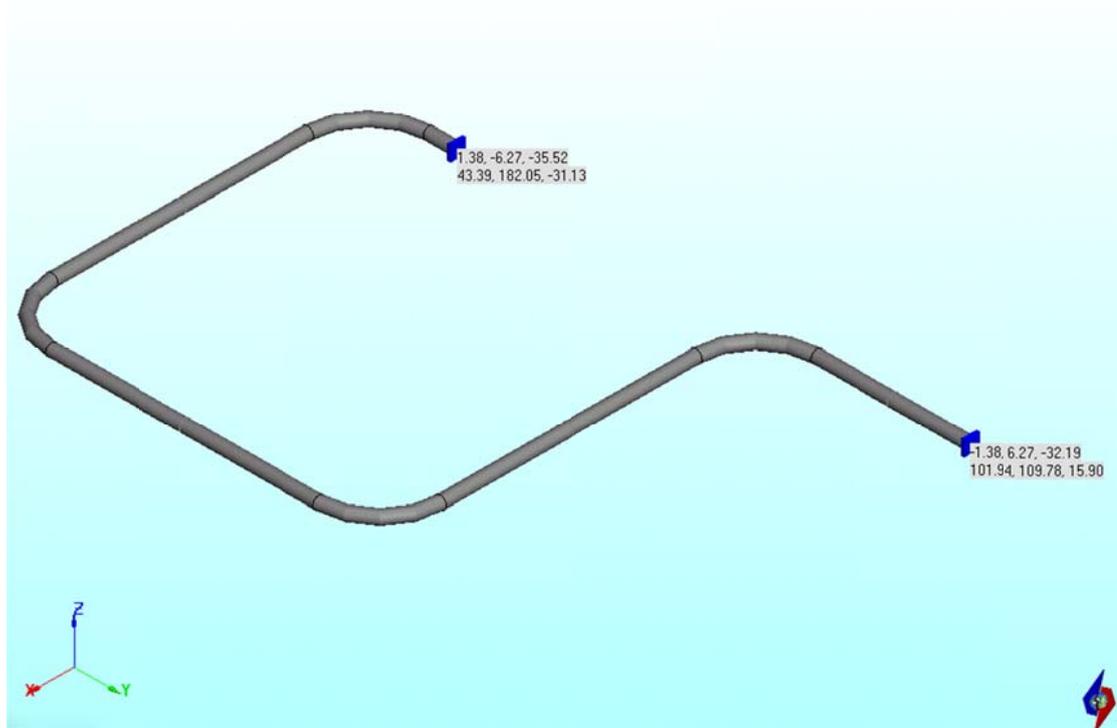


Рис. 28.4 Расчетные реакции опор в рабочем состоянии до саморастяжки, кН (кН·м)

Нагрузки на опоры: P1,P2,P3 (кН), M1,M2,M3 (кН·м). Рабочее состояние (фиктивная температура).

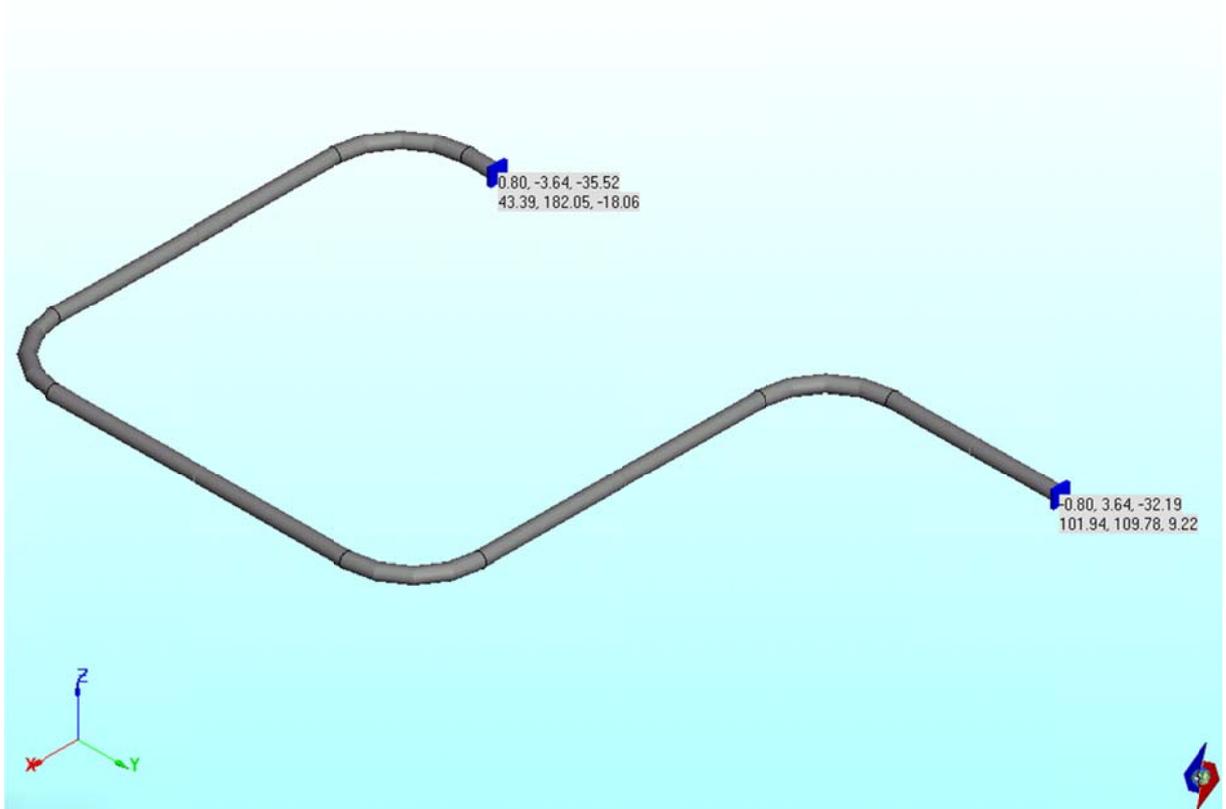


Рис. 28.5 Расчетные реакции опор в рабочем состоянии после саморастяжки, кН (кН·м)

Нагрузки на опоры: P1,P2,P3 (кН), M1,M2,M3 (кН·м). Холодное состояние.

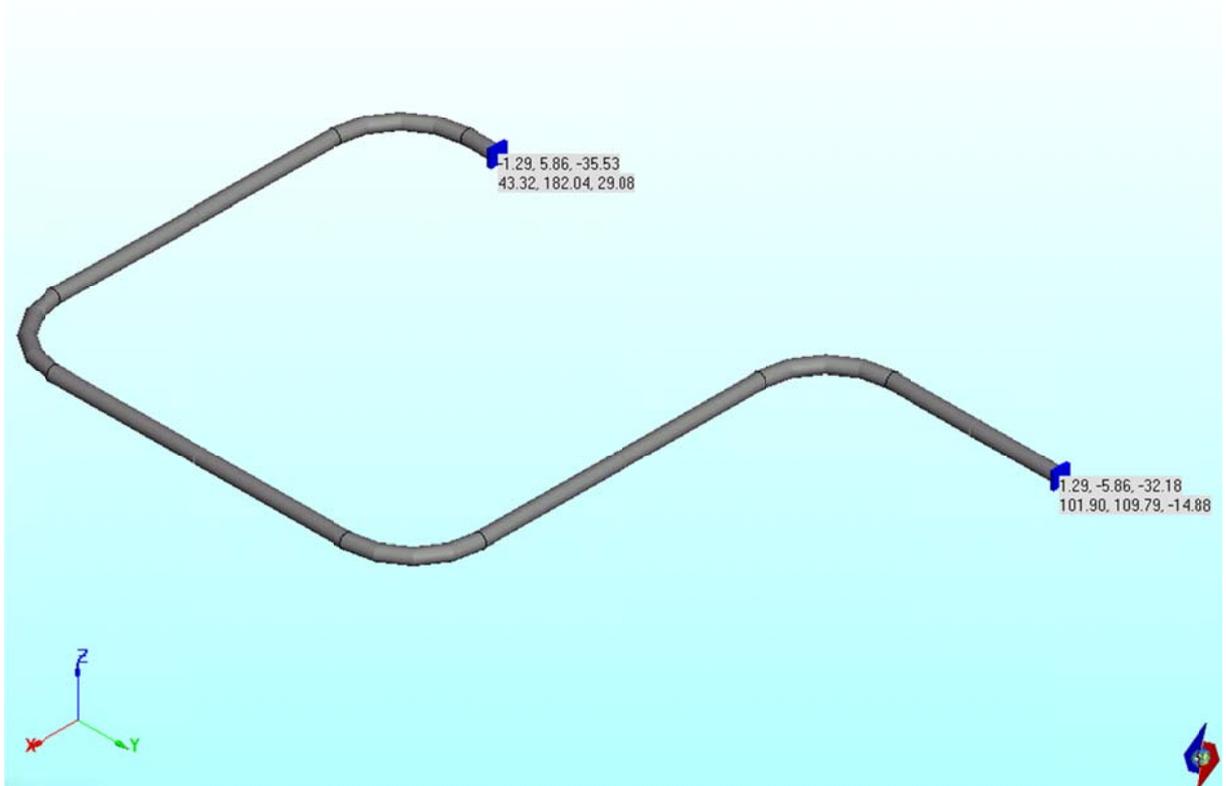


Рис. 28.6 Расчетные реакции опор в холодном состоянии после саморастяжки, кН (кН·м)

Силовые факторы в ЛСК:  $Q_x, Q_y, N_z'$  (кН),  $M_x, M_y, M_z'$  (кН·м). Этап 2А (начальная температура)

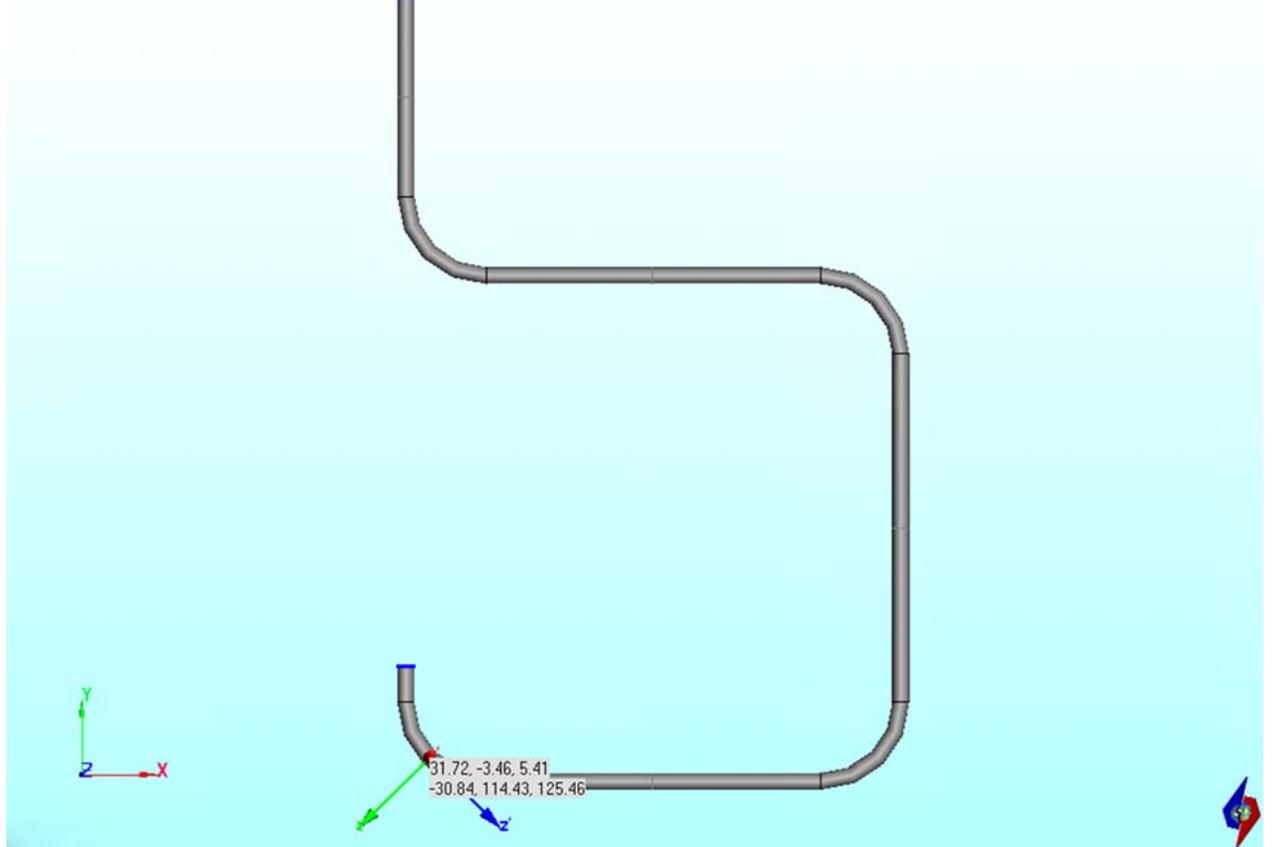


Рис. 28.7 Расчетный изгибающий момент в сечении отвода, кН (кН·м)

Таблица 28.1

Расчетные реакции опор

Состояние трубопровода		Реакции опор, кН			
		Аналитическое решение [1]	РАМПА-93 [2]	АСТРА-СВД	$\delta$ , % АСТРА vs. [1]
Рабочее до саморастяжки	X	1.34	1.36	<b>1.38</b>	2.98
	Y	-6.09	-6.24	<b>-6.27</b>	2.96
Холодное после саморастяжки	X	-1.26	-1.27	<b>-1.29</b>	2.38
	Y	5.67	5.77	<b>5.86</b>	3.35

Таблица 28.2

Расчетный изгибающий момент в сечении отвода

Состояние трубопровода	Изгибающий момент, кН·м			
	Аналитическое решение [1]	РАМПА-93 [2]	АСТРА-СВД	$\delta$ , % АСТРА vs. [1]
Рабочее до саморастяжки	31.10	31.95	<b>30.84</b>	0.84

### **28.5 Литература**

1. РТМ 108.038.101-77. Трубопроводы стационарных паровых и водогрейных котлов. Расчет на самокомпенсацию, Л., НПО ЦКТИ, 1979.
2. Дополнение к верификационному отчету программного средства “РАМПА-93”: оценка прочности высокотемпературных трубопроводов АЭС по программе “РАМПА-93”, С.-Петербург, 2003.

**Пример 29. Расчет трубопроводной системы на сейсмическое воздействие по линейно-спектральной теории с учетом высших собственных форм колебаний (учета "потерянной массы")**

<b>Источник(и)</b>	1. R. Morante, Y.Wang, Reevaluation of regulatory guidance on modal response combination methods for seismic response spectrum analysis (NUREG/CR-6645), Brookhaven National Laboratory, Dec 1999 2. ANSYS 12.0. Verification manual, 2009
<b>Тип задачи</b>	Расчет на сейсмические воздействия, заданные спектром ускорений. Опция учета/неучета «потерянной массы»
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	Прямая труба, отвод (гиб, колено), опора общего вида
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST26.dat</a>

**29.1 Постановка задачи**

Рассматривается пространственная разветвленная трубопроводная система, приведенная в источнике [1] и в верификационном отчете ПК ANSYS 12.0 [2, верификационный пример 259, стр. 735] (см. также рис. 29.1), к которой прикладывается сейсмическое воздействие по платформенной схеме, заданное в виде однокомпонентного спектра ответа (ускорений).

Требуется

- 1) определить сейсмические нагрузки на опоры с учетом определяемых нескольких (14-и) низших собственных частот и форм колебаний и вклада высших форм ("потерянной массы"),
- 2) провести сравнение с результатами, приведенными в источнике [1] и полученными по аттестованному ПК ANSYS [2].

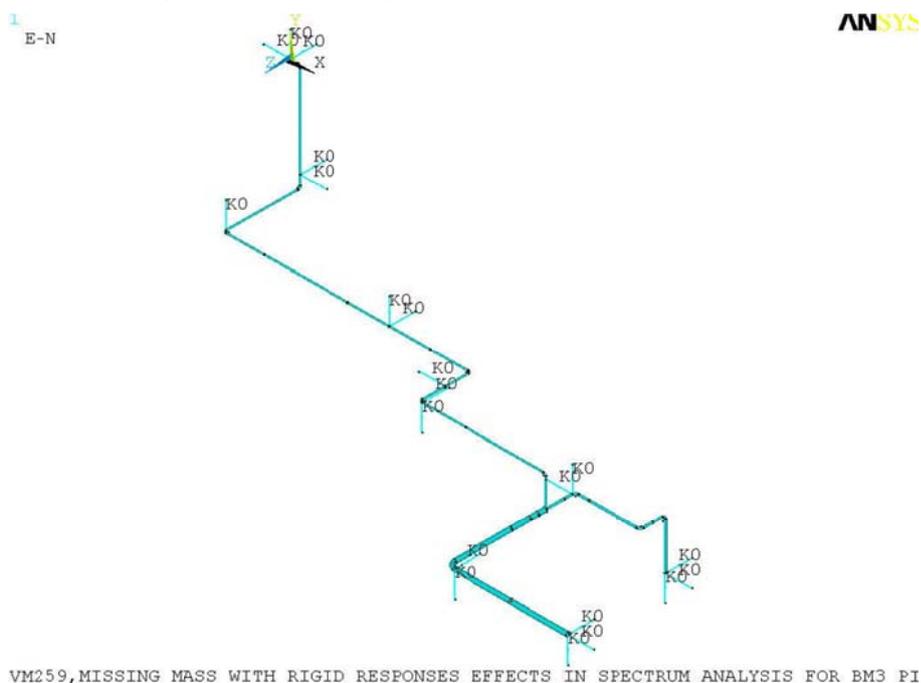


Рис. 29.1 Рассматриваемая трубопроводная система

## 29.2 Исходные данные

### Геометрические характеристики

- Сортаменты труб, соответствующие плотности материала и радиусы гибов приведены в таблице 29.1.

Таблица 29.1

Геометрические параметры труб

Тип	Наружный диаметр $D_a$ , мм	Толщина стенки $s$ , мм	Радиус гiba $R$ , мм	Плотность материала, $\text{кг/м}^3$
1	88.90	5.486	114.3	11160
2	114.30	6.020	152.4	11844
3	219.08	8.179	304.8	13407

### Граничные условия (опоры)

- заземления в концевых узлах 1, 2, 6. Линейные жесткости опор:  $k_1 = 1.751 \cdot 10^{10}$  кН/м, угловые:  $C = 1.751 \cdot 10^{19}$  кН·м/рад;
- опирание по заданным направлениям в промежуточных сечениях (см. модель). Линейные жесткости опор:  $k_2 = 1.751 \cdot 10^7$  кН/м,  $k_3 = 17510$  кН/м.

### Параметры нагрузки

- спектр ответа (модуль), описанный в табл. 29.2 и графически представленный на рис. 29.2; направление подхода сейсмволны – по оси Y (рис. 29.3).

Таблица 29.2

Расчетный сейсмический спектр ответа (модуль)

Частота $f$ , Гц	$a$ , доли $g$	Частота $f$ , Гц	$a$ , доли $g$	Частота $f$ , Гц	$a$ , доли $g$
0.2	0.06	2.7	5.29	7.75	0.66
0.3	0.13	2.8	7.44	8	0.61
0.4	0.13	2.9	4.27	8.5	0.75
0.5	0.20	3.0	4.61	9	0.6
0.6	0.35	3.15	4.13	9.5	0.69
0.7	0.39	3.3	3.96	10	0.61
0.8	0.37	3.45	4.05	10.5	0.7
0.9	0.41	3.6	2.44	11	0.59
1.0	0.76	3.8	2.09	11.5	0.61
1.1	0.64	4.0	2.29	12	0.56
1.2	0.59	4.2	1.52	12.5	0.59
1.3	0.91	4.4	1.34	13	0.59
1.4	1.03	4.6	1.37	13.5	0.59
1.5	1.46	4.8	1.36	14	0.58
1.6	0.95	5	1.31	14.5	0.59
1.7	0.91	5.25	1.69	15	0.58
1.8	1.61	5.5	1.27	16	0.55
1.9	1.92	5.75	1.04	17	0.56
2.0	1.57	6	0.76	18	0.55
2.1	1.18	6.25	0.76	20	0.55
2.2	2.65	6.5	0.69	22	0.55
2.3	2.85	6.75	0.7	25	0.54
2.4	3.26	7	0.74	28	0.54
2.5	4.47	7.25	0.7	31	0.54
2.6	4.75	7.5	0.67	34	0.54

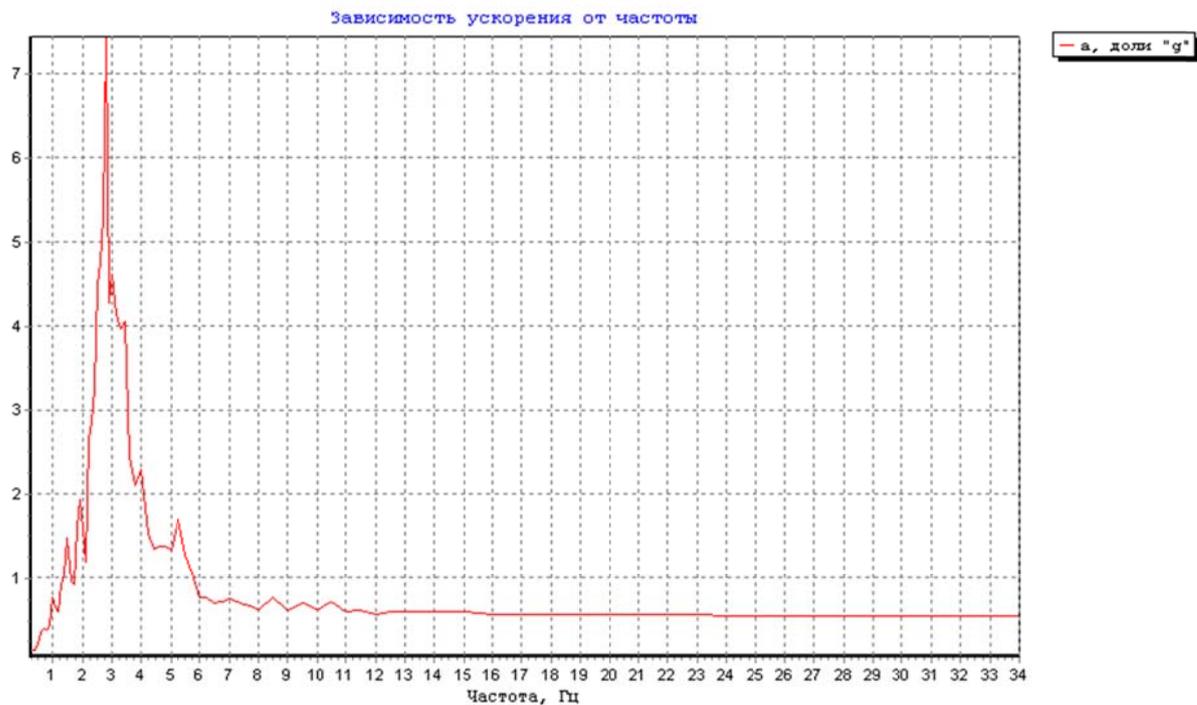
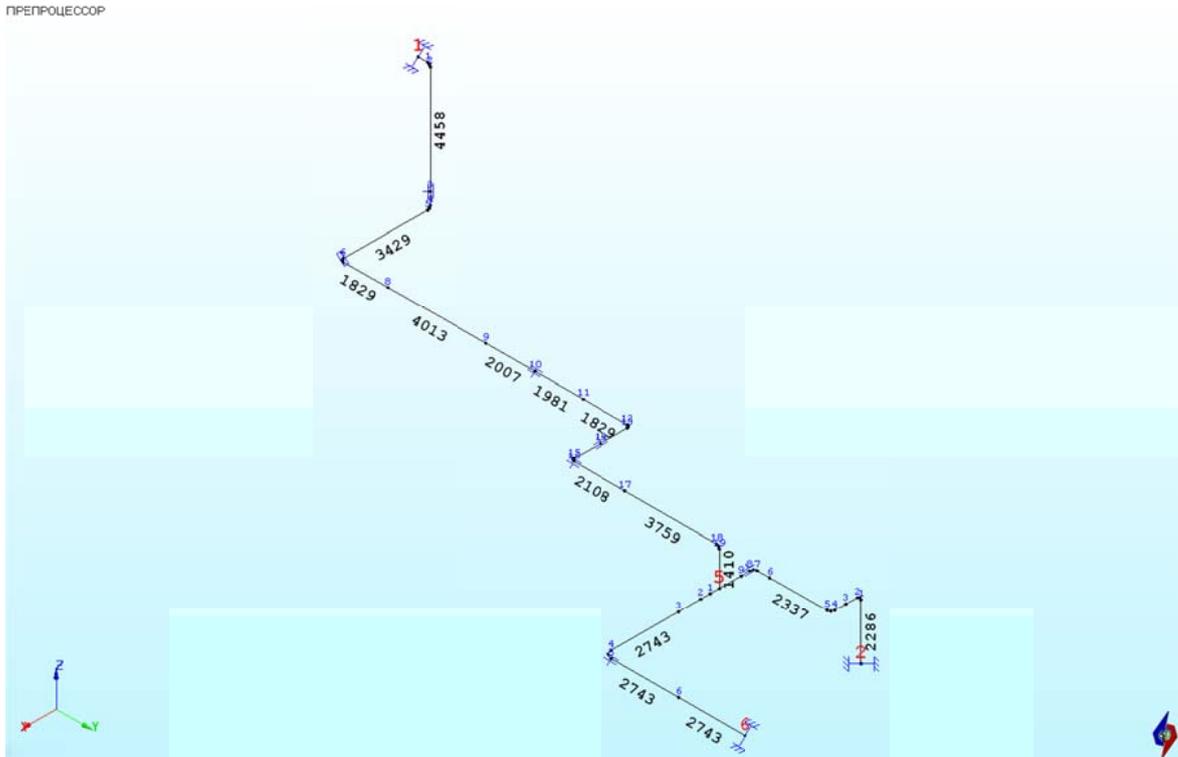


Рис. 29.2 Расчетный спектр ответа (модуль)

### 29.3 Расчетная модель

Расчетная модель трубопроводной системы, построенная в ПК АСТРА-СВД, содержит 4 суперэлементных узла, 3 участка-суперэлемента, 37 элементов, 144 динамические степени свободы (рис. 29.3 – 29.4).

*Осевое (нечеткое) представление*



*Объемное (твердотельное) представление*

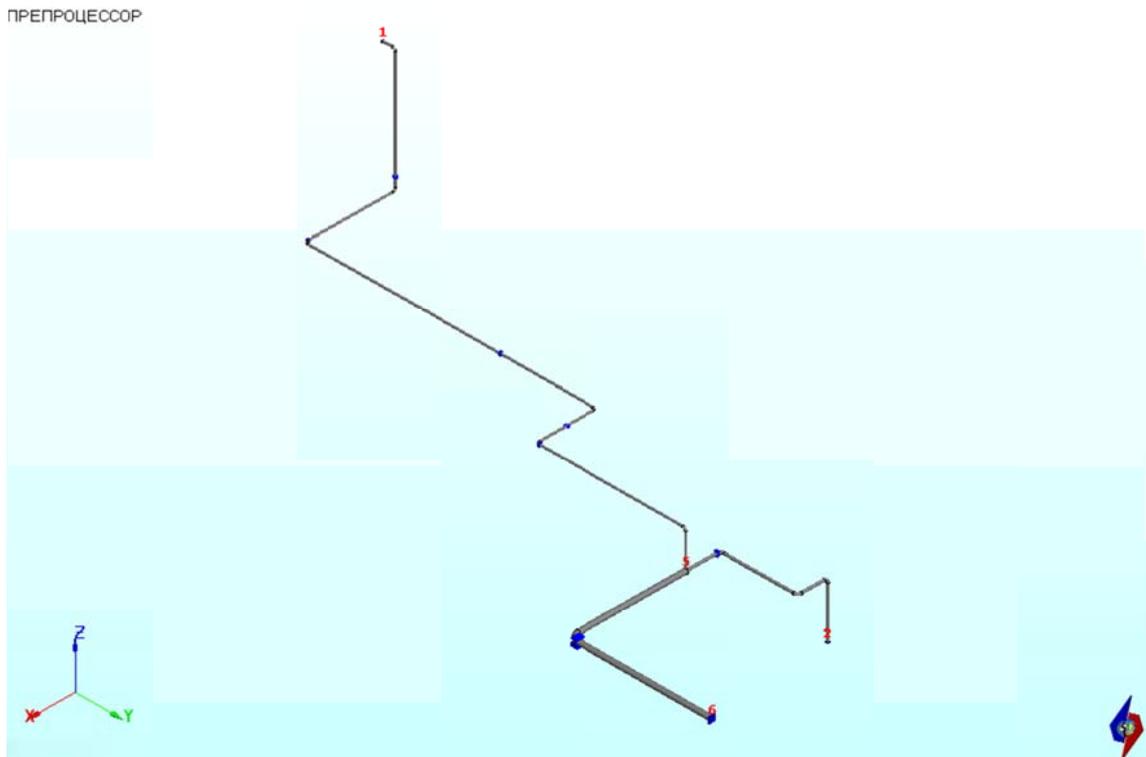


Рис. 29.3. Расчетная АСТРА-модель (размеры в мм)

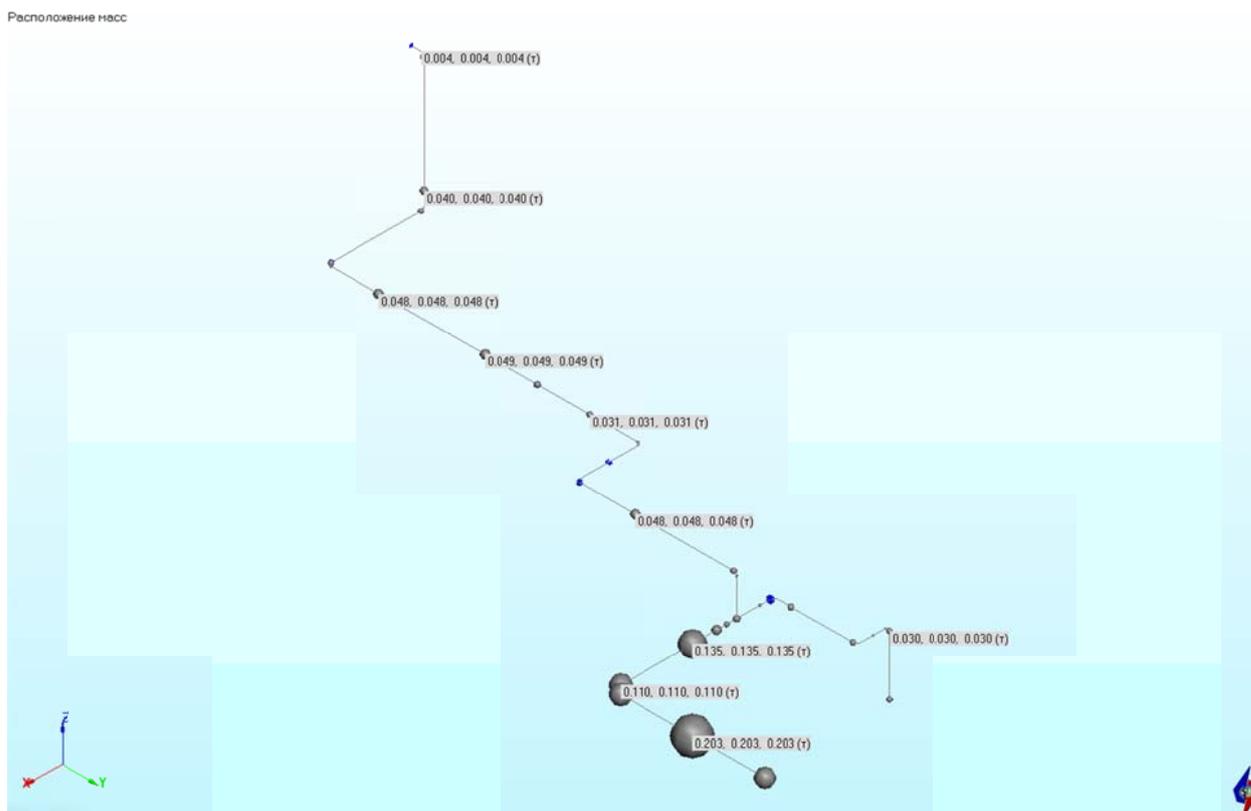


Рис. 29.4 Расчетная динамическая модель (расположение и величина масс)

### 29.4 Методы расчета

14 низших собственных частот и форм колебаний определялись блочным методом Ланцоша (задана блочность =10, потребовалось 6 итераций).

Сейсмический расчет выполнялся по линейно-спектральной методике с учетом 14-и собственных частот/форм колебаний для 2-х вариантов:

- 1) без учета вклада высших форм;
- 2) с учетом оных (“потерянной массы”).

### 29.5 Результаты

Расчетные низшие собственные частоты приведены в таблице 29.3, сейсмические реакции в двух “критериальных” мертвых опорах – в таблице 29.4.

Проводится сравнение с результатами расчетов, приведенными в [1] и по ПК AN-SYS [2], для “первого” варианта учета “потерянной массы”, а также (для справки) – без учета потерянной массы (вклада высших форм).

Таблица 29.3

## Собственные частоты колебаний, Гц

№ частоты	Эталон [1]	ANSYS [2]	АСТРА-СВД	$\delta$ , % АСТРА vs. [1]
1	2.91	2.9068	2.8935	0.57
2	4.39	4.3837	4.4387	1.11
3	5.52	5.5151	5.4727	0.86
4	5.70	5.7018	5.7123	0.22
5	6.98	6.9784	6.9791	0.01
6	7.34	7.3427	7.3272	0.17
7	7.88	7.8778	7.9095	0.37
8	10.30	10.3961	10.347	0.46
9	11.06	11.0623	11.051	0.08
10	11.23	11.2323	11.133	0.86
11	11.50	11.5321	11.636	1.18
12	12.43	12.455	12.415	0.12
13	13.88	13.9647	14.133	1.82
14	16.12	16.092	16.844	4.49

Таблица 29.4

## Сейсмические реакции в опорах, кН

№ опоры (узла)		Эталон [1]	Без учета эффекта потерянной массы		С учетом эффекта потерянной массы		$\delta$ , % АСТРА vs [1], учет потерянной массы
			ANSYS [2]	АСТРА- СВД	ANSYS [2]	АСТРА- СВД	
1	F <sub>x</sub>	0.0337	0.0304	0.0231	0.0308	0.0231	31.45
	F <sub>y</sub>	<b>0.2140</b>	<b>0.0137</b>	<b>0.0145</b>	<b>0.2144</b>	<b>0.2244</b>	<b>4.85</b>
	F <sub>z</sub>	0.0244	0.0227	0.0209	0.0229	0.0209	14.34
2	F <sub>x</sub>	0.1410	0.1376	0.1525	0.1379	0.1573	11.56
	F <sub>y</sub>	<b>0.2254</b>	<b>0.0442</b>	<b>0.0511</b>	<b>0.2231</b>	<b>0.2384</b>	<b>5.76</b>
	F <sub>z</sub>	0.1103	0.1096	0.1137	0.1096	0.1138	3.17

Максимальные расхождения (отличия результатов по АСТРА-СВД от источника [1]):

- по собственным частотам от  $\delta = 0.57\%$  (по низшей форме) до  $\delta = 4.49\%$  (на высшей 14-й форме)
- по реакциям в опорах  $\delta = 5.76\%$  на значимой компоненте (Y),  $\delta = 31.45\%$  на незначимой компоненте (X).

## **29.6 Литература**

1. R. Morante, Y. Wang, Reevaluation of regulatory guidance on modal response combination methods for seismic response spectrum analysis (NUREG/CR-6645), Brookhaven National Laboratory, Dec 1999.
2. ANSYS 12.0. Verification manual, 2009 (VM259).

### Пример 30. Трехмерный расчет температурного поля и термонапряженного состояния ортогонального тройникового соединения (АСТРА-СТАДИО)

Источник(и)	1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М. Мир, 1975, 539 с.
Тип задачи	Стационарная задача теплопроводности. Уточненный статический расчет температурного НДС
Тип(ы) верифицируемых элементов (КЭ)	Объёмный 20-узловой шестигранный изопараметрического семейства
Входной файл	<a href="#">TEST27.ast</a>

#### 30.1 Постановка задачи

Рассматривается тройник (рис. 30.1), имеющий заданную постоянную температуру на внутренней поверхности и подвергающийся конвективному теплообмену на внешней поверхности.

Требуется определить поле распределения температур в теле тройника и НДС, возникающее от их действия. Верификация результатов заключается в сравнении таковых с соответствующими решениями в аттестованном ПК ANSYS.

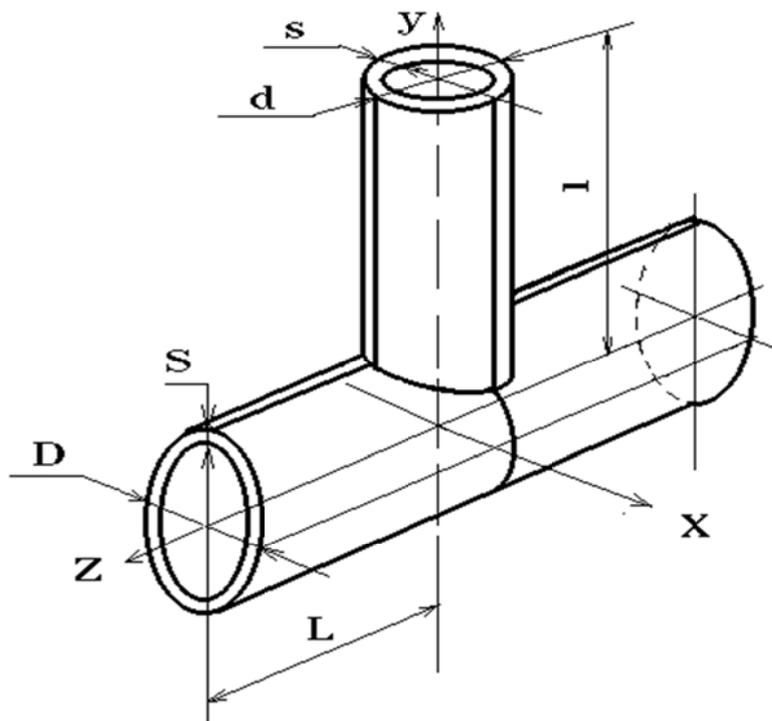


Рис. 30.1 Геометрические параметры тройника

#### 30.2 Исходные данные

*Геометрические характеристики*

- параметры основной трубы (магистрала):
  - наружный диаметр  $D = 325$  мм;
  - толщина стенки  $S = 13$  мм;
  - половинная длина  $L = 750$  мм;

- параметры штуцера (ответвления):
  - наружный диаметр  $d = 219$  мм;
  - толщина стенки  $s = 7$  мм;
  - длина  $l = 600$  мм.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- плотность материала  $\rho = 7.8$  т/м<sup>3</sup>;
- коэффициент теплопроводности  $k = 52$  Вт/м<sup>2</sup>°С.

*Параметры нагрузок/воздействий*

*Граничные условия задачи теплопроводности*

- температура внутренней поверхности тройника;  $t = 100$  °С;
- конвективный теплообмен на внешней поверхности  $h = 750$  Вт/м<sup>2</sup>°С.

### 30.3 Расчетная модель (рис. 30.2)

В силу симметрии рассматривается  $\frac{1}{4}$  часть тройника с наложением соответствующих граничных условий. Расчётная область разбивалась на КЭ гексаэдрической формы со сгущением в зоне стыка штуцера и магистрали. Размерность задачи составила 1332 элемента и 7239 узлов.

Для решения задачи применялись следующие типы конечных элементов:

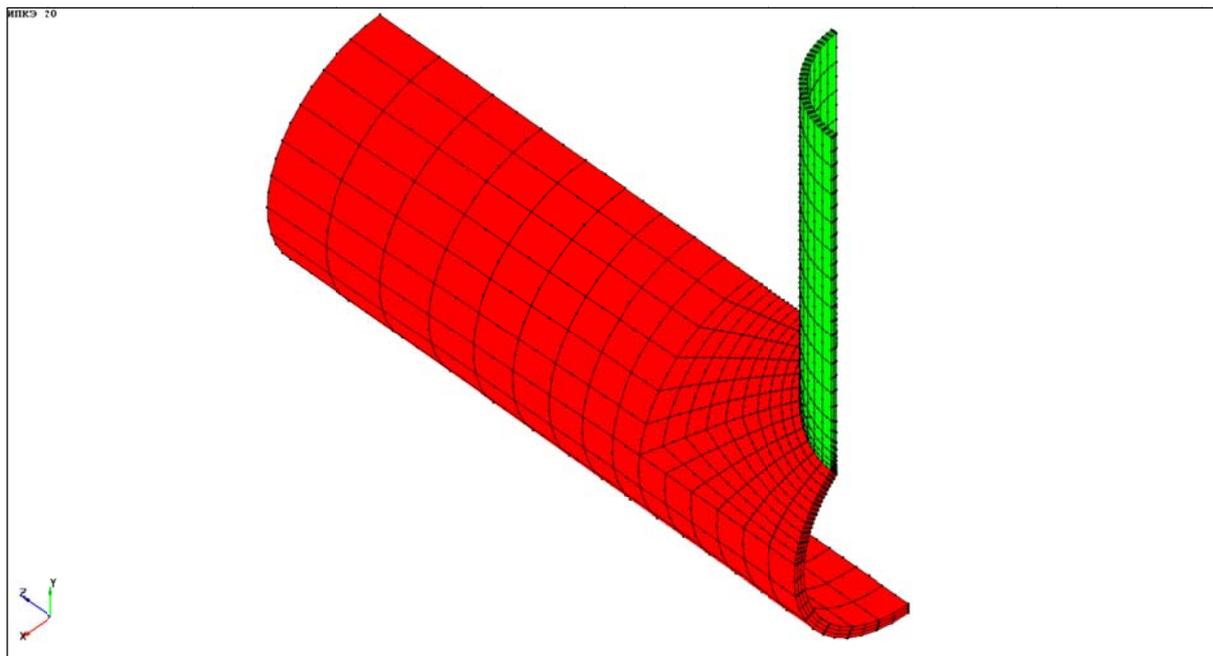
- АСТРА-СВД – объёмный двадцатиузловой шестигранный изопараметрического семейства (ИПКЭ 20);
- ПК ANSYS – SOLID90 – стационарная задача теплопроводности;
- ПК ANSYS – SOLID186 – статический расчет термического НДС.

Расчётная КЭ-модель в ПК ANSYS конвертирована из ПК АСТРА-СТАДИО и таким образом полностью идентична по “сетке”.

Корректный и экономичный подход, предложенный в [1] сводит исходную упругую задачу для тройникового соединения к суперпозиции решений для  $\frac{1}{4}$  части с использованием свойств циклической симметрии и антисимметрии воздействий.

Параметры конечноэлементной модели (рис. 30.2) расчётного фрагмента тройника выбираются, исходя из требований точности определения местных температур и напряжений в зоне стыка (горловины) и адекватного сеточного представления “стержневых” торцевых нагрузок, длины штуцера и трубы (условные размеры –  $l > 2d$ , и  $L > 2D$  соответственно).

### АСТРА-СТАДИО



### ANSYS

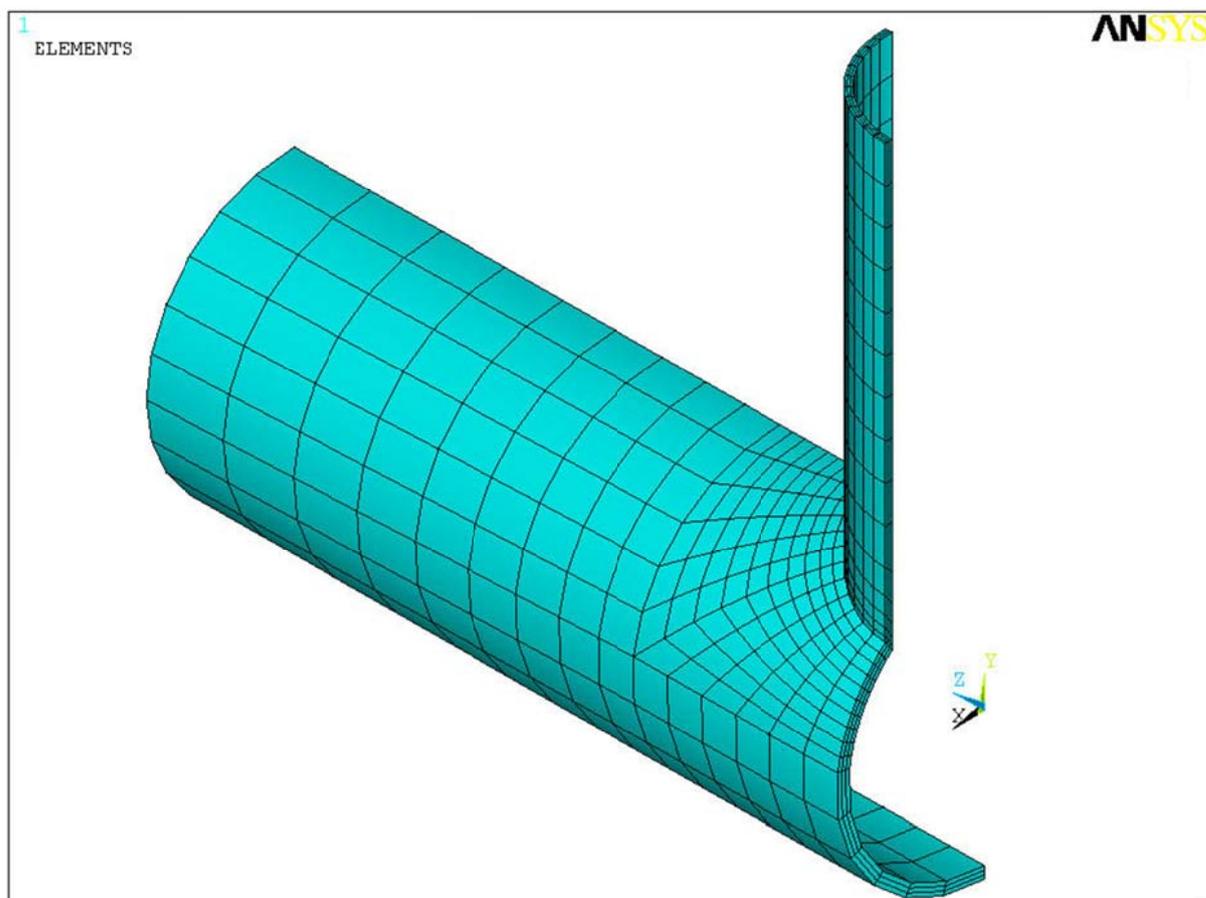


Рис. 30.2 Расчетная КЭ-модель тройника

### 30.4 Методика расчёта

Задача решалась в 2 этапа:

- 1) на первом этапе было определено распределение температурных полей (стационарная задача теплопроводности) в теле тройника;
- 2) на втором этапе решается задача определения объёмного упругого термонапряжённого состояния от температурного поля, определённого на первом этапе и импортированного как узловые значения.

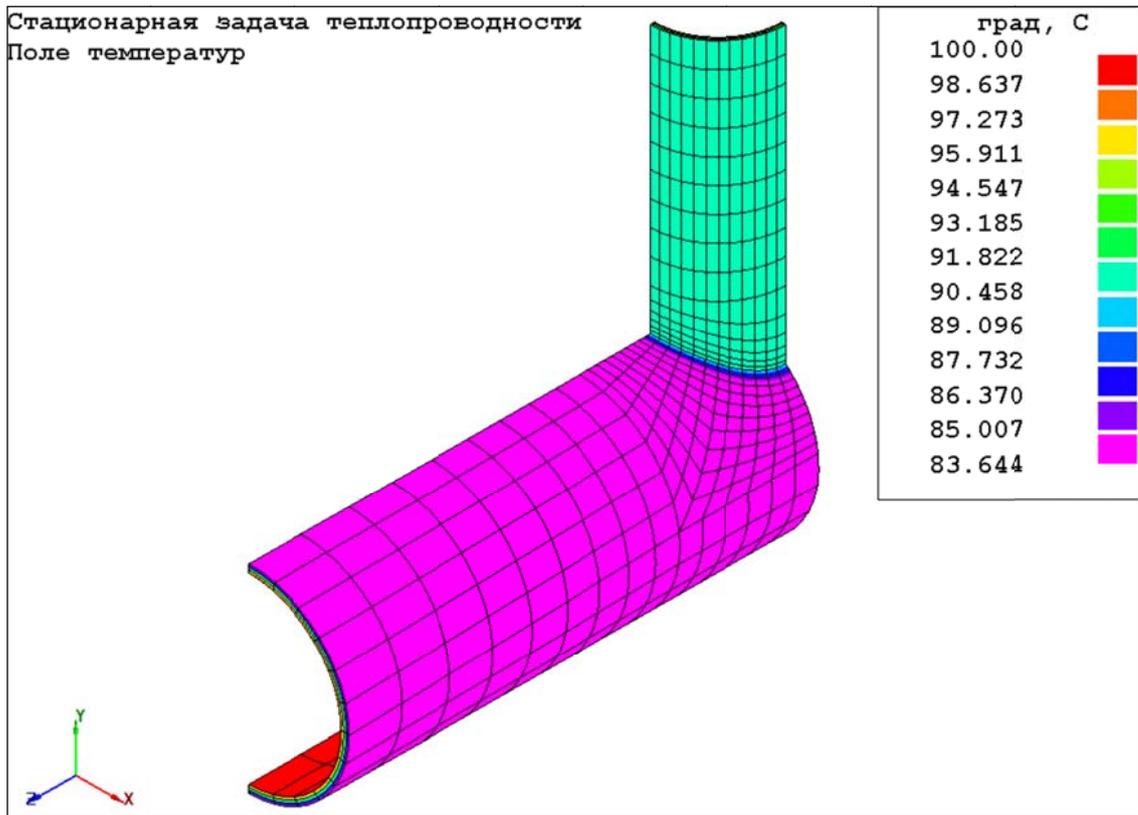
### 30.5 Результаты

Поля распределение температур на поверхностях тройника и по толщине стенок показаны на рис. 30.3 – 30.8.

Распределение эквивалентных напряжений по критерию Мизеса показано на рис. 30.9 – 30.12. Для устранения возможных расхождений в реализованных интер/экстраполяционных процедурах сопоставляемые напряжения определялись и выводились в точках интегрирования ИПКЭ и SOLID186 (без осреднения в узлы).

Сопоставление результатов проведено в таблице 30.1. Максимальное различие по расчетной температуре составило 0.01%, различие по максимальным эквивалентным напряжениям – 1,818%. Это позволяет судить о достаточной адекватности и точности заложенных в программный модуль АСТРА-СТАДИО алгоритмов решения стационарной задачи теплопроводности и расчета термического НДС.

### АСТРА-СТАДИО



### ANSYS

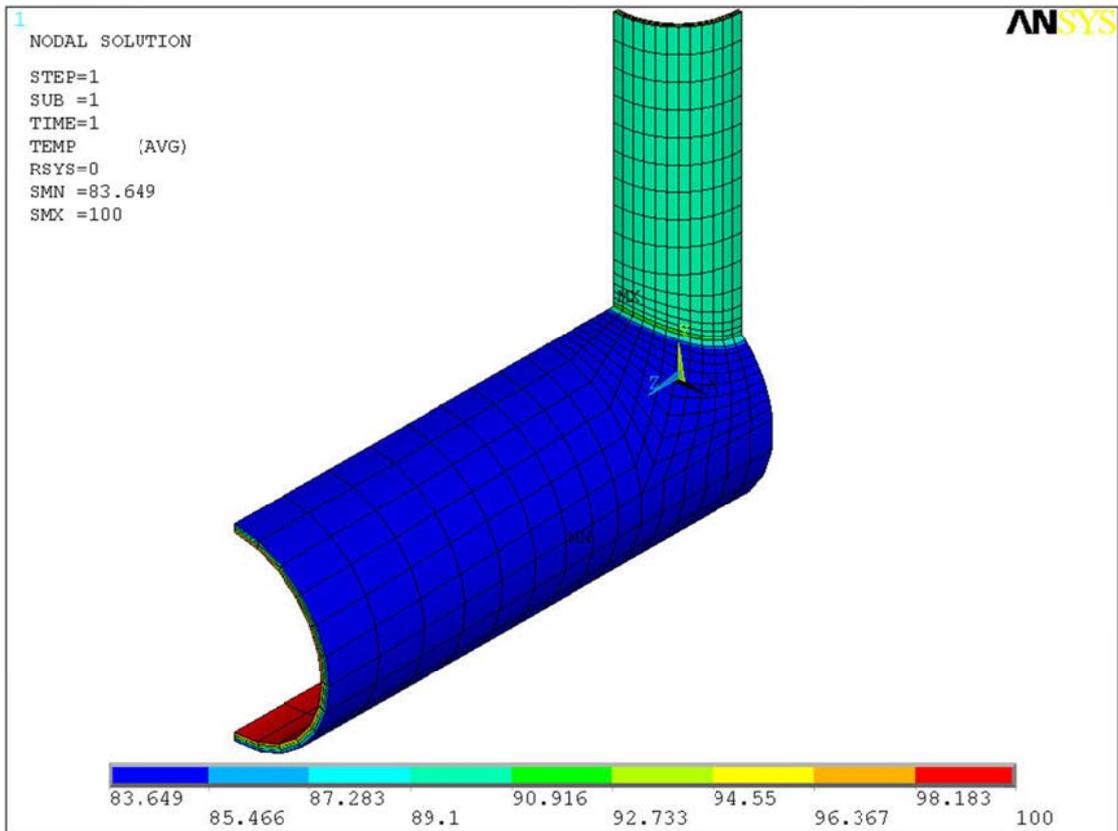
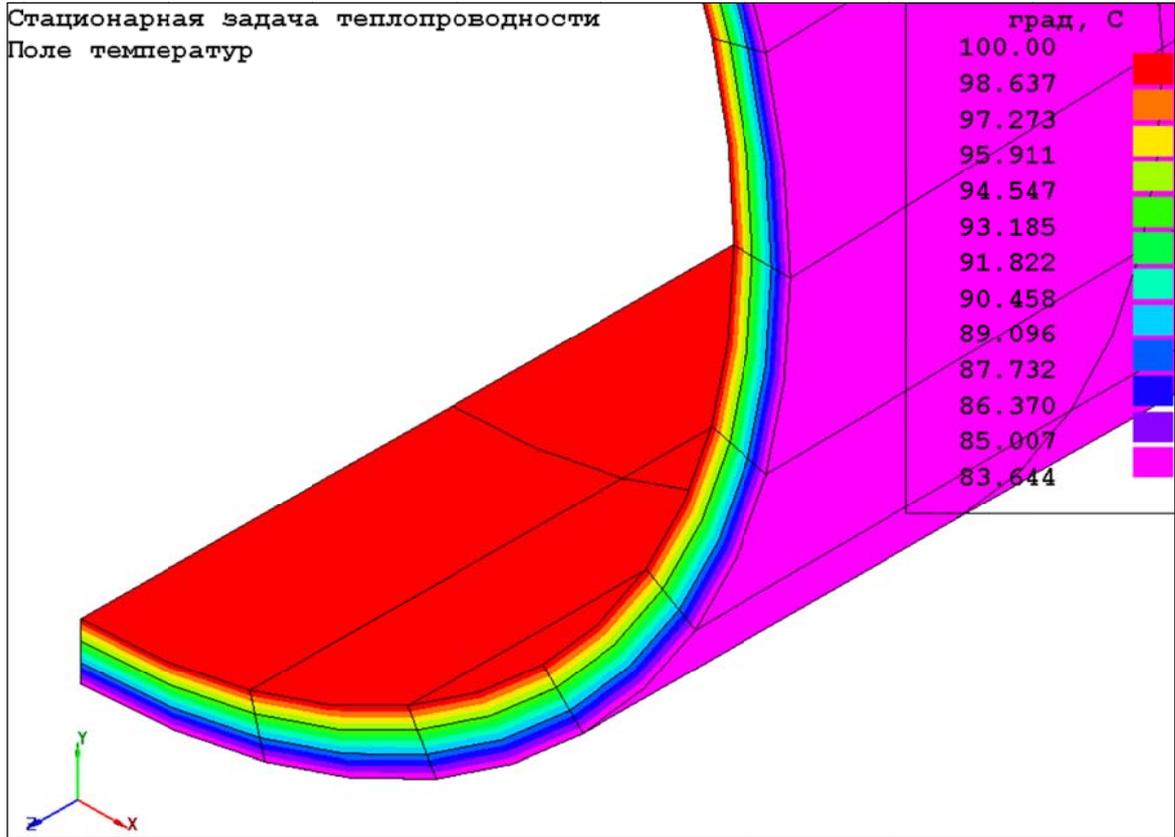


Рис. 30.3 Распределение температур на внешней поверхности

### АСТРА-СТАДИО



### ANSYS

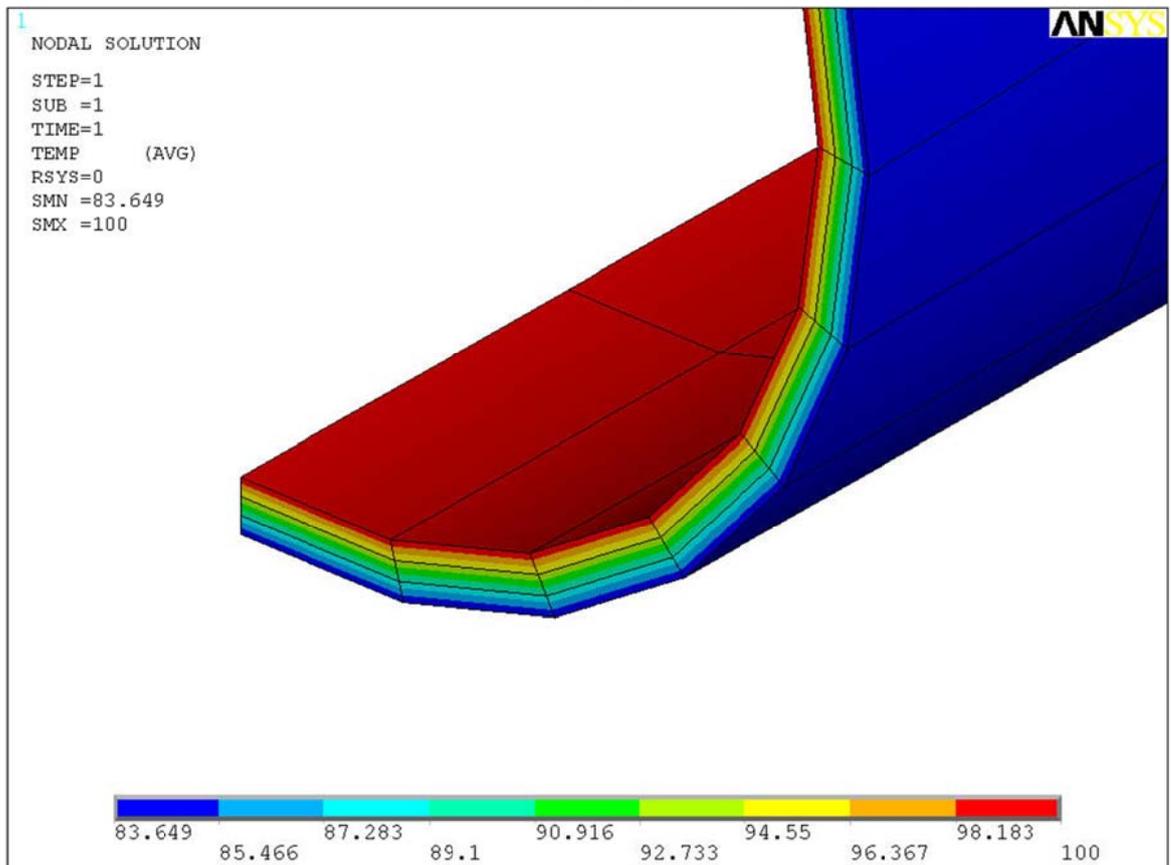
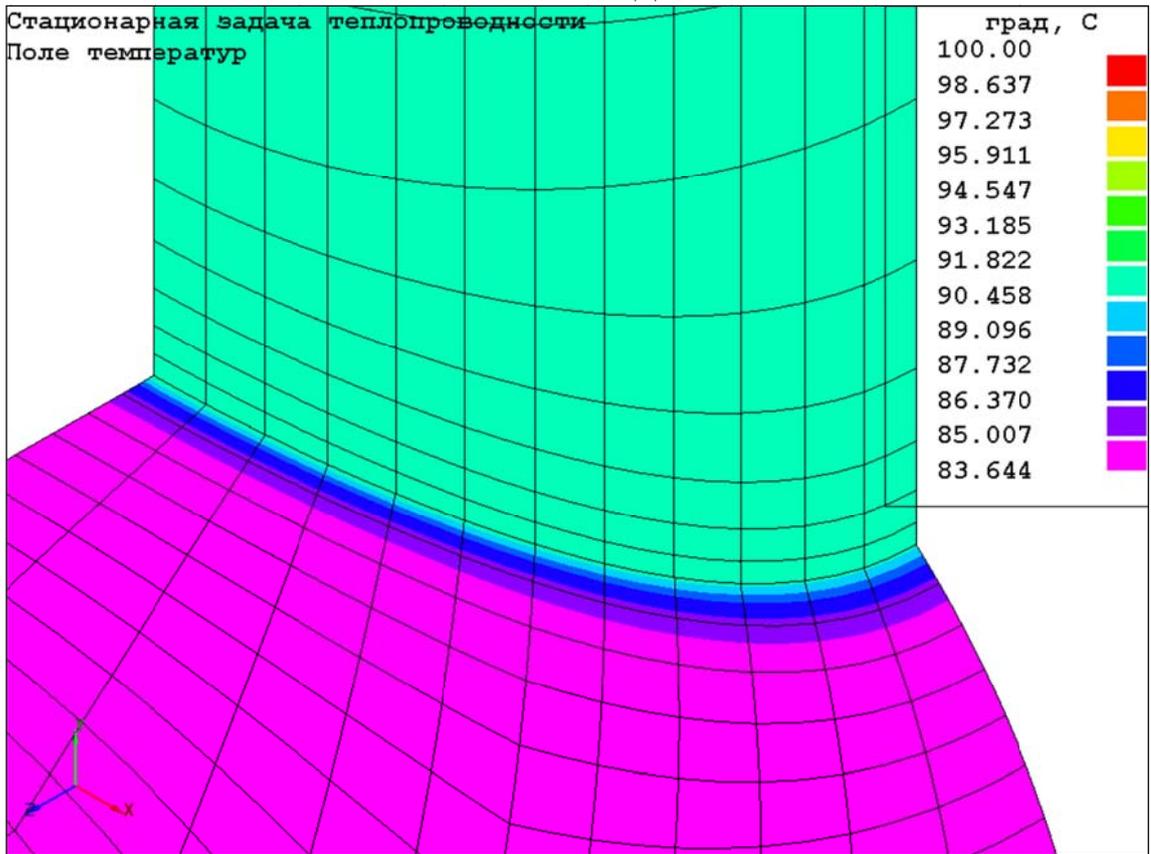


Рис. 30.4 Распределение температур по толщине стенки магистрали

### АСТРА-СТАДИО



### ANSYS

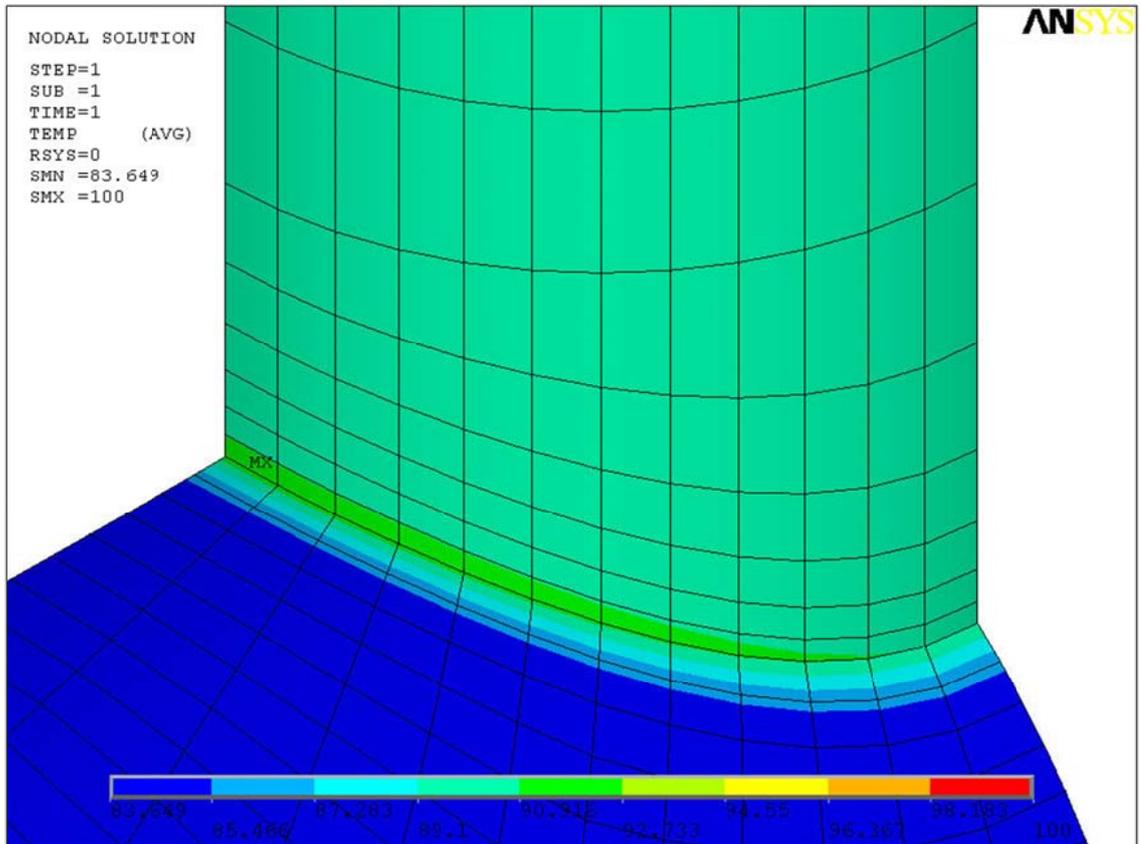
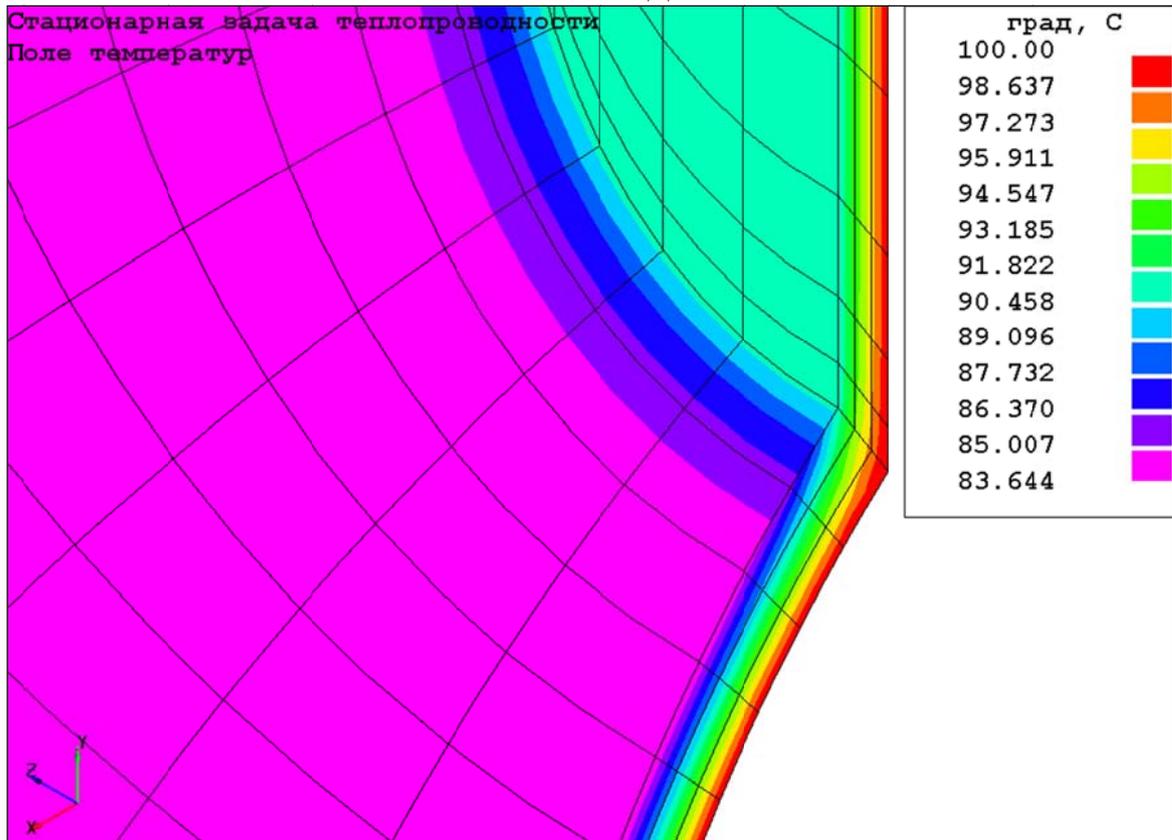


Рис. 30.5. Распределение температур на внешней поверхности в зоне соединения магистрали и штуцера

### АСТРА-СТАДИО



### ANSYS

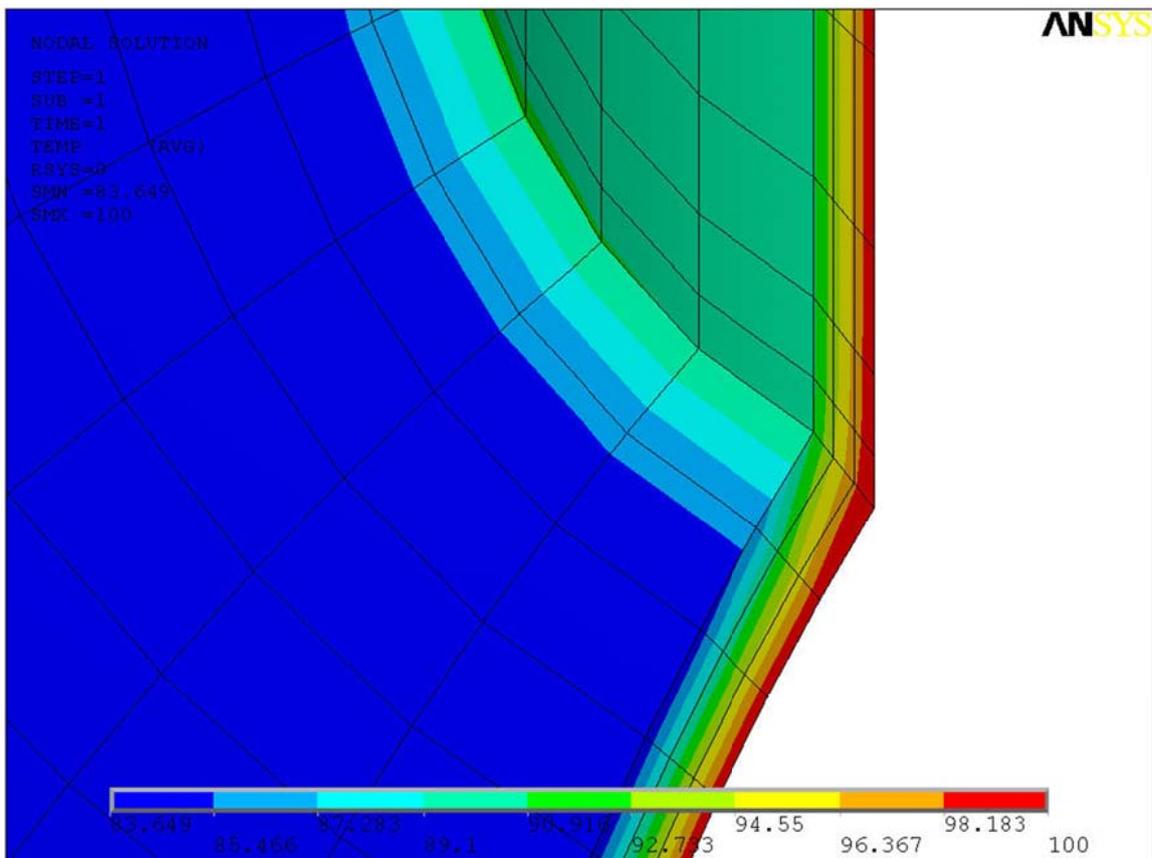
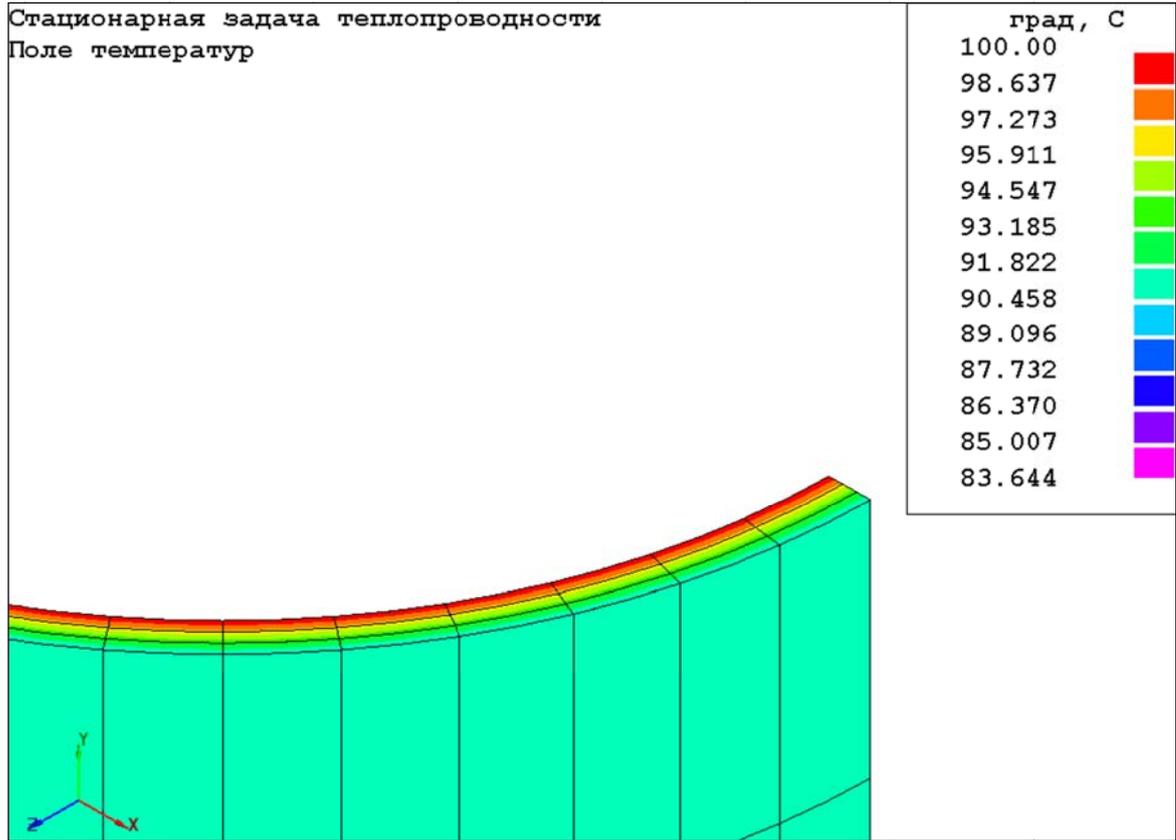


Рис. 30.6 Распределение температур по толщине стенок в зоне соединения магистрали и штуцера, °С

### АСТРА-СТАДИО



### ANSYS

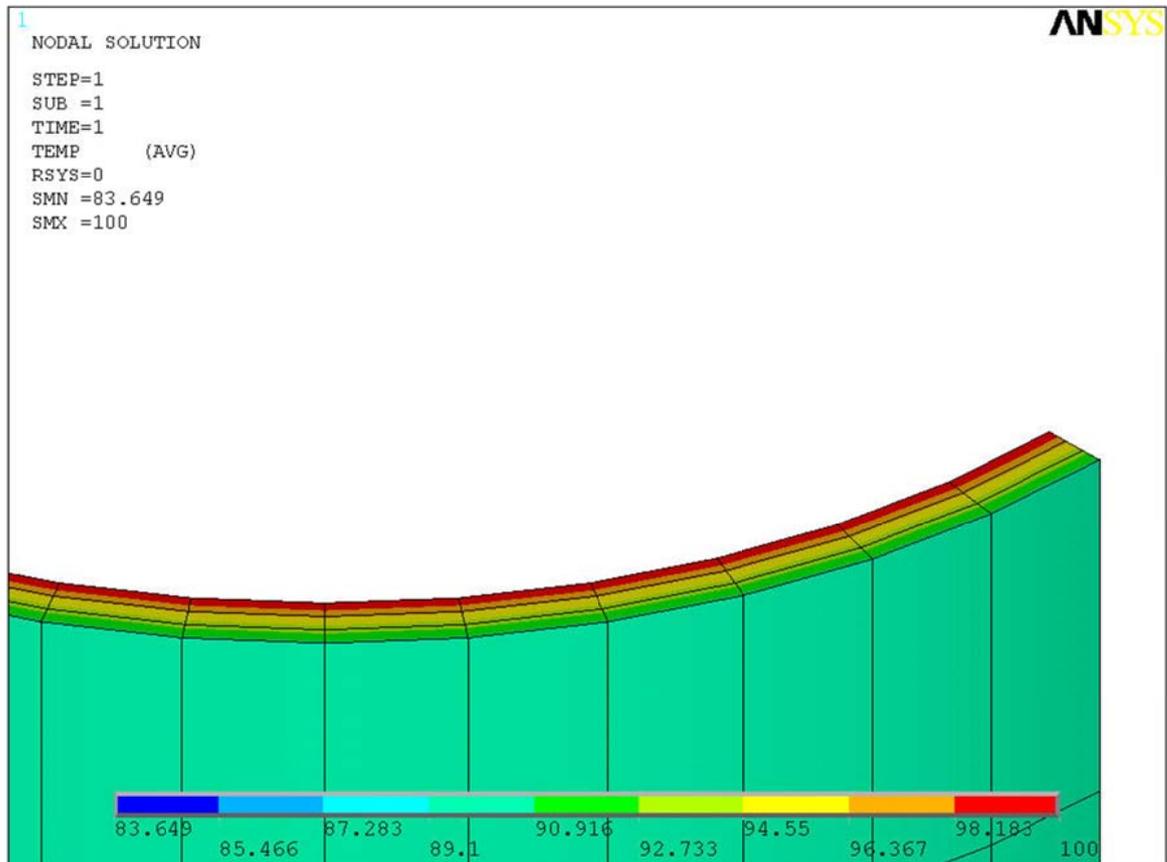
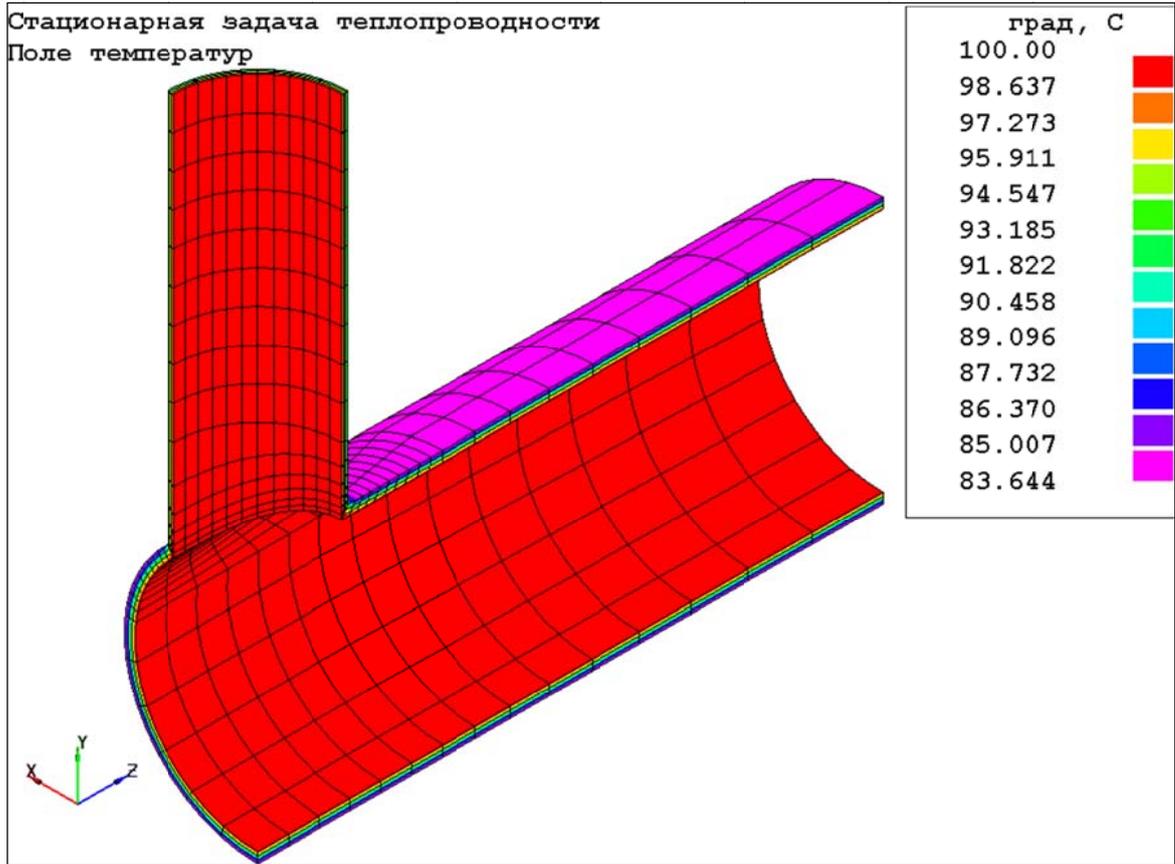


Рис. 30.7 Распределение температур по толщине стенки штуцера, °С

### АСТРА-СТАДИО



### ANSYS

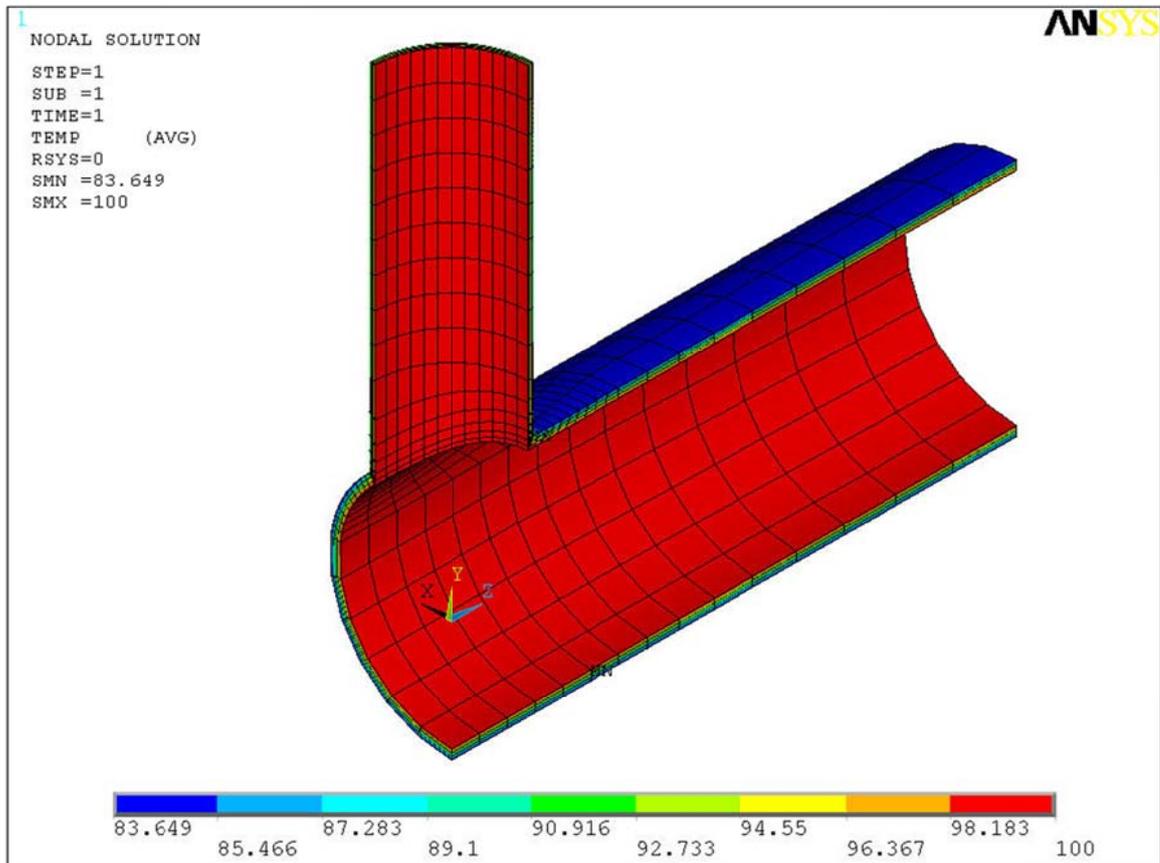
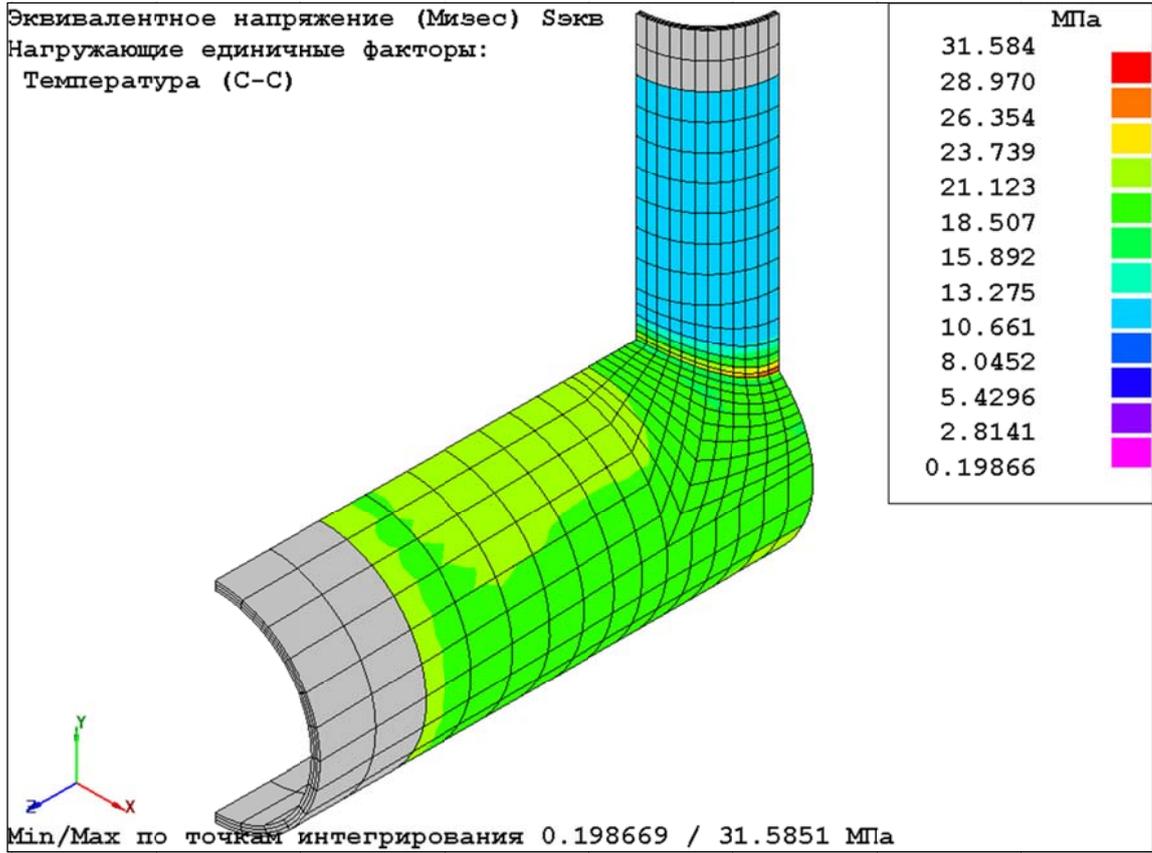


Рис. 30.8 Распределение температур на внутренней поверхности, °С

### АСТРА-СТАДИО



### ANSYS

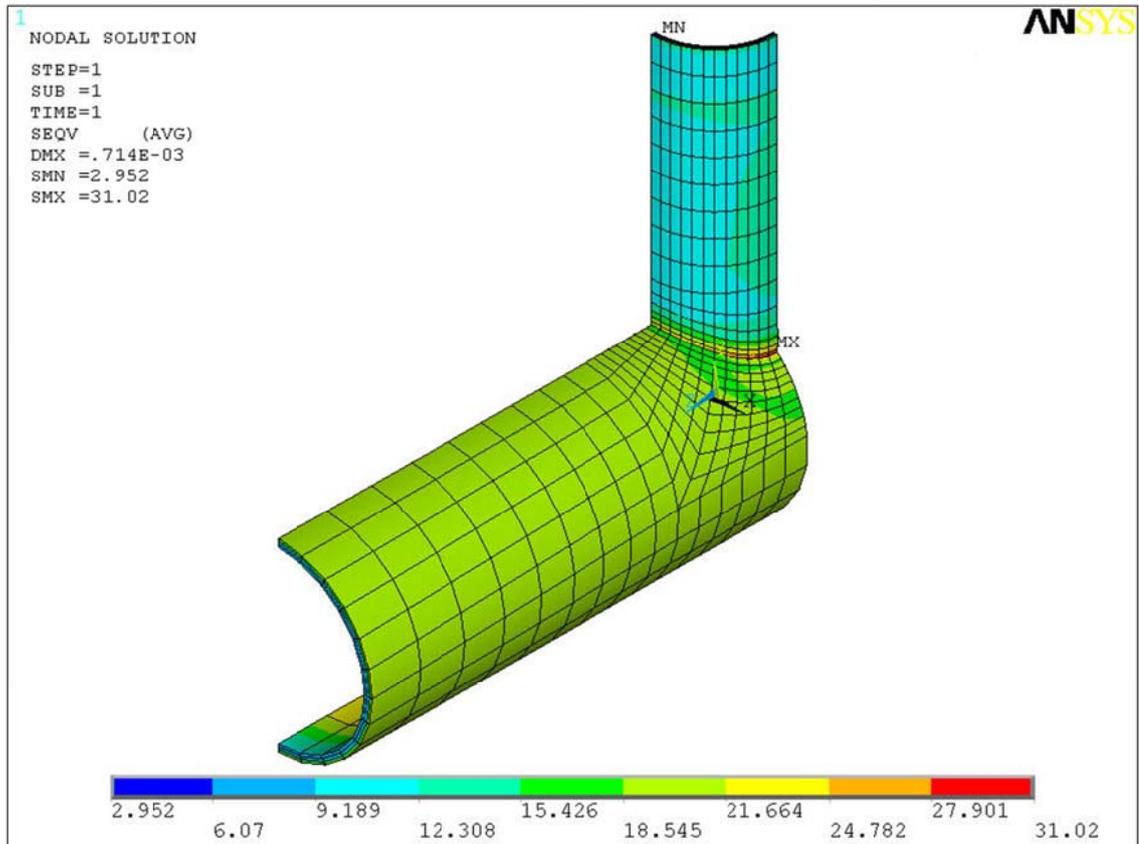
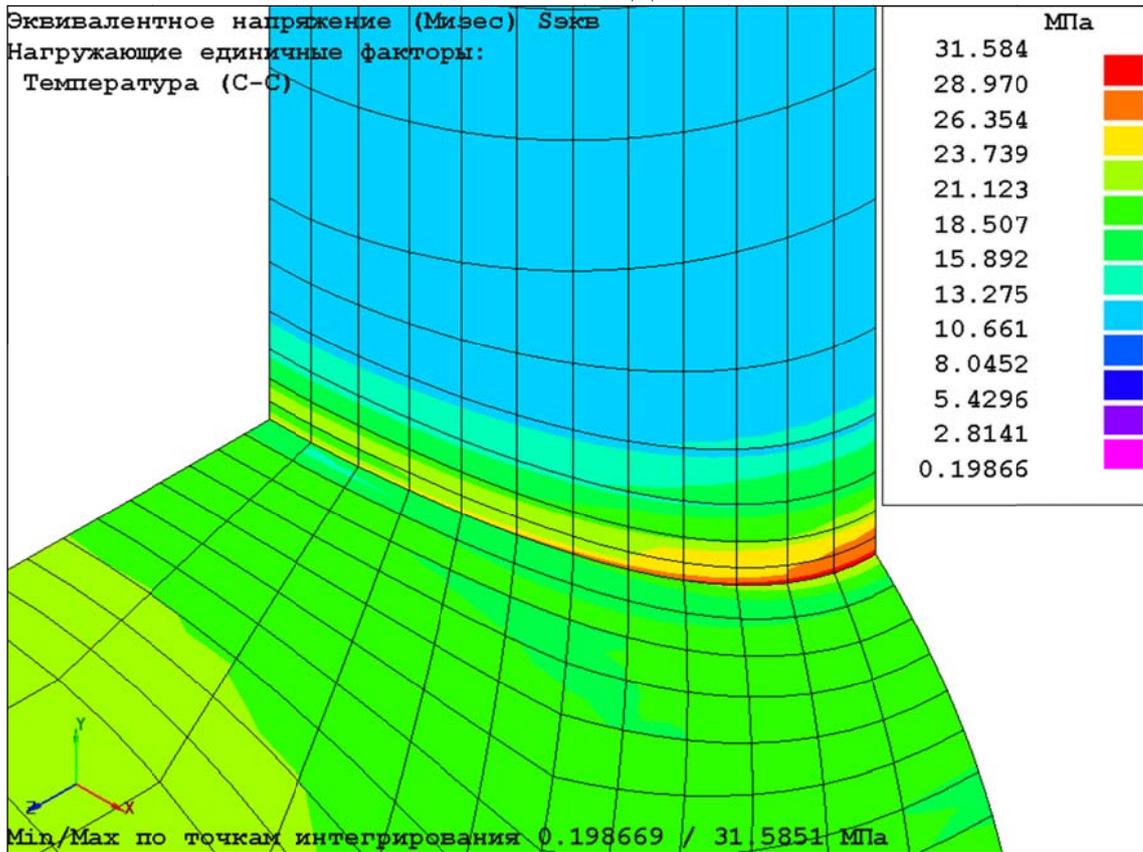


Рис. 30.9 Эквивалентные напряжения (Мизес) на внешней поверхности, МПа

### АСТРА-СТАДИО



### ANSYS

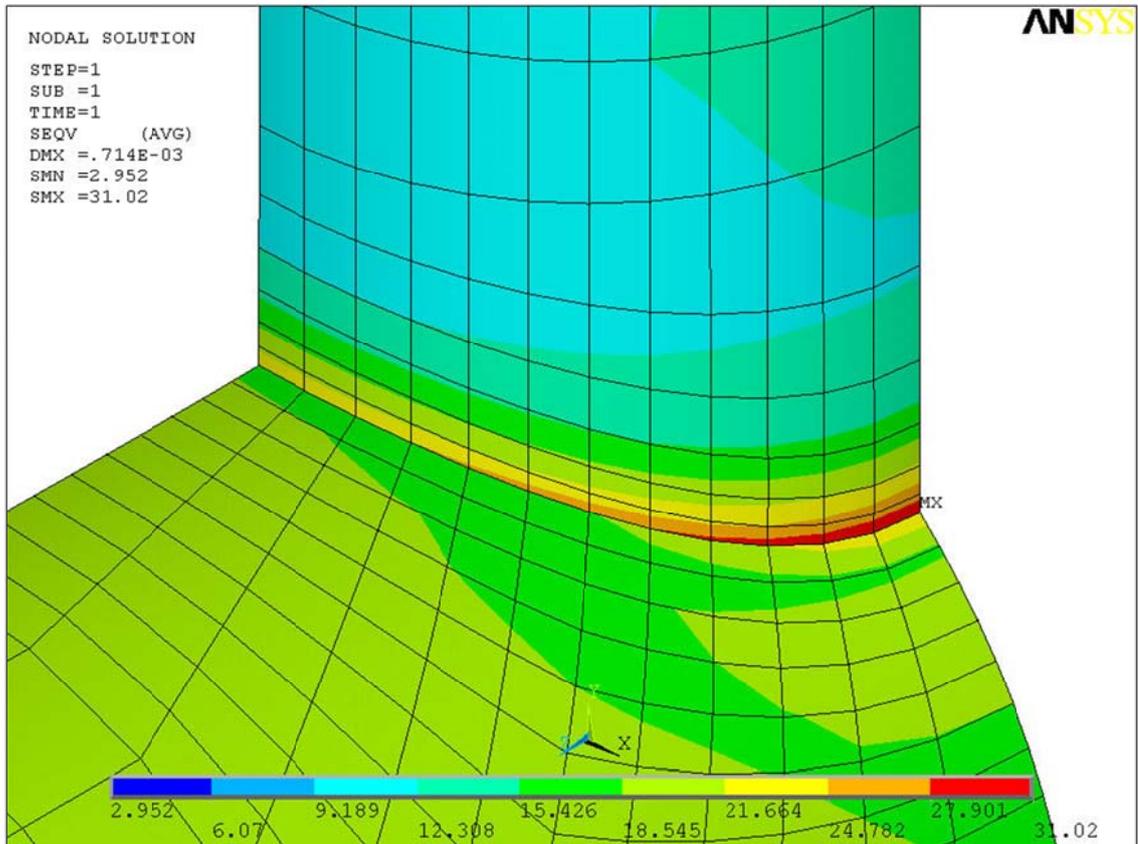
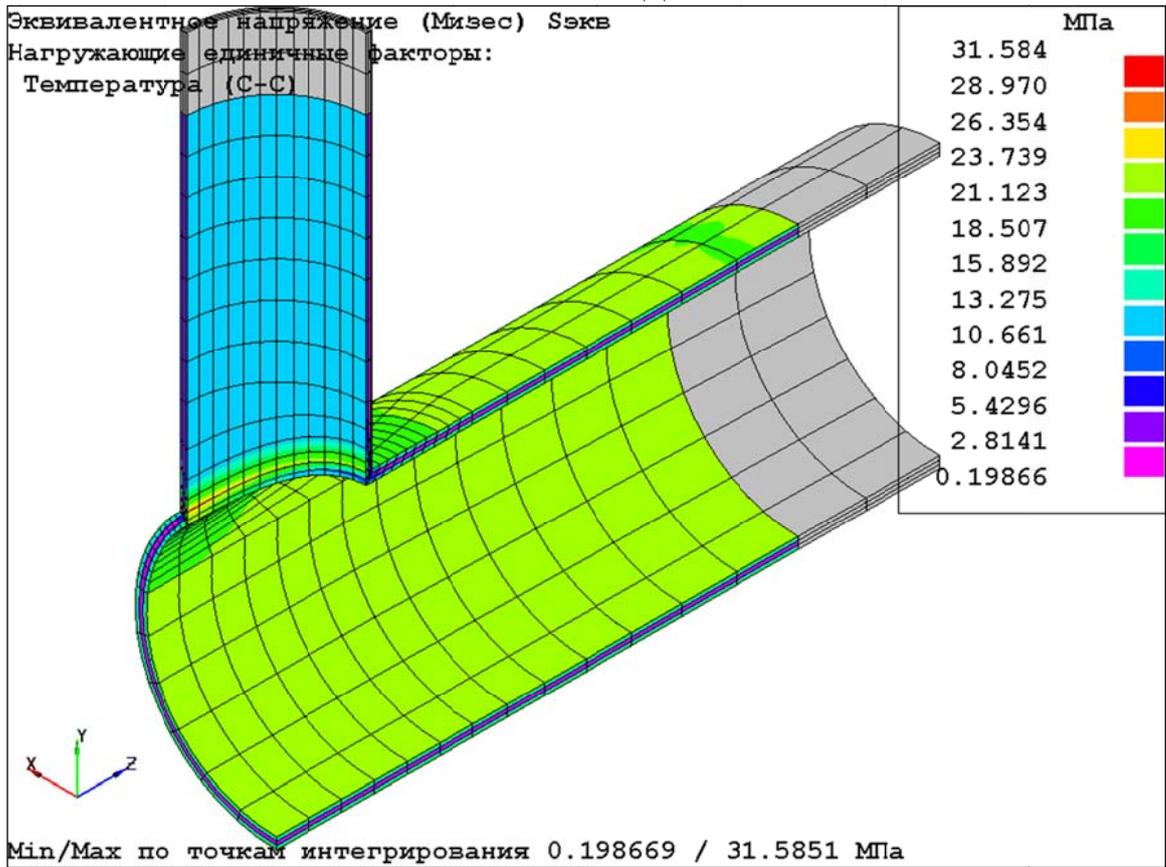


Рис. 30.10 Эквивалентные напряжения (Мизес) на внешней поверхности в зоне соединения магистрали и штуцера

### АСТРА-СТАДИО



### ANSYS

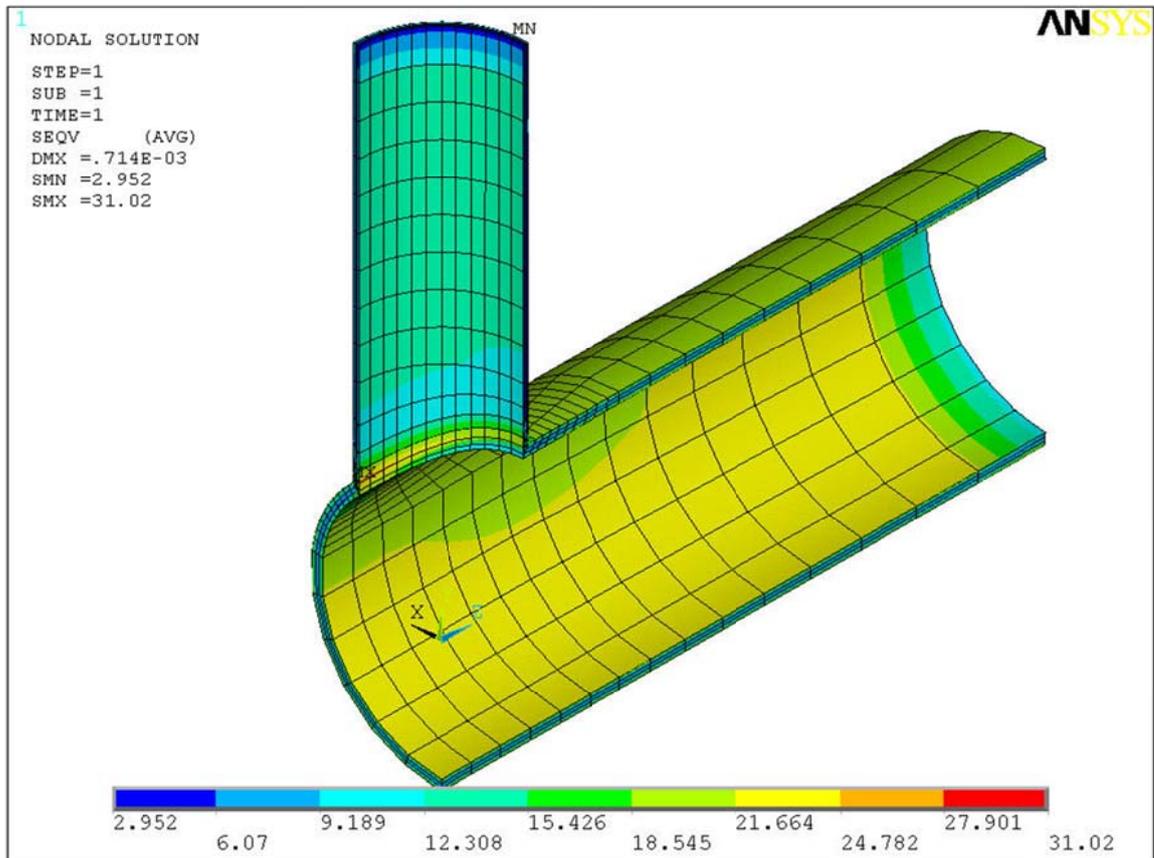
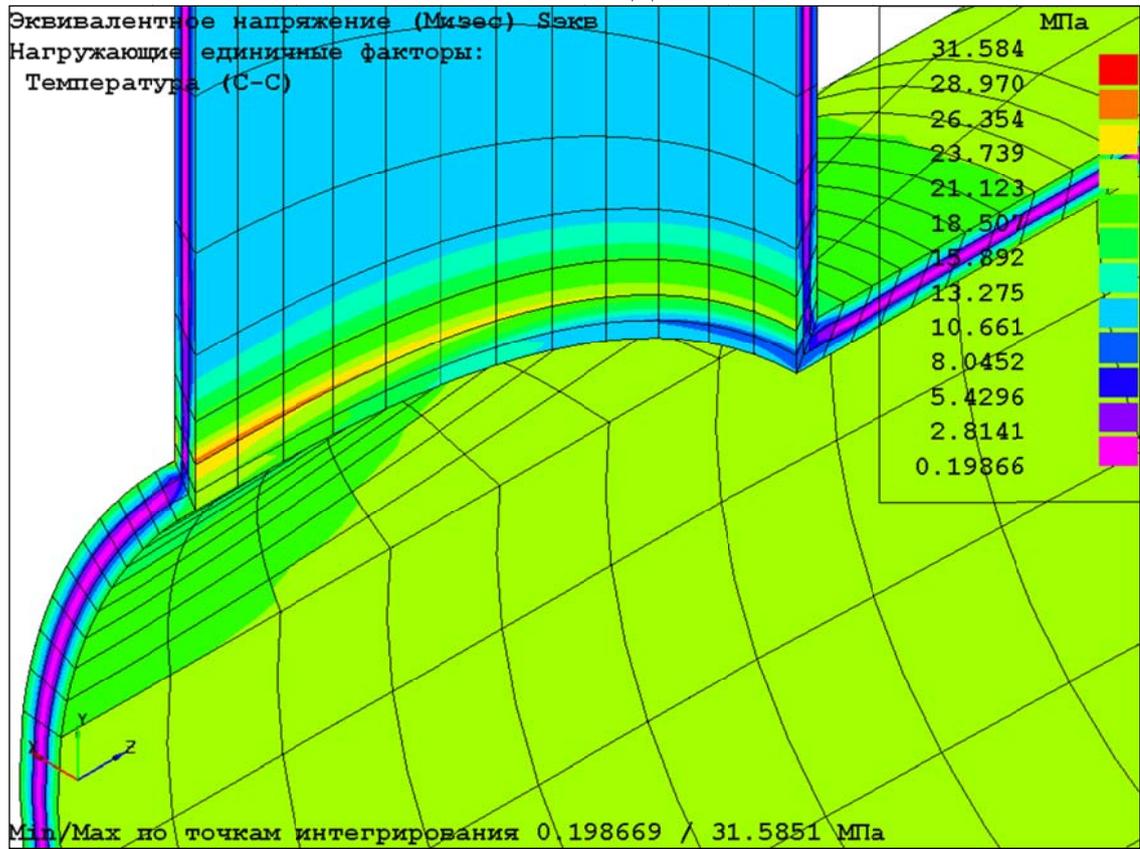


Рис. 30.11 Эквивалентные напряжения (Мизес) на внутренней поверхности, МПа

### АСТРА-СТАДИО



### ANSYS

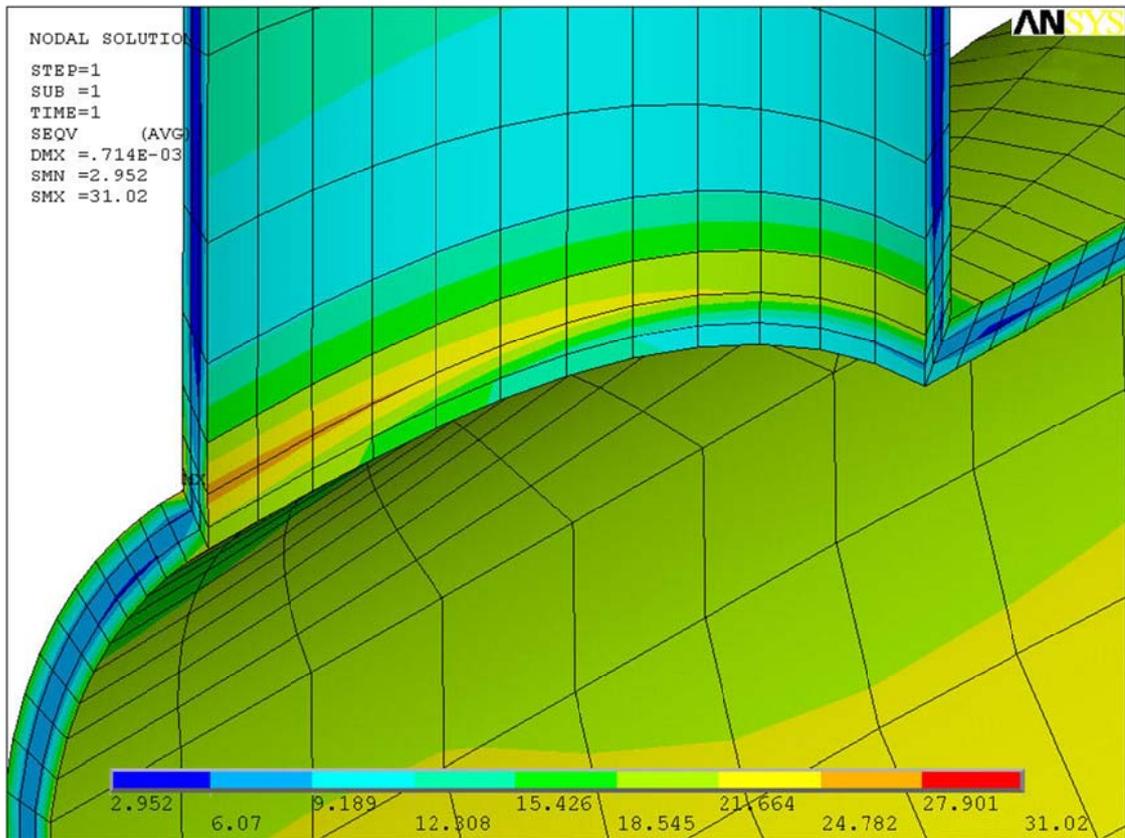


Рис. 30.12 Эквивалентные напряжения (Мизес) на внутренней поверхности в зоне соединения магистрали и штуцера, МПа

## Сравнение результатов

Сопоставляемые параметры	АСТРА-СВД АСТРА-СТАДИО	ANSYS	$\delta$ (%)
Температура на внешней поверхности магистрали, $T_{\min}/T_{\max}$ , °С	83.644 / 91.90	83.649 / 91.910	0.006 / 0.01
Температура на внешней поверхности штуцера, $T_{\min}/T_{\max}$ , °С	90.552 / 91.90	90.551 / 91.910	0.001 / 0.01
Максимальные эквивалентные (по Мизесу) напряжения в зоне соединения магистрали и штуцера, $\sigma_{\text{ЭКВ}}$ , МПа	31.584	31.020	1.818

**30.6 Литература**

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М. Мир, 1975, 539 с.

**Пример 31. Уточненный расчет ортогонального сварного тройникового соединения на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО)**

<b>Источник(и)</b>	1. Gwalthey R.C., Corum J.V., Bolt J.W. Experimental stress analysis of cylinder-to cylinder shell models and comparisons with theoretical predictions, Trans. Of ASME, J.Press. Vess. Techn., 1976, II. 2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М. Мир, 1975, 539 с.
<b>Тип задачи</b>	Уточненный статический расчет НДС деталей
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	Оболочечные 8-ми узловые СПКЭ; 16, 20-ти узловые объемные ИПКЭ
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST28.ast</a>

**31.1 Постановка задачи**

Рассматривается ортогональный неравнопроходной тонкостенный сварной тройник с зачищенным швом (рис. 31.1). Учитываются следующие типы нагрузок:

- внутреннее давление;
- изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника;
- изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника.

Требуется определить для каждого типа нагружения НДС, максимальные напряжения и коэффициенты интенсификации напряжений.

Провести сравнение с данными экспериментальных исследований [1].

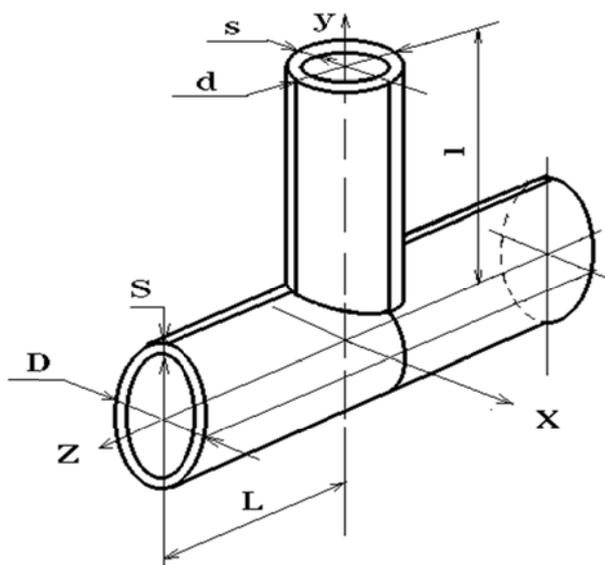


Рис. 31.1 Геометрические параметры тройника

**31.2 Исходные данные**

Геометрические характеристики (рис. 31.1)

- параметры основной трубы (магистрала):
  - наружный диаметр  $D = 220\text{мм}$ ;
  - толщина стенки  $S = 2.2\text{мм}$ ;

- половинная длина  $L = 381$  мм;
- параметры штуцера (ответвления):
  - наружный диаметр  $d = 110$  мм;
  - толщина стенки  $s = 1.1$  мм;
  - длина  $l = 272$  мм.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Параметры нагрузки*

- внутреннее давление  $p = 1$  МПа;
- изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника  $M_{yш} = 1$  МН·м;
- изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника  $M_{xш} = 1$  МН·м.

### 31.3 Расчетная модель

В силу симметрии рассматривается 1/4 часть тройника (рис. 31.2) с наложением соответствующих граничных условий симметрии (антисимметрии). Расчетная область разбивалась на конечные элементы призматической формы со сгущением в зоне стыковки штуцера и магистрали.

Для решения задачи применялись следующие типы конечных элементов:

- оболочечные суперпараметрического семейства с промежуточными узлами, реализующие гипотезы Тимошенко;
- трехмерные 16-ти узловые изопараметрического семейства, 3 слоя по толщине;
- трехмерные 20-ти узловые изопараметрического семейства с промежуточными узлами на вертикальных сторонах, 3 слоя по толщине.

Размерность задачи для каждого из указанных конечных элементов приведена в таблице 31.1.

Параметры конечноэлементной модели расчётного фрагмента тройника выбирались, исходя из требований точности определения местных напряжений в зоне концентрации:

- число КЭ на полуокружности сечения – 18;
- размер слоя элементов, примыкающего к линии стыковки магистрали и штуцера:  $0.1\sqrt{rs}$ , где  $r$  – радиус трубы;
- коэффициент сгущения 1.1 (отношение продольных размеров двух смежных слоев конечных элементов в зоне сгущения сетки).

Кромки (в зоне приложения моментной нагрузки) моделируются двумя различными способами:

- “мягкие” кромки (материал однородный по всему тройнику);
- “жесткие” кромки (материал для примыкающего к границе слоя элементов принимается в 10 раз более жестким, чем для остальной части тройника).

Таблица 31.1

Размерность задачи

	Тип КЭ		
	Оболочечные СПКЭ(8 узлов)	Трехмерные ИПКЭ (16 узлов)	Трехмерные ИПКЭ (20 узлов)
<b>Число узлов</b>	6634	25864	32458
<b>Число элементов</b>	2125	6213	6213

спкэ

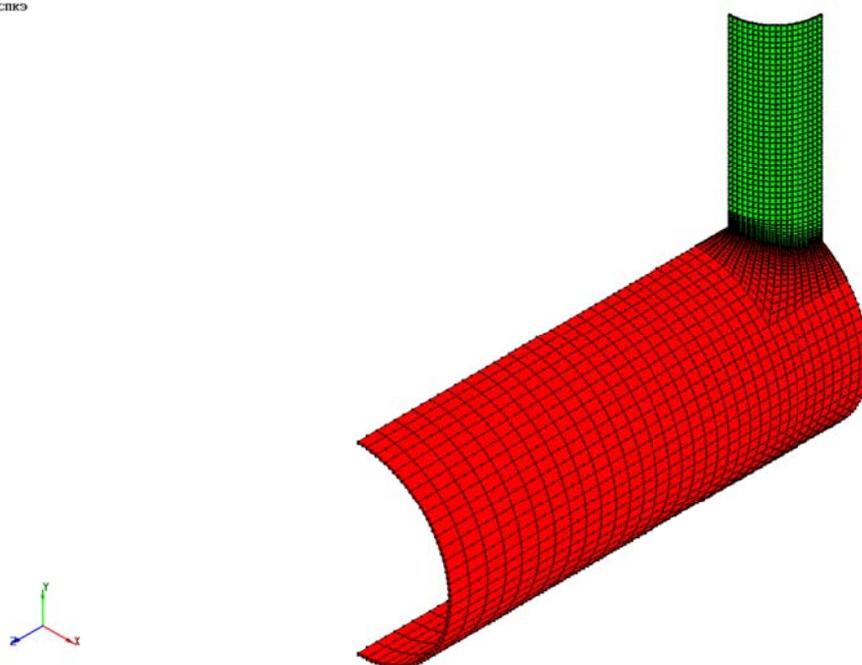


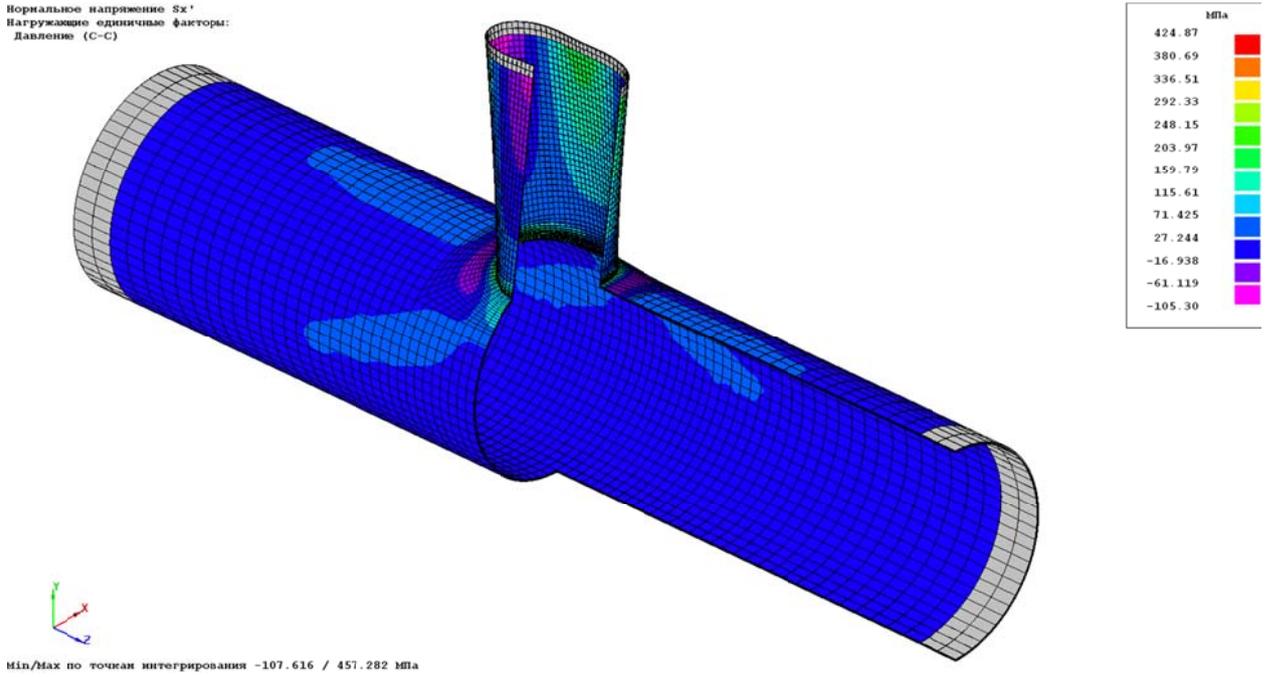
Рис. 31.2 Расчетная КЭ-модель тройника (1/4 часть)

### 31.4 Результаты

На рис. 31.3 – 31.11 показаны распределения расчетных напряжений для варианта 16-ти узловых ИПКЭ и “мягких” кромок.

### Распределение $\sigma_x$

Нормальное напряжение  $\sigma_x$   
Нагружающие единичные факторы:  
Давление (С-С)



### Распределение $\sigma_y$

Нормальное напряжение  $\sigma_y$   
Нагружающие единичные факторы:  
Давление (С-С)

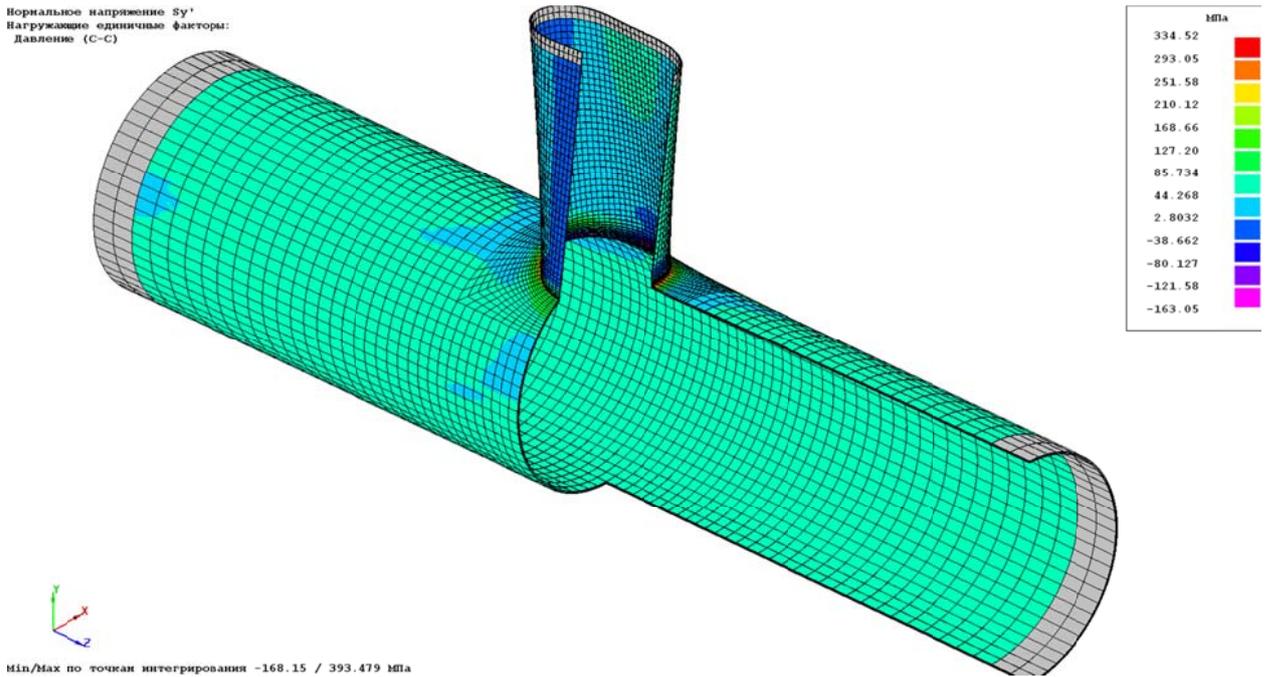
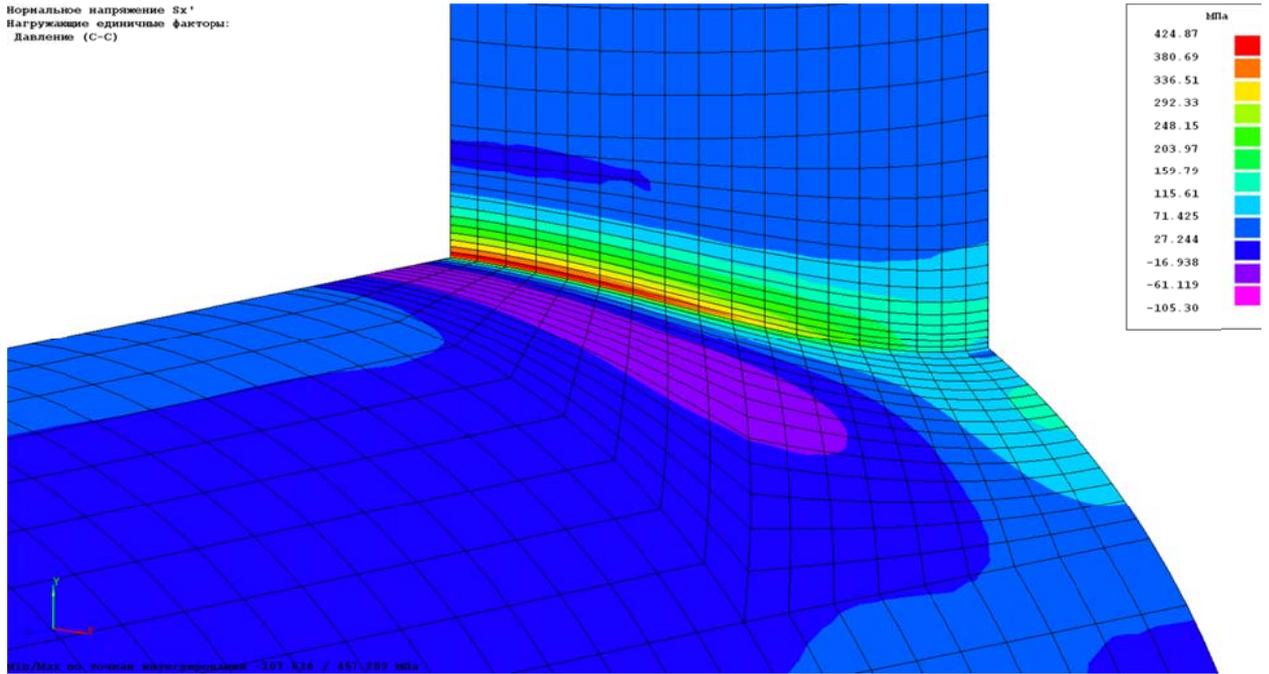


Рис. 31.3 Распределение расчетных напряжений от действия внутреннего давления

*Наружная поверхность*



*Внутренняя поверхность*

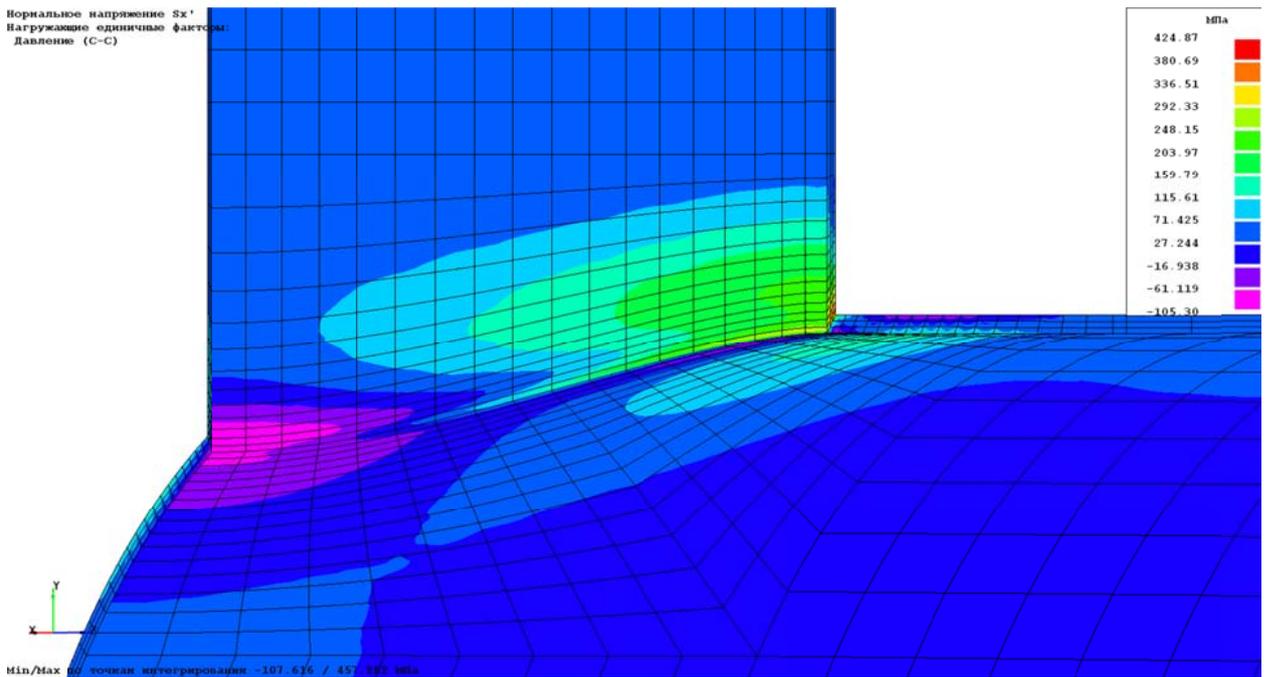
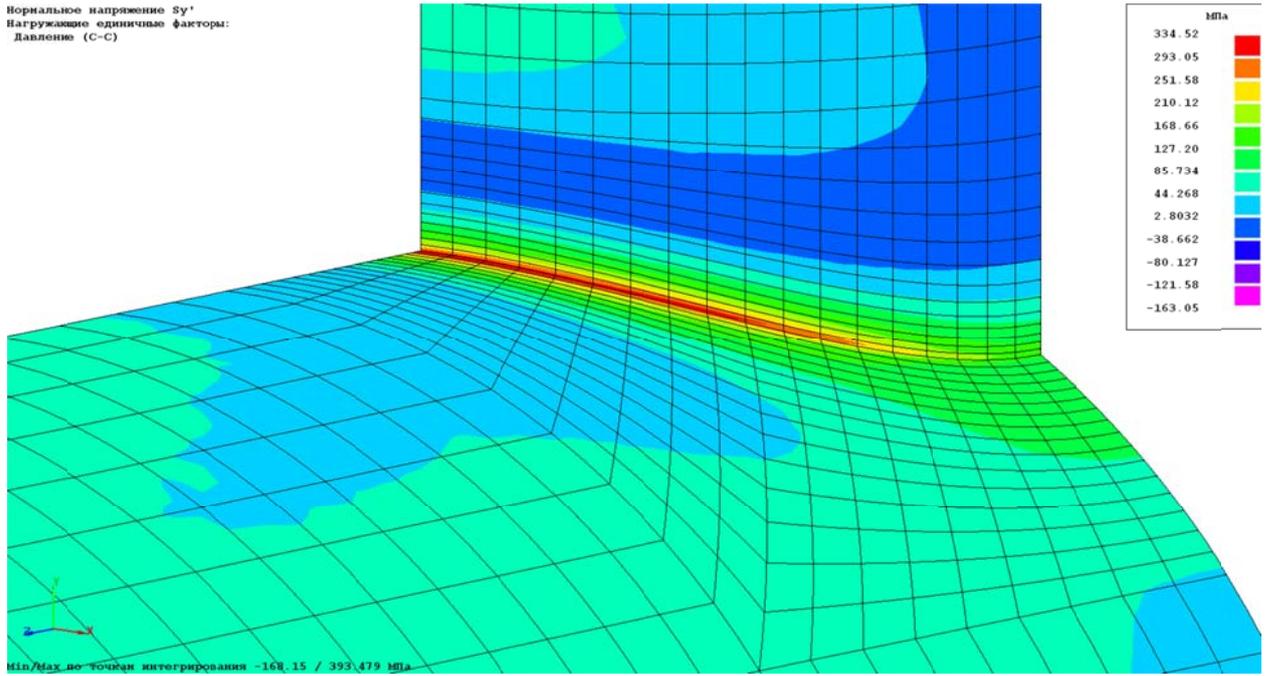


Рис. 31.4 Распределение компонент расчетных напряжений  $\sigma_x$  в зоне стыковки магистрали и штуцера. Силовой фактор – внутреннее давление

### Наружная поверхность



### Внутренняя поверхность

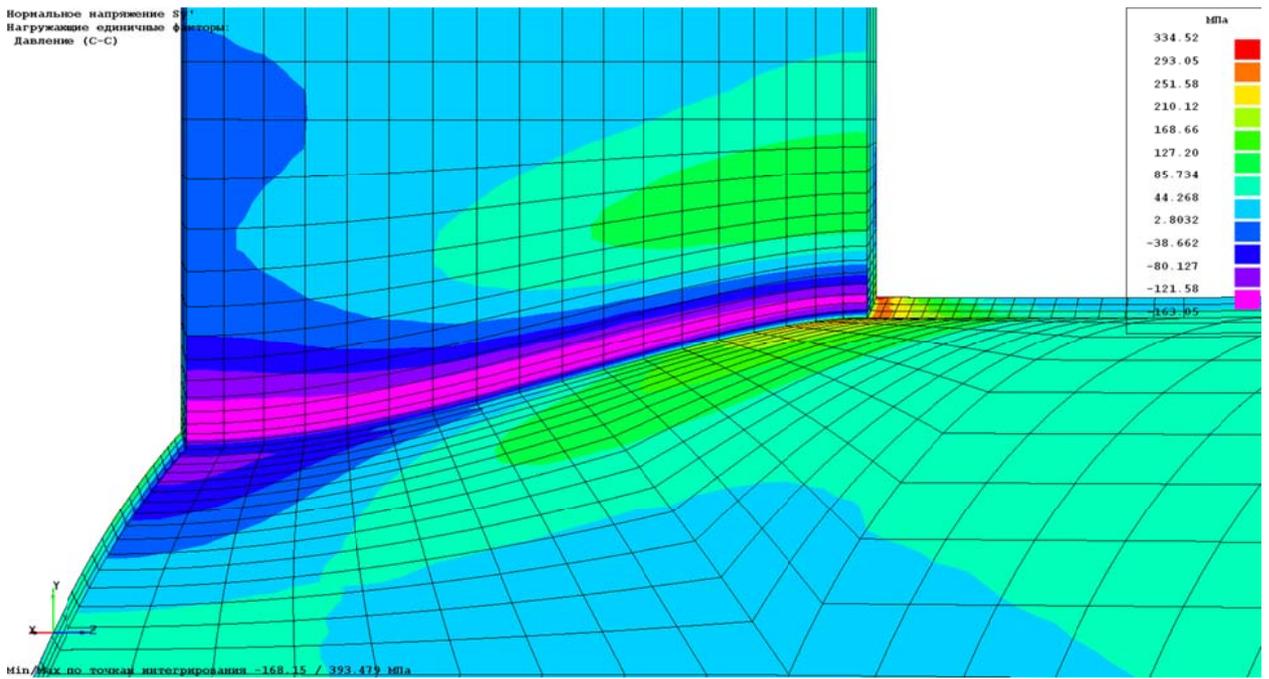


Рис. 31.5 Распределение компонент расчетных напряжений  $\sigma_y$  в зоне стыковки магистрали и штуцера. Силовой фактор – внутреннее давление

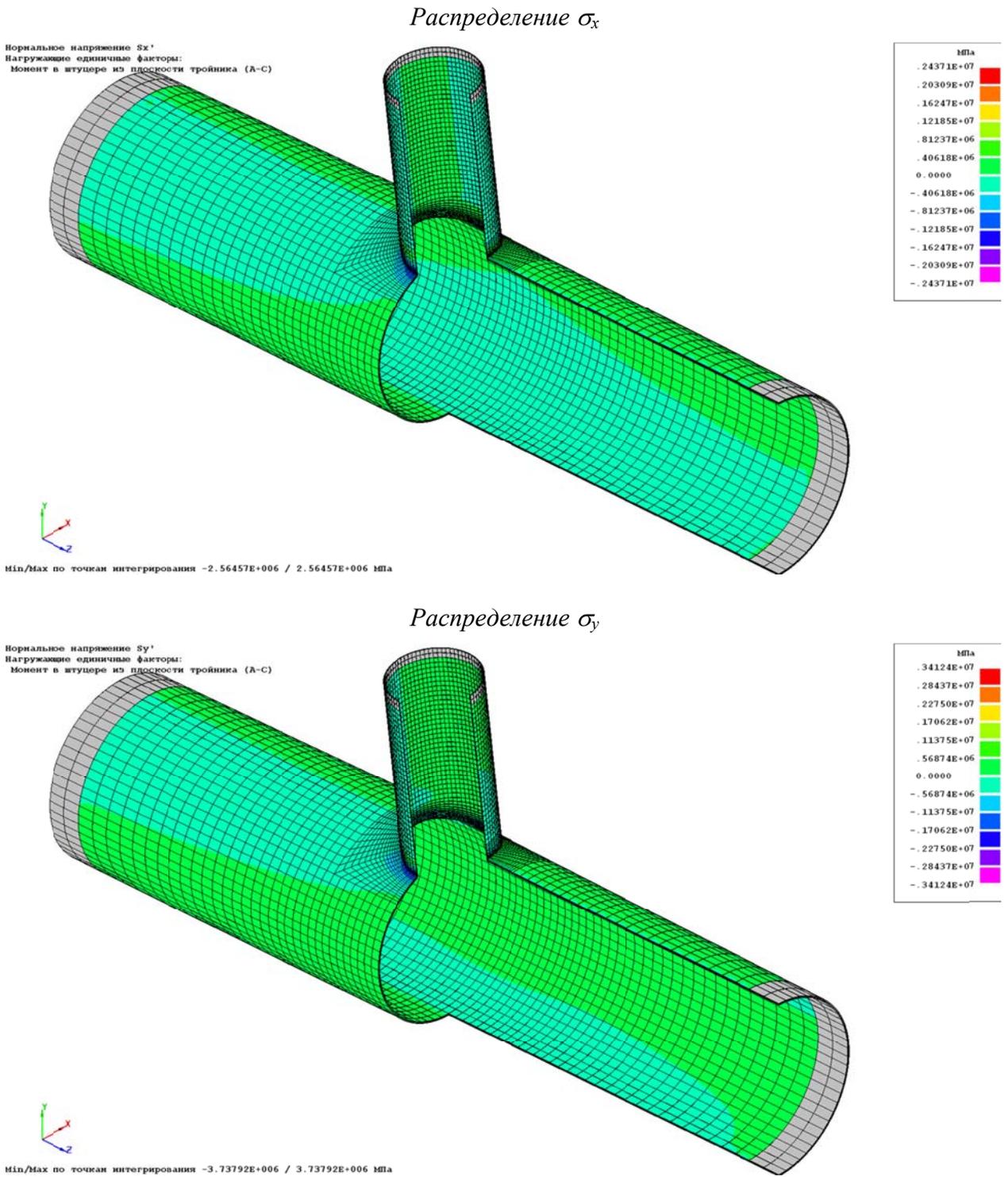
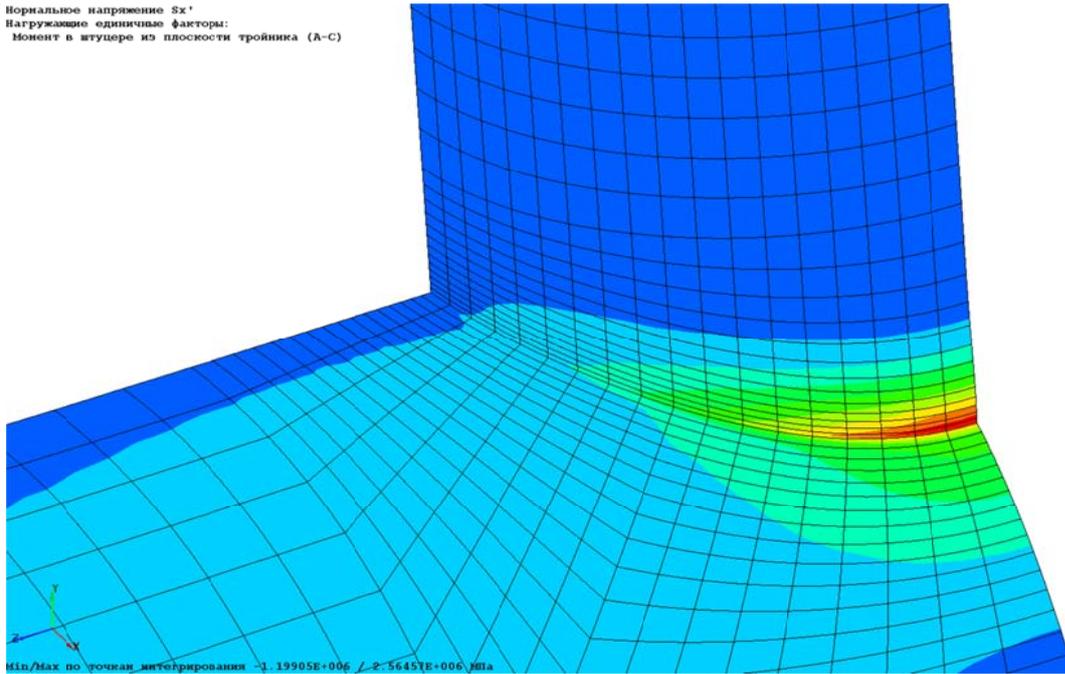


Рис. 31.6 Распределение расчетных напряжений от действия изгибающего момента в штуцере из плоскости тройника

### Наружная поверхность

Нормальное напряжение  $\sigma_x$   
Нагружающие единичные факторы:  
Момент в штуцере из плоскости тройника (A-C)



### Внутренняя поверхность

Нормальное напряжение  $\sigma_x$   
Нагружающие единичные факторы:  
Момент в штуцере из плоскости тройника (A-C)

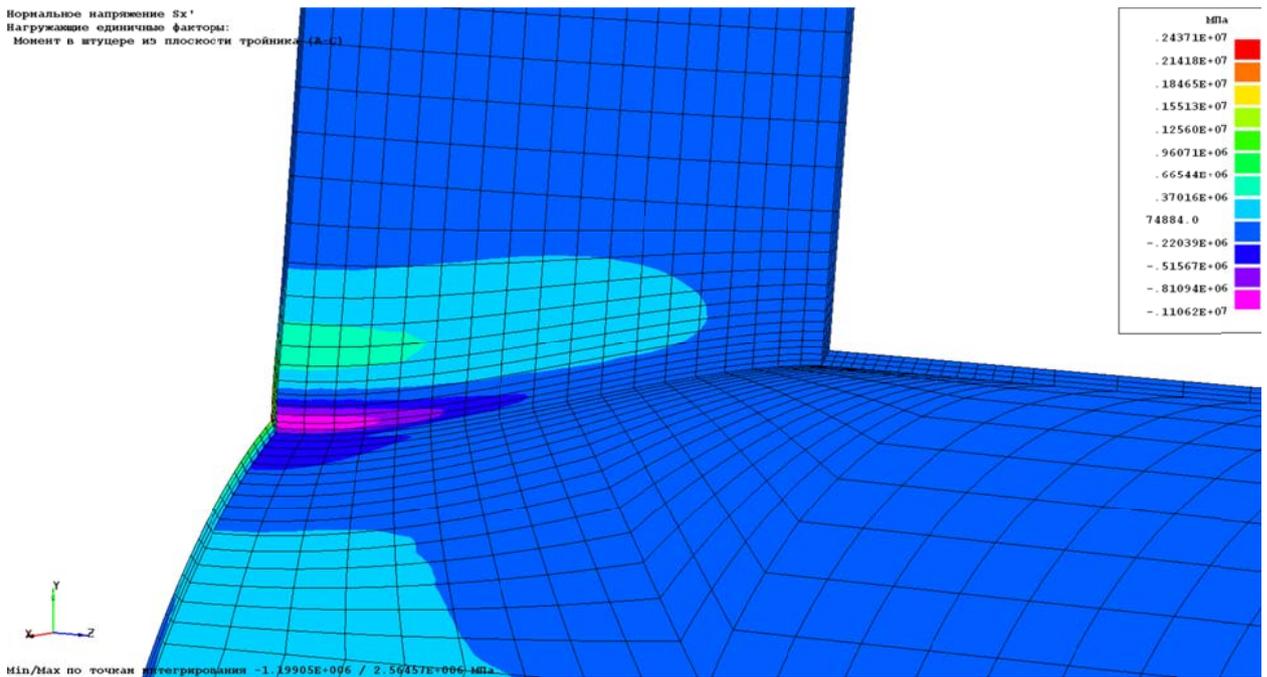
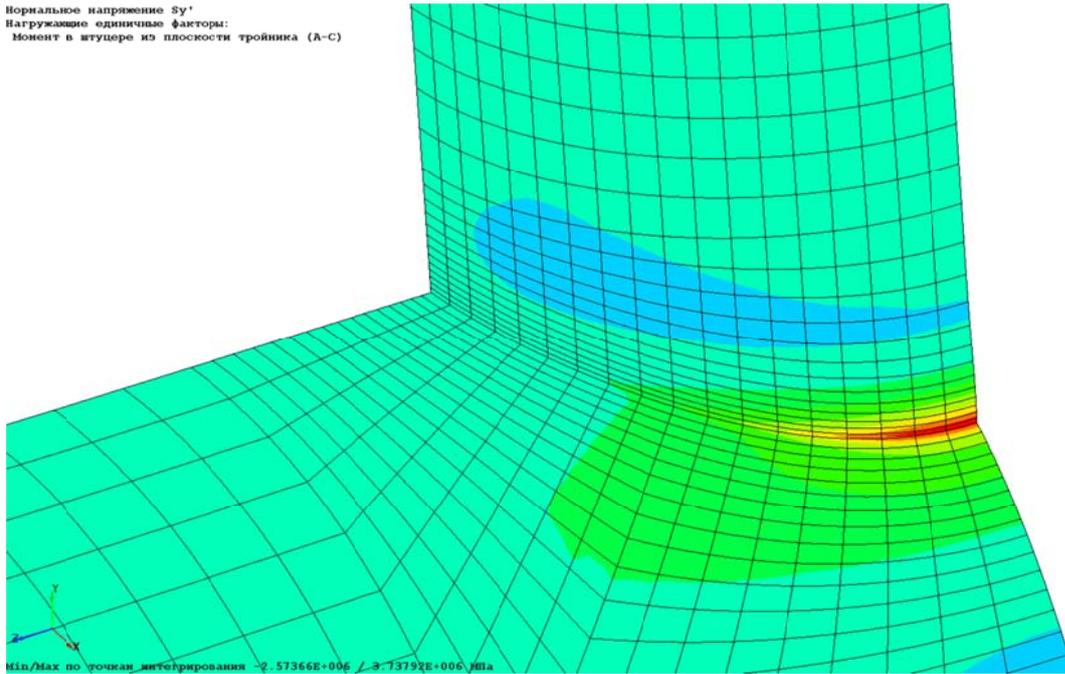


Рис. 31.7 Распределение компонент расчетных напряжений  $\sigma_x$  в зоне стыковки магистрали и штуцера. Силовой фактор – изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника

### Наружная поверхность

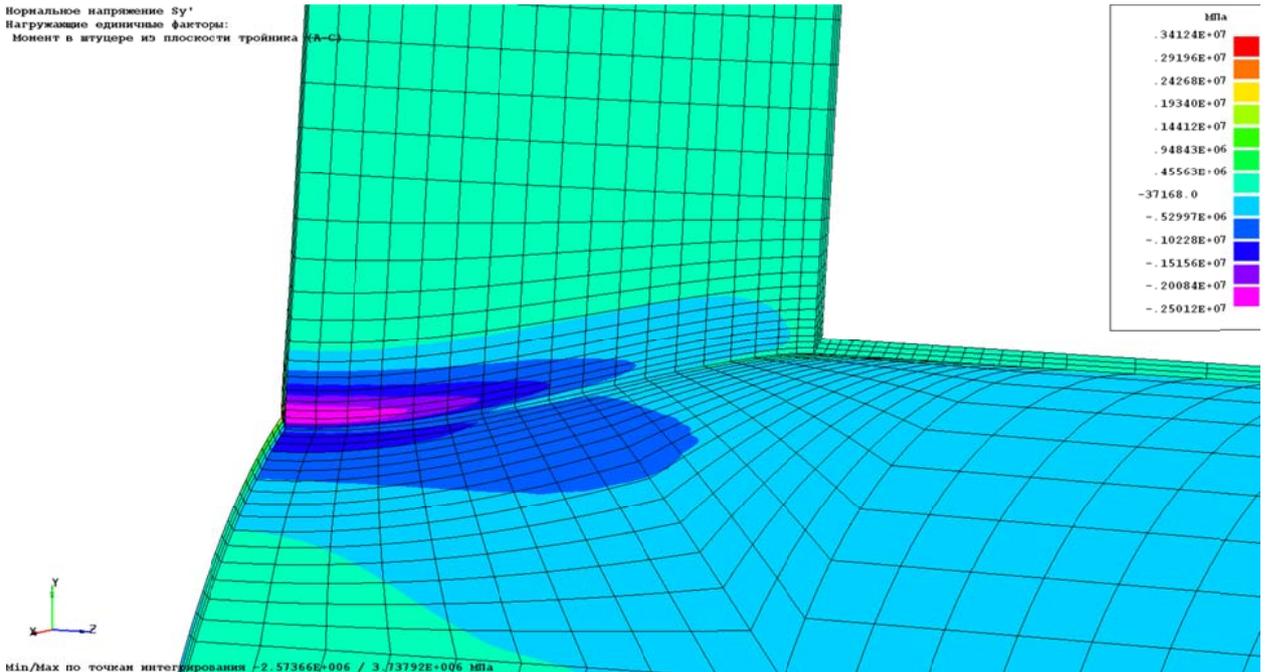
Нормальное напряжение  $\sigma_y$   
Нагружающие единичные факторы:  
Момент в штуцере из плоскости тройника (А-С)



Min/Max по точкам интегрирования -2.57366E+006 / 3.73792E+006 МПа

### Внутренняя поверхность

Нормальное напряжение  $\sigma_y$   
Нагружающие единичные факторы:  
Момент в штуцере из плоскости тройника (А-С)

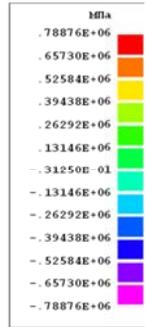
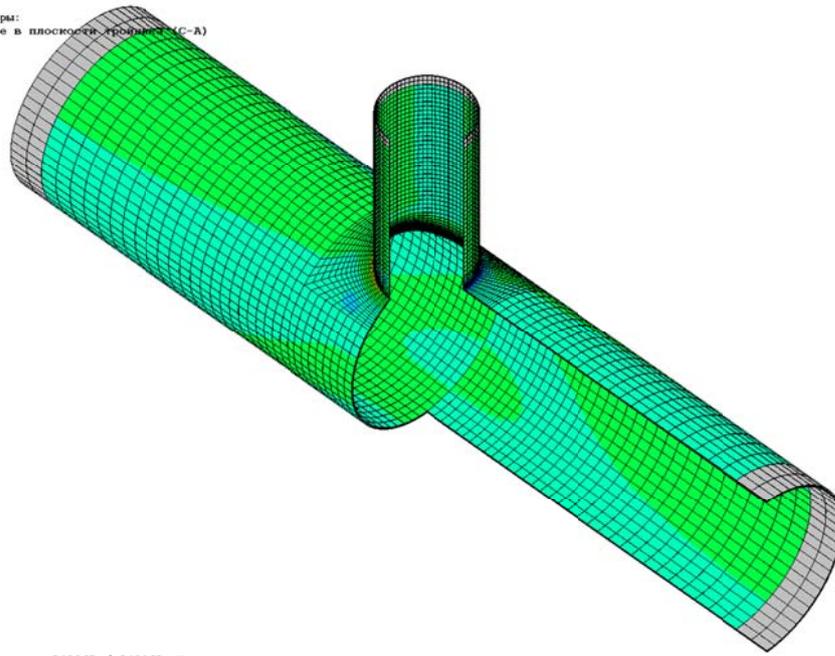


Min/Max по точкам интегрирования -2.57366E+006 / 3.73792E+006 МПа

Рис. 31.8 Распределение компонент расчетных напряжений  $\sigma_y$  в зоне стыковки магистрали и штуцера. Силовой фактор – изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника

Распределение  $\sigma_x$

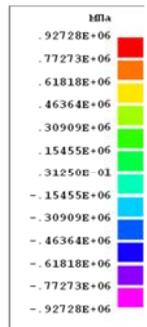
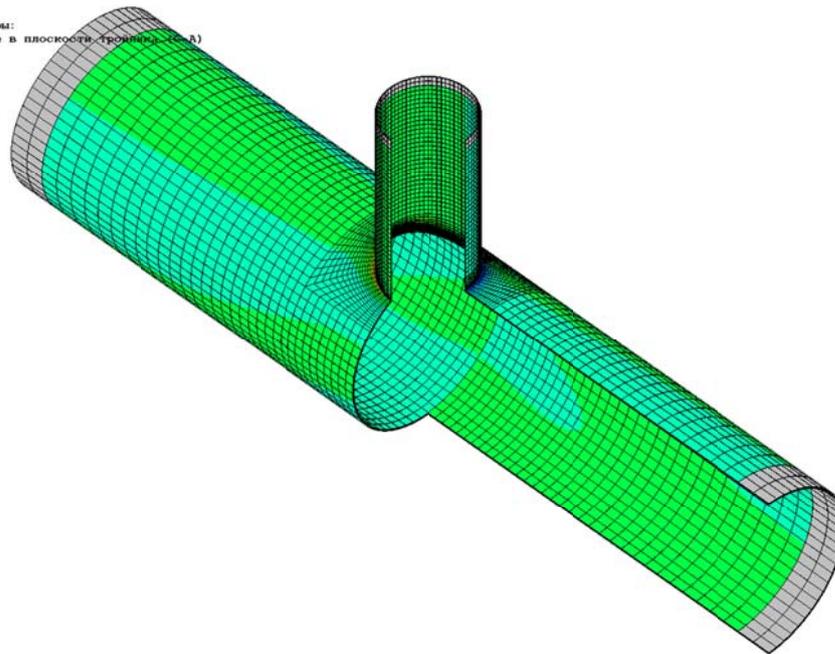
Нормальное напряжение  $Sx'$   
 Нагружающие единичные факторы:  
 Изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника (С-А)



Min/Max по точкам интегрирования -849263 / 849263 МПа

Распределение  $\sigma_y$

Нормальное напряжение  $Sy'$   
 Нагружающие единичные факторы:  
 Изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника (С-А)

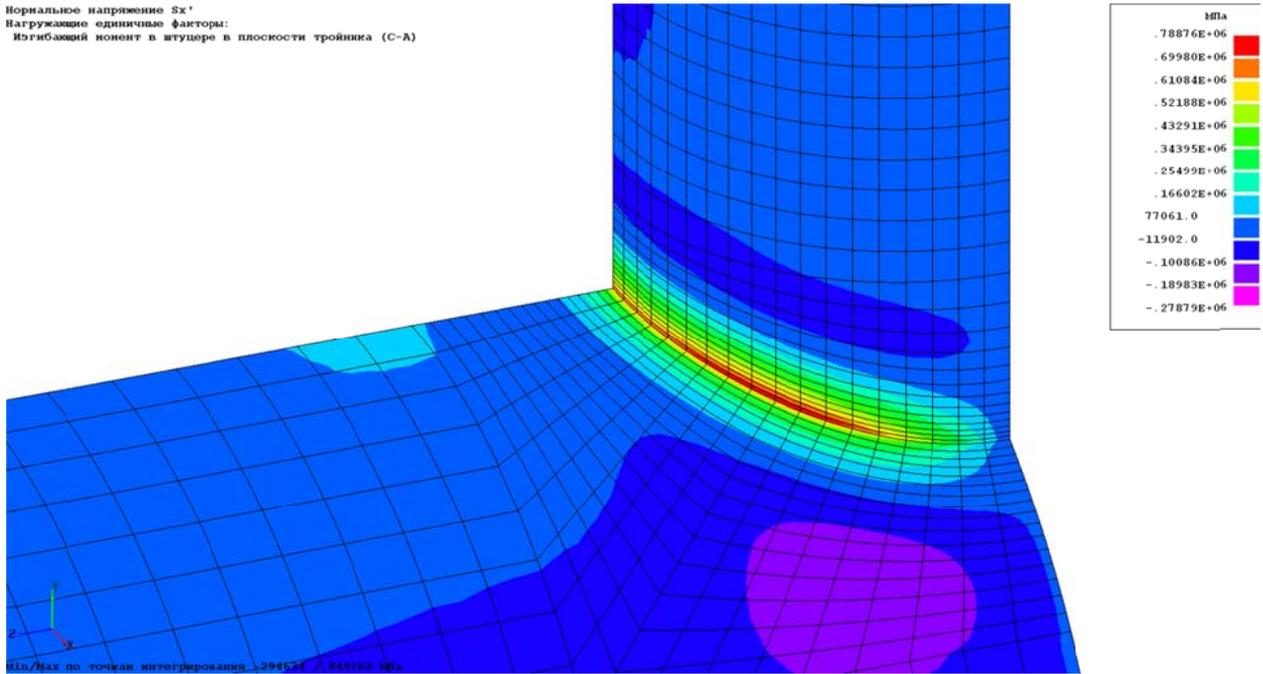


Min/Max по точкам интегрирования -1.02146E+006 / 1.02146E+006 МПа

Рис. 31.9 Распределение расчетных напряжений от действия изгибающего момента в штуцере в плоскости тройника

### Наружная поверхность

Нормальное напряжение  $\sigma_x$   
Нагружающие единичные факторы:  
Изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника (С-А)



### Внутренняя поверхность

Нормальное напряжение  $\sigma_x$   
Нагружающие единичные факторы:  
Изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника (С-А)

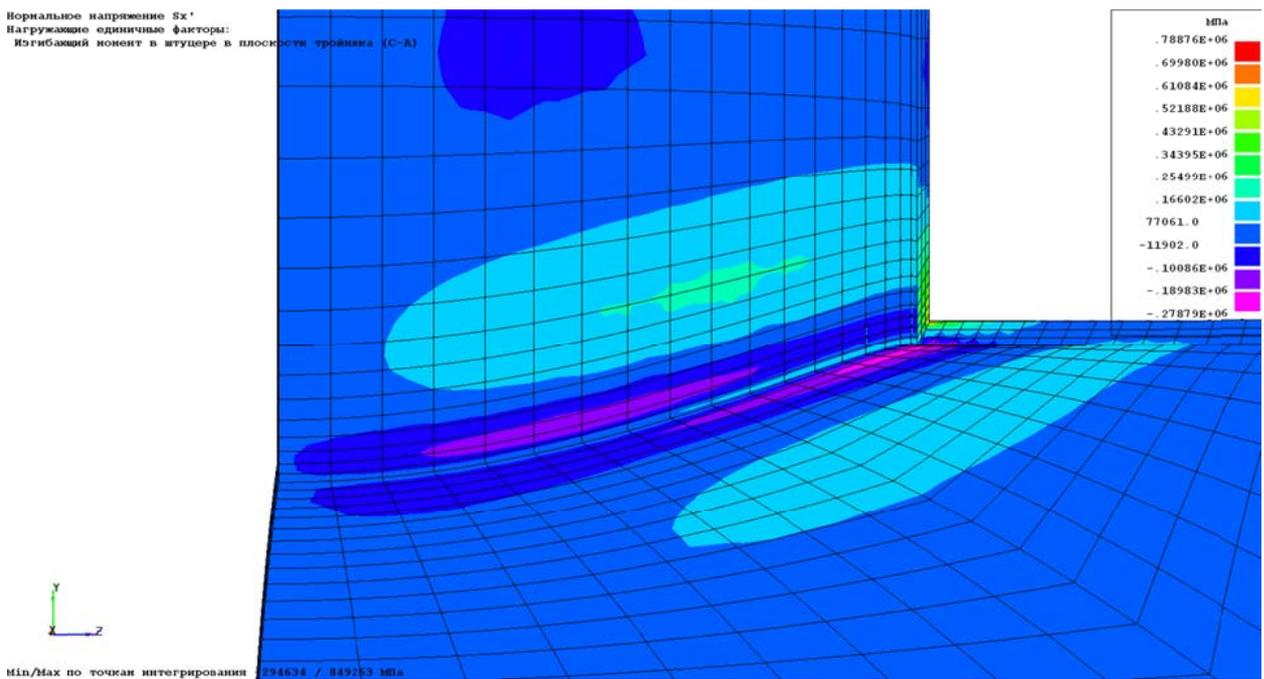
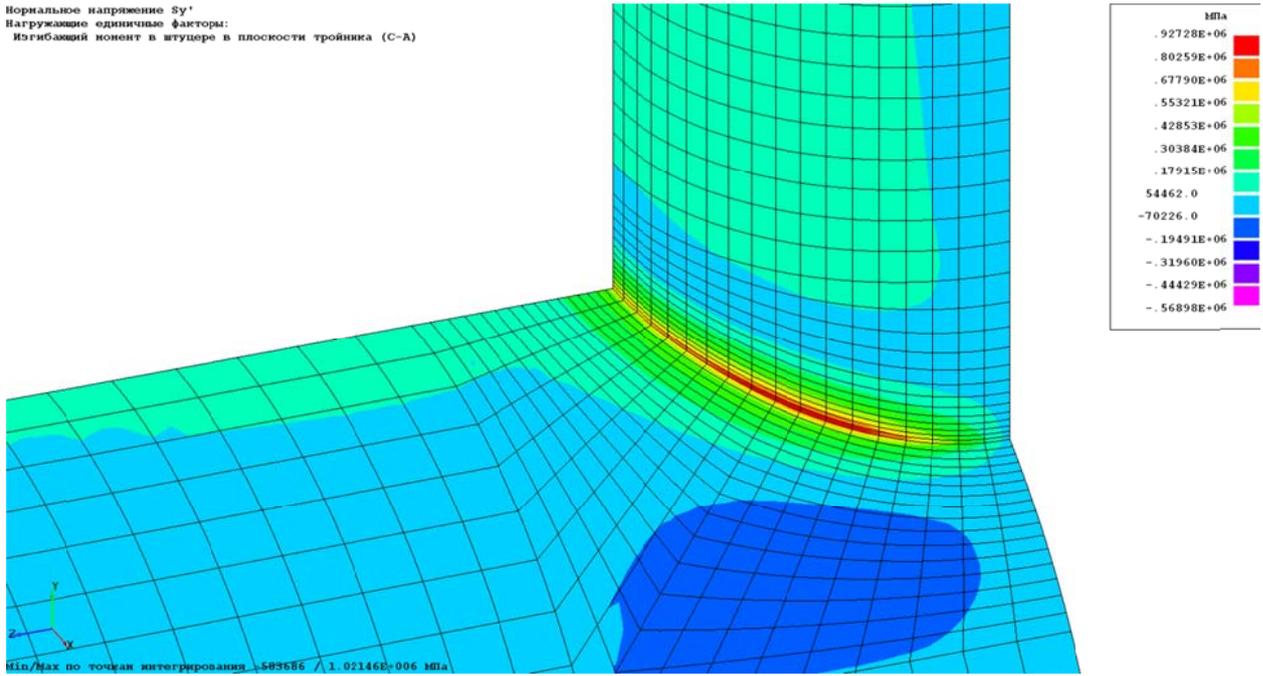


Рис. 31.10 Распределение компонент расчетных напряжений  $\sigma_x$  в зоне стыковки магистрали и штуцера. Силовой фактор – изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника

### Наружная поверхность

Нормальное напряжение  $\sigma_y$   
Нагружающие единичные факторы:  
Изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника (С-А)



### Внутренняя поверхность

Нормальное напряжение  $\sigma_y$   
Нагружающие единичные факторы:  
Изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника (С-А)

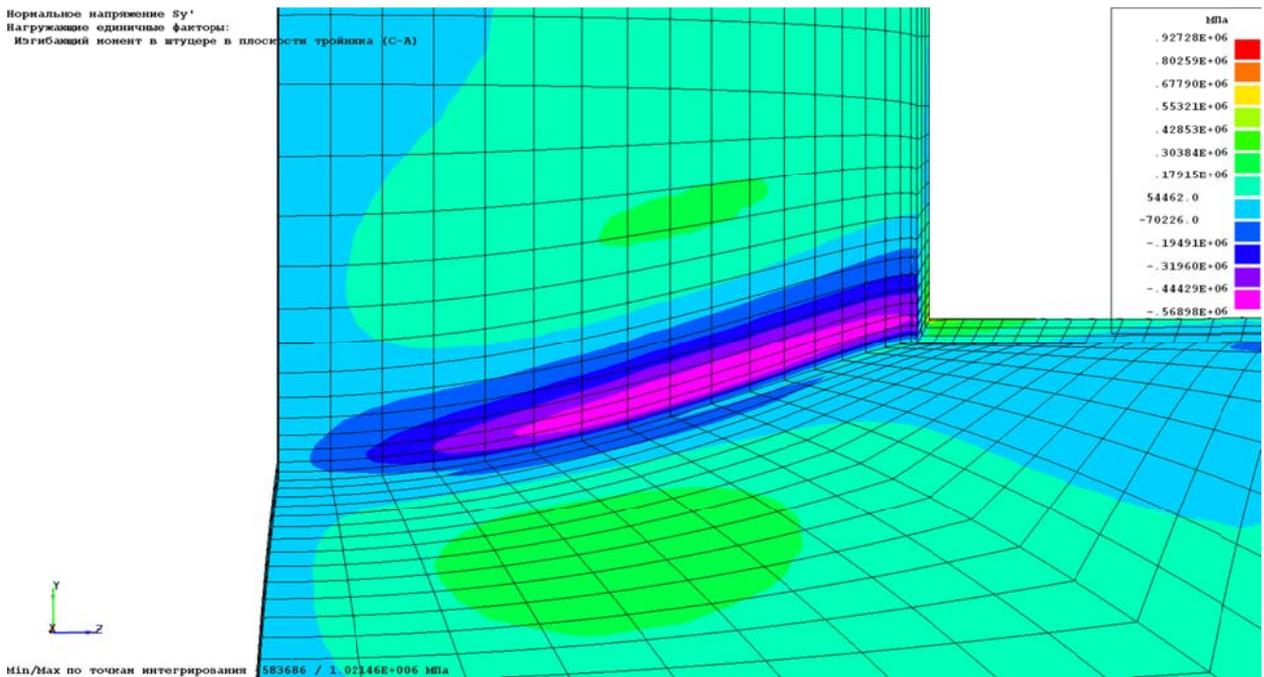


Рис. 31.11 Распределение компонент расчетных напряжений  $\sigma_y$  в зоне стыковки магистрали и штуцера. Силовой фактор – изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника

Коэффициент интенсификации напряжений (см. [1])  $\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{ном}}$ ,

где  $\sigma_{max}$  – максимальные напряжения в зоне резкого изменения геометрии;

$$\sigma_{ном} = \frac{M_{yш}}{W_{ш}} = \frac{M_{xш}}{W_{ш}} = \frac{1}{1.025 \cdot 10^{-5}} = 9.76 \cdot 10^4 \text{ МПа}$$

номинальное напряжение для

случаев нагружения изгибающими моментами в штуцере тройника  $M_{yш}$  и  $M_{xш}$ .

$$W_{ш} = \frac{\pi s(d-s)^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0.0011(0.11-0.0011)^2}{4} = 1.025 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$$

– момент сопротивления

штуцера.

В таблице 31.2 представлены максимальные расчетные напряжения и коэффициенты интенсификации для различных вариантов КЭ-модели и различных типов нагрузок, проводится сопоставление результатов, полученных в АСТРА-СВД (программный модуль АСТРА-СТАДИО), с результатами экспериментальных исследований [1].

В таблице 31.3 для сравнения приведены результаты для различных способов приведения напряжений в узлы в трехмерной КЭ-модели.

Таблица 31.2

Расчетные максимальные напряжения и коэффициенты интенсификации

“Мягкие” краевые условия					Коэффициенты интенсификация напряжений		
№	Нагружающий фактор	Тип КЭ		Максимальные напряжения, МПа	АСТРА-СТАДИО	Эксперимент [1]	δ, %
	$\sigma_y$	396.5	-				
	Трехмерные ИПКЭ (16 узлов)	$\sigma_x$	424.9	-			
		$\sigma_y$	334.5	-			
	Трехмерные ИПКЭ (20 узлов)	$\sigma_x$	398.9	-			
		$\sigma_y$	344.6	-			
2	Изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника	Облочечные СПКЭ	$\sigma_x$	$2.098 \cdot 10^6$	48.1	35.3	36.26
			$\sigma_y$	$4.693 \cdot 10^6$			
		Трехмерные ИПКЭ (16 узлов)	$\sigma_x$	$2.437 \cdot 10^6$	34.9		1.13
			$\sigma_y$	$3.412 \cdot 10^6$			
		Трехмерные ИПКЭ (20 узлов)	$\sigma_x$	$1.761 \cdot 10^6$	30.0		15.01
			$\sigma_y$	$2.926 \cdot 10^6$			
3	Изгибающий	Облочечные СПКЭ	$\sigma_x$	$7.970 \cdot 10^5$	12.1	10.0	21.00

момент в штуцере в плоскости тройника		$\sigma_y$	$1.183 \cdot 10^6$	9.5	5.00
	Трехмерные ИПКЭ (16 узлов)	$\sigma_x$	$7.888 \cdot 10^5$		
		$\sigma_y$	$9.273 \cdot 10^5$		
	Трехмерные ИПКЭ (20 узлов)	$\sigma_x$	$6.381 \cdot 10^5$	7.9	21.00
		$\sigma_y$	$7.674 \cdot 10^5$		

"Жесткие" краевые условия					Коэффициенты концентрации напряжений		
№	Нагружающий фактор	Тип КЭ		Максимальные напряжения, МПа	АСТРА-СТАДИО	Эксперимент [1]	δ, %
	$\sigma_y$	327.7	-				
	Трехмерные ИПКЭ (16 узлов)	$\sigma_x$	445.8	-			
		$\sigma_y$	344.8	-			
	Трехмерные ИПКЭ (20 узлов)	$\sigma_x$	409.2	-			
		$\sigma_y$	340.3	-			
2	Изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника	Облочечные СПКЭ	$\sigma_x$	$2.104 \cdot 10^6$	47.4	35.3	34.28
			$\sigma_y$	$4.626 \cdot 10^6$			
		Трехмерные ИПКЭ (16 узлов)	$\sigma_x$	$2.430 \cdot 10^6$	34.8		1.42
			$\sigma_y$	$3.394 \cdot 10^6$			
		Трехмерные ИПКЭ (20 узлов)	$\sigma_x$	$1.759 \cdot 10^6$	29.8		15.58
			$\sigma_y$	$2.911 \cdot 10^6$			
3	Изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника	Облочечные СПКЭ	$\sigma_x$	$7.550 \cdot 10^5$	12.2	10.0	22.00
			$\sigma_y$	$1.189 \cdot 10^6$			
		Трехмерные ИПКЭ (16 узлов)	$\sigma_x$	$7.868 \cdot 10^5$	9.5		5.00
			$\sigma_y$	$9.235 \cdot 10^5$			
		Трехмерные ИПКЭ (20 узлов)	$\sigma_x$	$6.368 \cdot 10^5$	7.8		22.00
			$\sigma_y$	$7.643 \cdot 10^5$			

## Расчетные максимальные напряжения при различных способах приведения в узлы, МПа

"Мягкие" краевые условия												
	Внутреннее давление				Изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника				Изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника			
	ИПКЭ 16		ИПКЭ 20		ИПКЭ 16		ИПКЭ 20		ИПКЭ 16		ИПКЭ 20	
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$
С весами по точкам интегрирования без осреднения	440.6	362.9	399.0	344.6	2.479·10 <sup>6</sup>	3.545·10 <sup>6</sup>	1.761·10 <sup>6</sup>	2.926·10 <sup>6</sup>	8.162·10 <sup>5</sup>	9.709·10 <sup>5</sup>	6.381·10 <sup>5</sup>	7.674·10 <sup>5</sup>
С весами по точкам интегрирования с осреднением	424.9	334.5	399.0	337.9	2.437·10 <sup>6</sup>	3.412·10 <sup>6</sup>	1.761·10 <sup>6</sup>	2.926·10 <sup>6</sup>	7.888·10 <sup>5</sup>	9.273·10 <sup>5</sup>	6.381·10 <sup>5</sup>	7.674·10 <sup>5</sup>
Макс. по модуль значение в КЭ без осреднения	457.3	393.5	464.3	403.9	2.565·10 <sup>6</sup>	3.738·10 <sup>6</sup>	2.323·10 <sup>6</sup>	4.208·10 <sup>6</sup>	8.493·10 <sup>5</sup>	1.021·10 <sup>6</sup>	8.111·10 <sup>5</sup>	1.134·10 <sup>6</sup>
По ближайшей точке интегрирования без осреднения	457.3	393.5	464.3	403.9	2.565·10 <sup>6</sup>	3.738·10 <sup>6</sup>	2.323·10 <sup>6</sup>	4.208·10 <sup>6</sup>	8.493·10 <sup>5</sup>	1.021·10 <sup>6</sup>	8.111·10 <sup>5</sup>	1.134·10 <sup>6</sup>
По ближайшей точке интегрирования с осреднением	457.3	393.5	455.0	386.1	2.538·10 <sup>6</sup>	3.707·10 <sup>6</sup>	2.323·10 <sup>6</sup>	4.184·10 <sup>6</sup>	8.471·10 <sup>5</sup>	1.021·10 <sup>6</sup>	8.099·10 <sup>5</sup>	1.127·10 <sup>6</sup>
Максимум по точкам интегрирования	457.3	393.5	464.3	403.9	2.565·10 <sup>6</sup>	3.738·10 <sup>6</sup>	2.323·10 <sup>6</sup>	4.208·10 <sup>6</sup>	8.493·10 <sup>5</sup>	1.021·10 <sup>6</sup>	8.111·10 <sup>5</sup>	1.134·10 <sup>6</sup>

"Жесткие" краевые условия												
	Внутреннее давление				Изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника				Изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника			
	ИПКЭ 16		ИПКЭ 20		ИПКЭ 16		ИПКЭ 20		ИПКЭ 16		ИПКЭ 20	
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$
С весами по точкам интегрирования без осреднения	462.5	375.2	409.2	348.8	2.473·10 <sup>6</sup>	3.526·10 <sup>6</sup>	1.759·10 <sup>6</sup>	2.911·10 <sup>6</sup>	8.139·10 <sup>5</sup>	9.673·10 <sup>5</sup>	6.368·10 <sup>5</sup>	7.643·10 <sup>5</sup>
С весами по точкам интегрирования с осреднением	445.8	344.8	409.2	340.3	2.430·10 <sup>6</sup>	3.394·10 <sup>6</sup>	1.759·10 <sup>6</sup>	2.911·10 <sup>6</sup>	7.868·10 <sup>5</sup>	9.235·10 <sup>5</sup>	6.368·10 <sup>5</sup>	7.643·10 <sup>5</sup>
Макс. по модуль значение в КЭ без осреднения	479.8	407.7	482.2	425.8	2.558·10 <sup>6</sup>	3.718·10 <sup>6</sup>	2.318·10 <sup>6</sup>	4.186·10 <sup>6</sup>	8.466·10 <sup>5</sup>	1.018·10 <sup>6</sup>	8.086·10 <sup>5</sup>	1.130·10 <sup>6</sup>
По ближайшей точке интегрирования без осреднения	479.8	407.7	482.2	425.8	2.558·10 <sup>6</sup>	3.718·10 <sup>6</sup>	2.318·10 <sup>6</sup>	4.186·10 <sup>6</sup>	8.466·10 <sup>5</sup>	1.018·10 <sup>6</sup>	8.086·10 <sup>5</sup>	1.130·10 <sup>6</sup>
По ближайшей точке интегрирования с осреднением	479.8	407.7	472.4	420.9	2.531·10 <sup>6</sup>	3.688·10 <sup>6</sup>	2.318·10 <sup>6</sup>	4.163·10 <sup>6</sup>	8.467·10 <sup>5</sup>	1.018·10 <sup>6</sup>	8.083·10 <sup>5</sup>	1.123·10 <sup>6</sup>
Максимум по точкам интегрирования	479.8	407.7	482.2	425.8	2.558·10 <sup>6</sup>	3.718·10 <sup>6</sup>	2.318·10 <sup>6</sup>	4.186·10 <sup>6</sup>	8.466·10 <sup>5</sup>	1.018·10 <sup>6</sup>	8.086·10 <sup>5</sup>	1.130·10 <sup>6</sup>

### 31.5 Литература

1. Gwalthey R.C., Corum J.V., Bolt J.W. Experimental stress analysis of cylinder-to cylinder shell models and comparisons with theoretical predictions, Trans. Of ASME, J.Press. Vess. Techn., 1976, II.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М. Мир, 1975, 539 с.

**Пример 32. Уточненный расчет криволинейной трубы с примыкающими прямыми участками (гиба) на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО)**

<b>Источник(и)</b>	1. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок (ПНАЭ Г-7-002-86)/ Госатомэнергонадзор СССР. – М.: Энергоатомиздат, 1989. 2. РТМ 108.020.01-75. Расчет трубопроводов атомных электростанций на прочность.
<b>Тип задачи</b>	Уточненный статический расчет НДС деталей
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	Оболочечные 8-ми узловые СПКЭ
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST29.ast</a>

**32.1 Постановка задачи**

Рассматривается криволинейный участок трубопровода с плавно сопряженными присоединенными прямыми трубами (гнутый отвод, см. рис. 32.1). Учитываются следующие типы нагрузок на отвод:

- изгибающий момент из плоскости;
- изгибающий момент в плоскости.

Требуется определить для каждого из указанных типов нагружения НДС, максимальные напряжения, коэффициенты интенсификации напряжений. Провести сравнение с данными, приведенными в РТМ 108.020.01-75 [1].

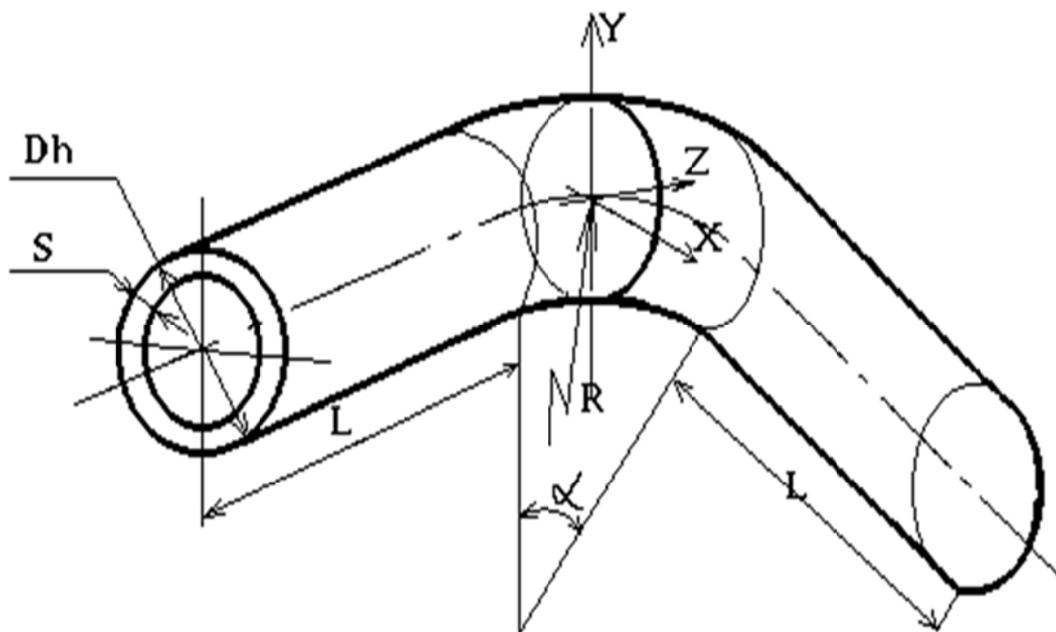


Рис. 32.1 Геометрические характеристикигиба

**32.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- наружный диаметр трубы  $D_h = 325$  мм;
- толщина стенки  $S = 10$  мм;

- длина прямого участка (примыкающая труба)  $L = 630\text{мм}$ ;
- радиус гиба  $R = 450\text{мм}$ ;
- угол раствора  $\alpha = 90^\circ$ .

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Параметры нагрузки*

- изгибающий момент из плоскости отвода  $M_y = 1 \text{ МН}\cdot\text{м}$ ;
- изгибающий момент в плоскости отвода  $M_x = 1 \text{ МН}\cdot\text{м}$ .

### 32.3 Расчетная модель

Используется оболочечная КЭ-модель (СПКЭ 2-го порядка точности), представленная на рис. 32.2.

Рассматривается 1/4 часть отвода (рис. 32.3), ставятся граничные условия симметрии или антисимметрии в зависимости от типа воздействия.

Параметры конечноэлементной модели расчётного фрагмента выбираются, исходя из требуемой точности представления торцевых нагрузок и интенсификации напряжений:

- число КЭ на полуокружности сечения – 24;
- размер слоя элементов у линии сопряжения прямолинейного и криволинейного участков:  $0.1\sqrt{rs}$ , где  $r = D_h/2$  – радиус трубы;
- коэффициент сгущения 1.2 (отношение размера двух смежных слоев конечных элементов в зоне сгущения сетки).

Размерность задачи составила 1032 элемента и 3231 узлов

Применяются два варианта моделирования кромок в зоне приложения сосредоточенной статической нагрузки:

- “мягкие” (материал однородный по всей детали);
- “жесткие” (жесткость материала для пограничного слоя элементов берется в 10 раз большей, чем для остальной части детали).

спкэ

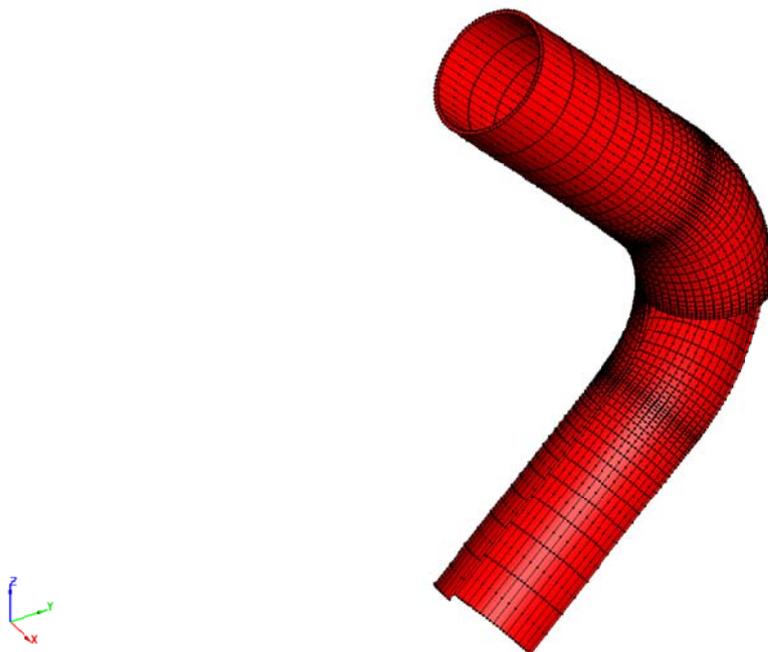


Рис. 32.2 Расчетная оболочечная КЭ-модель (АСТРА-СТАДИО)

спкэ

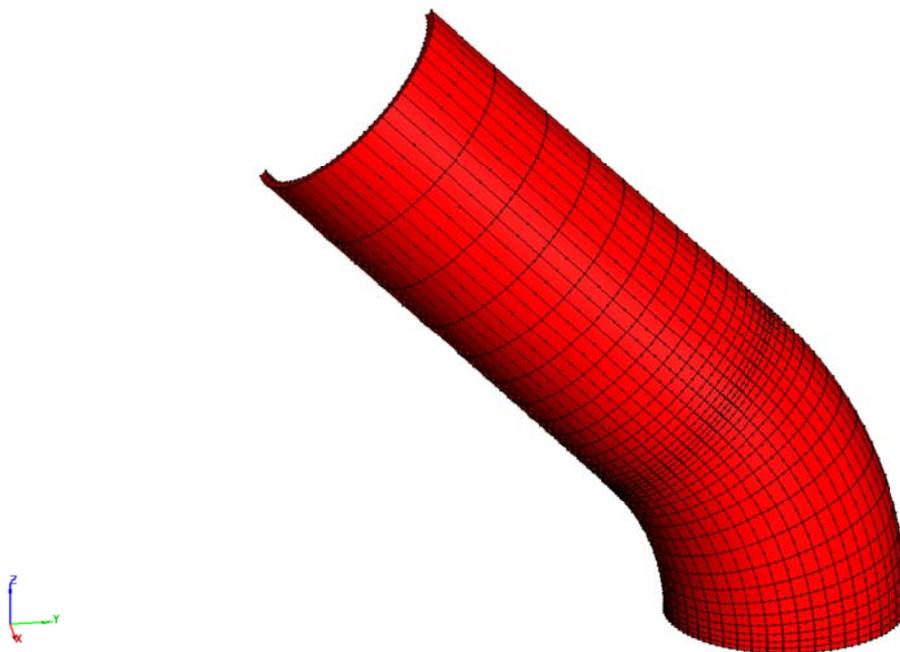
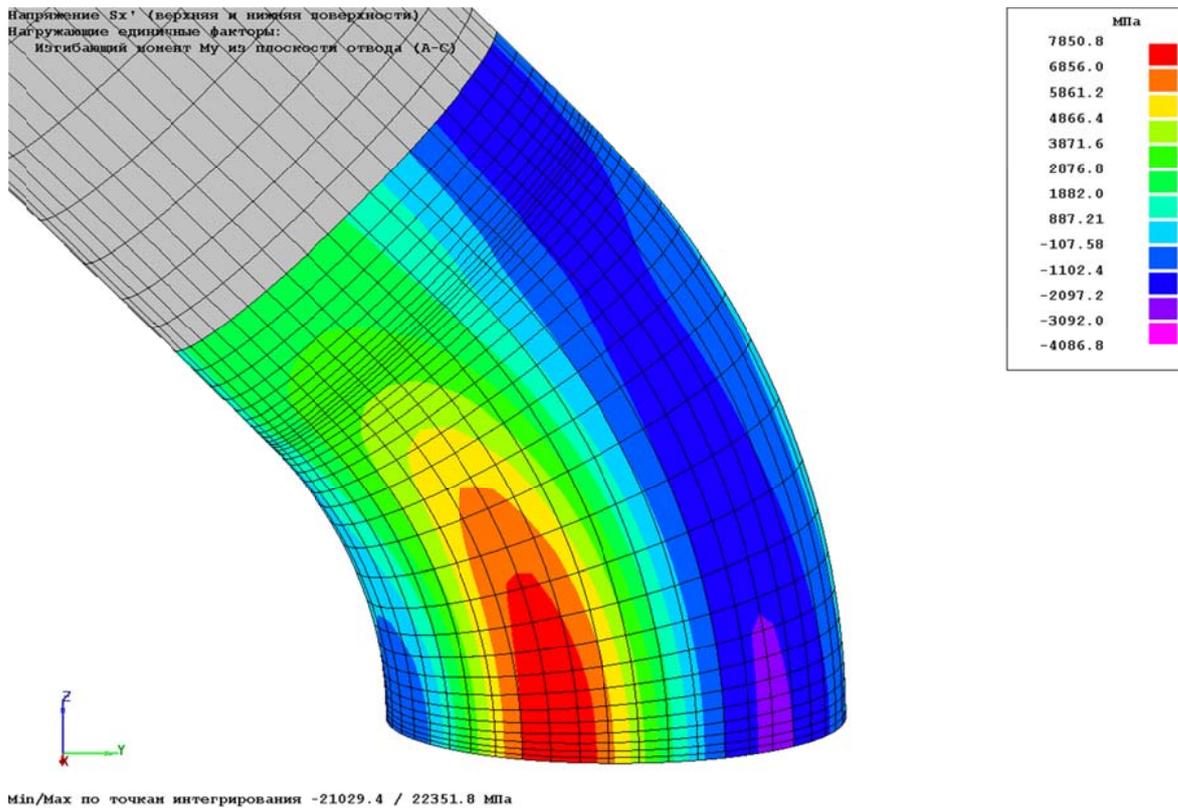


Рис. 32.3 Фрагмент КЭ-модели (1/4 часть)

### 32.4 Результаты

#### Наружная поверхность



#### Внутренняя поверхность

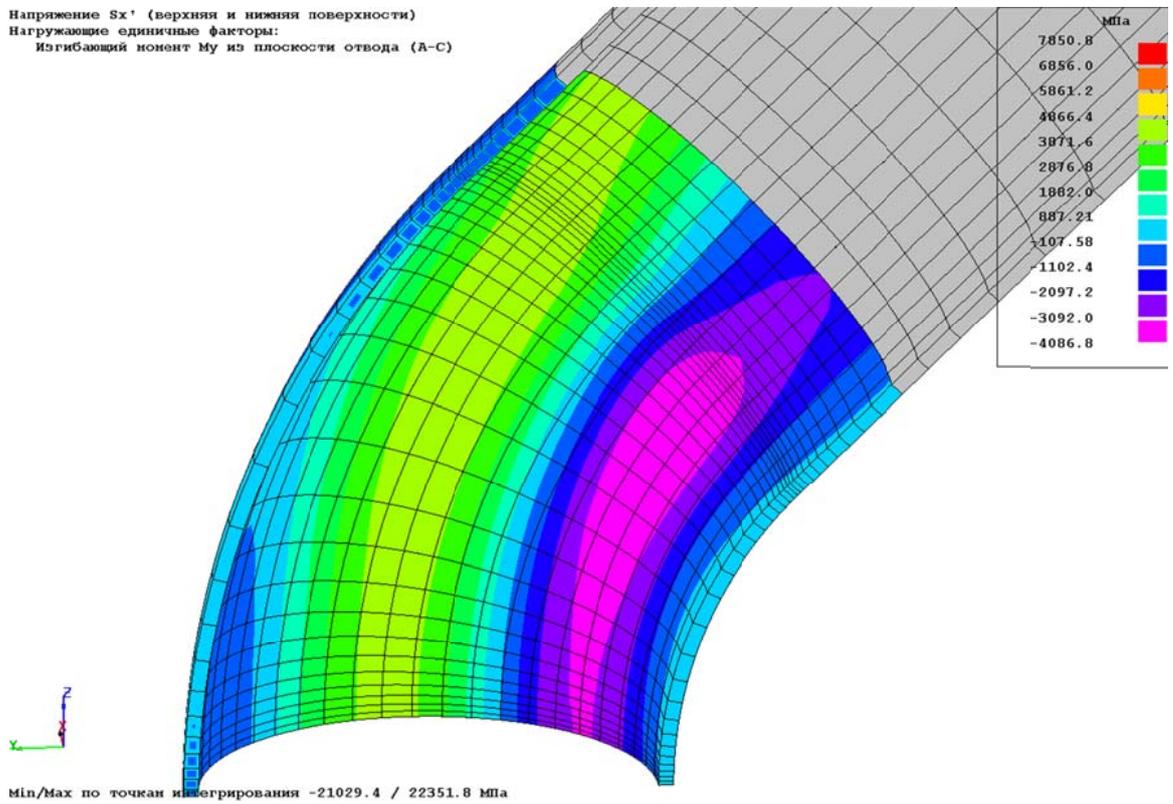
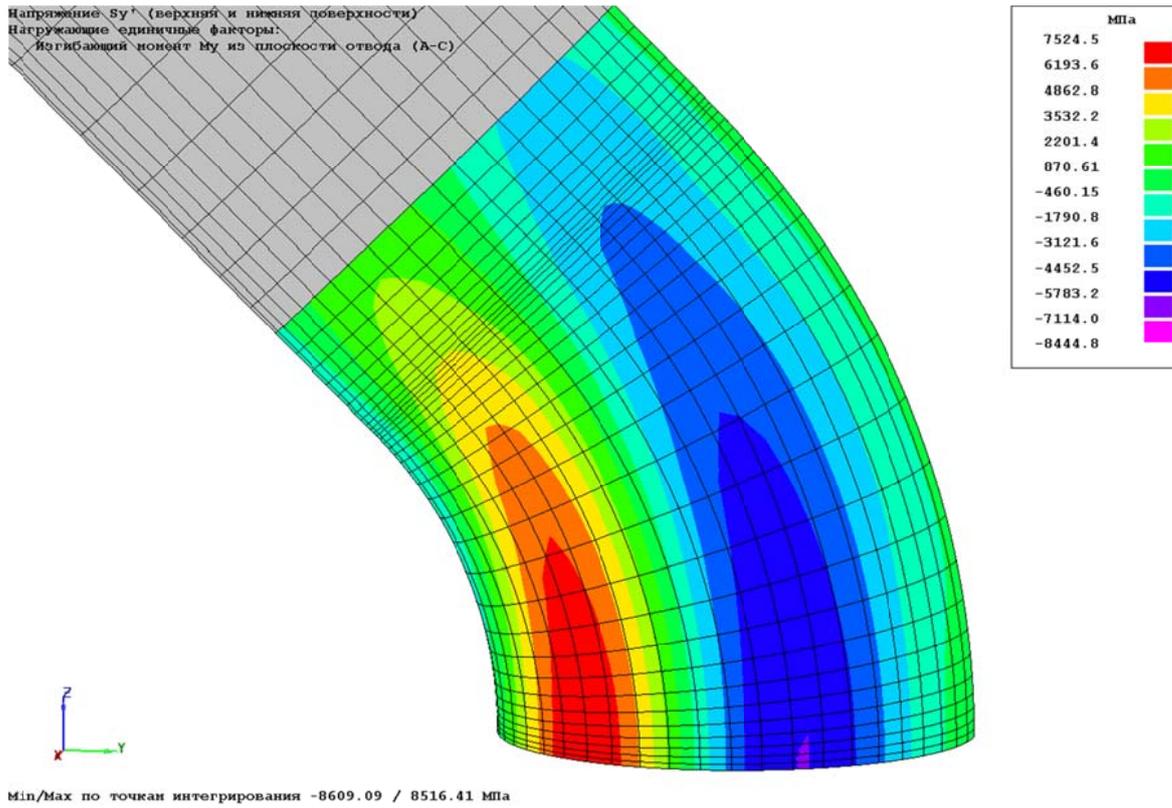


Рис. 32.4 Расчетные продольные напряжения ( $\sigma_x$ ) от действия изгибающего момента из плоскости отвода, МПа. Вариант "мягких" кромок

### Наружная поверхность



### Внутренняя поверхность

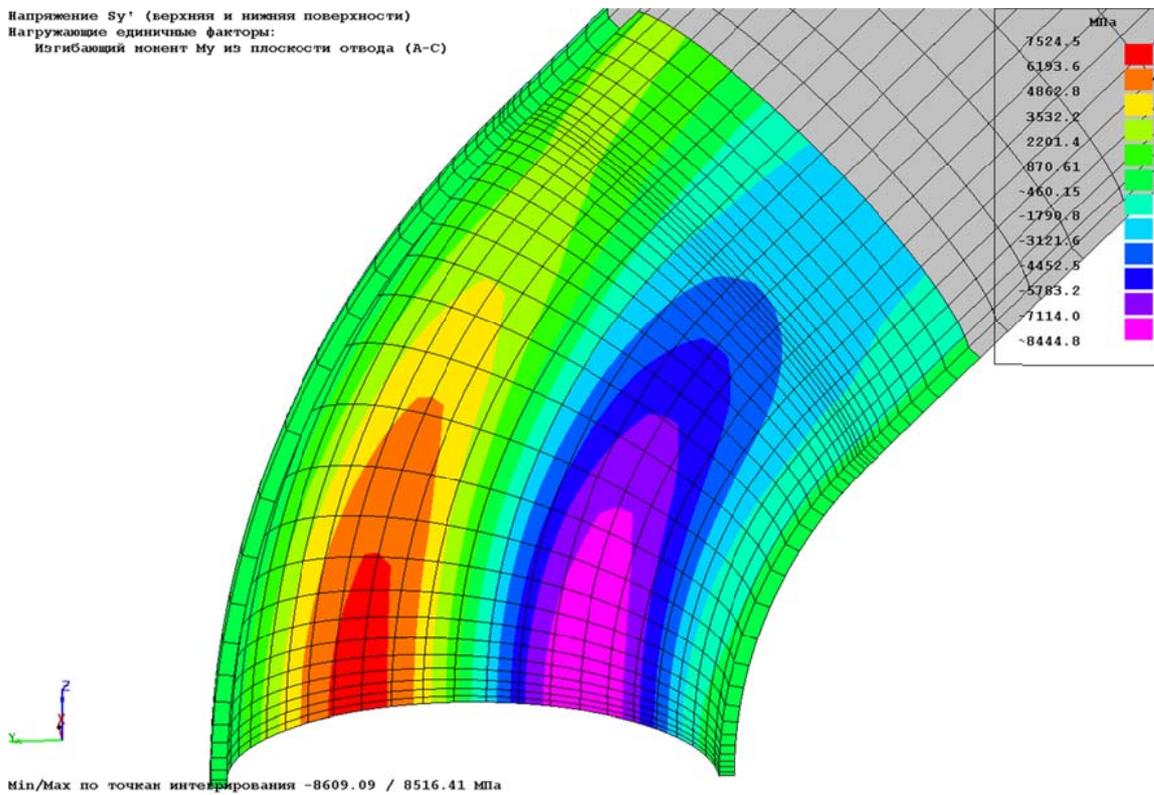
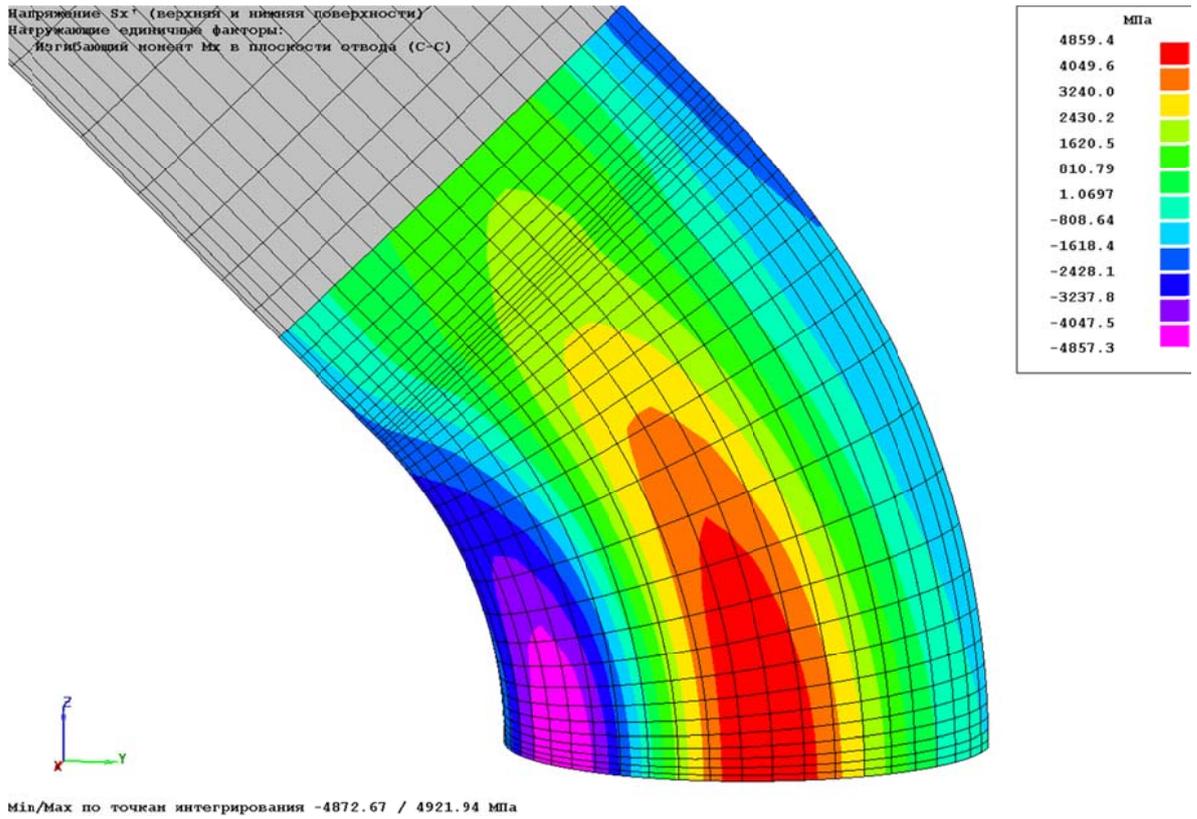


Рис. 32.5 Расчетные окружные напряжения ( $\sigma_y$ ) от действия изгибающего момента из плоскости отвода, МПа. Вариант «мягких» кромок

### Наружная поверхность



### Внутренняя поверхность

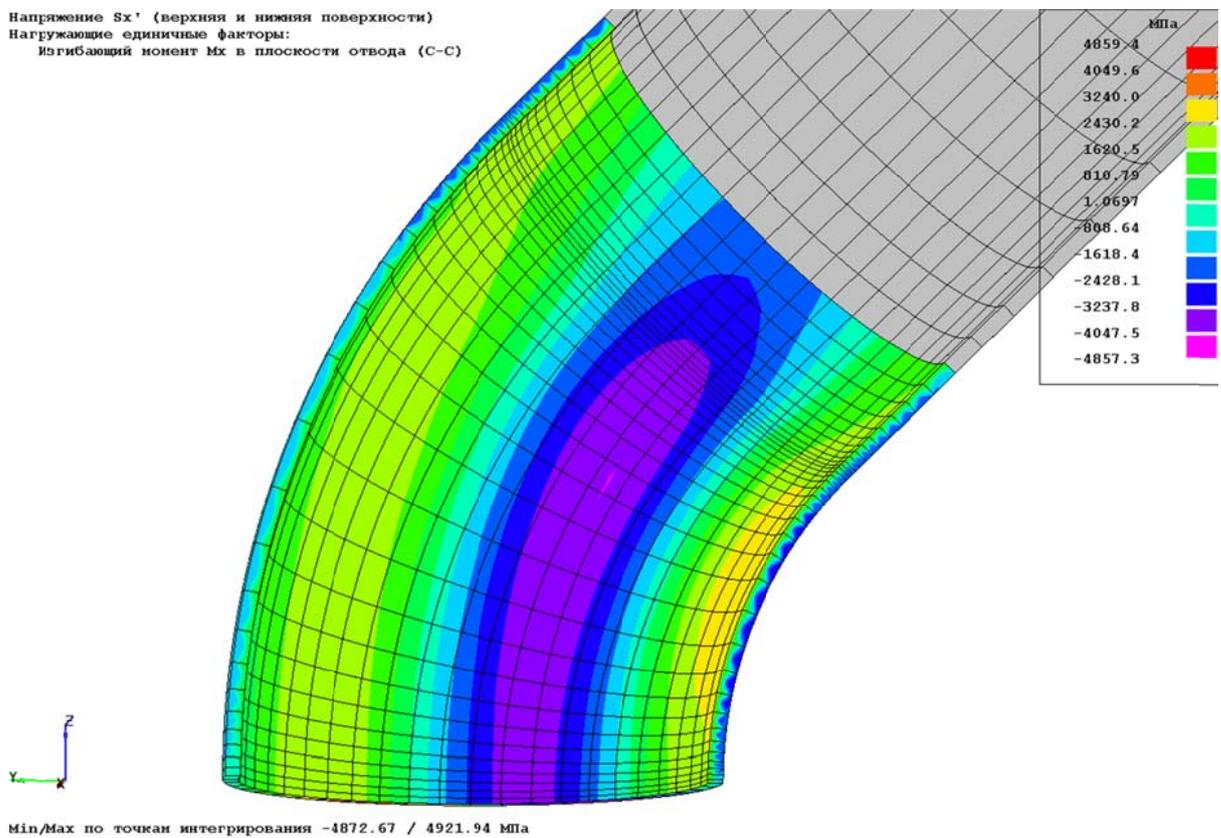
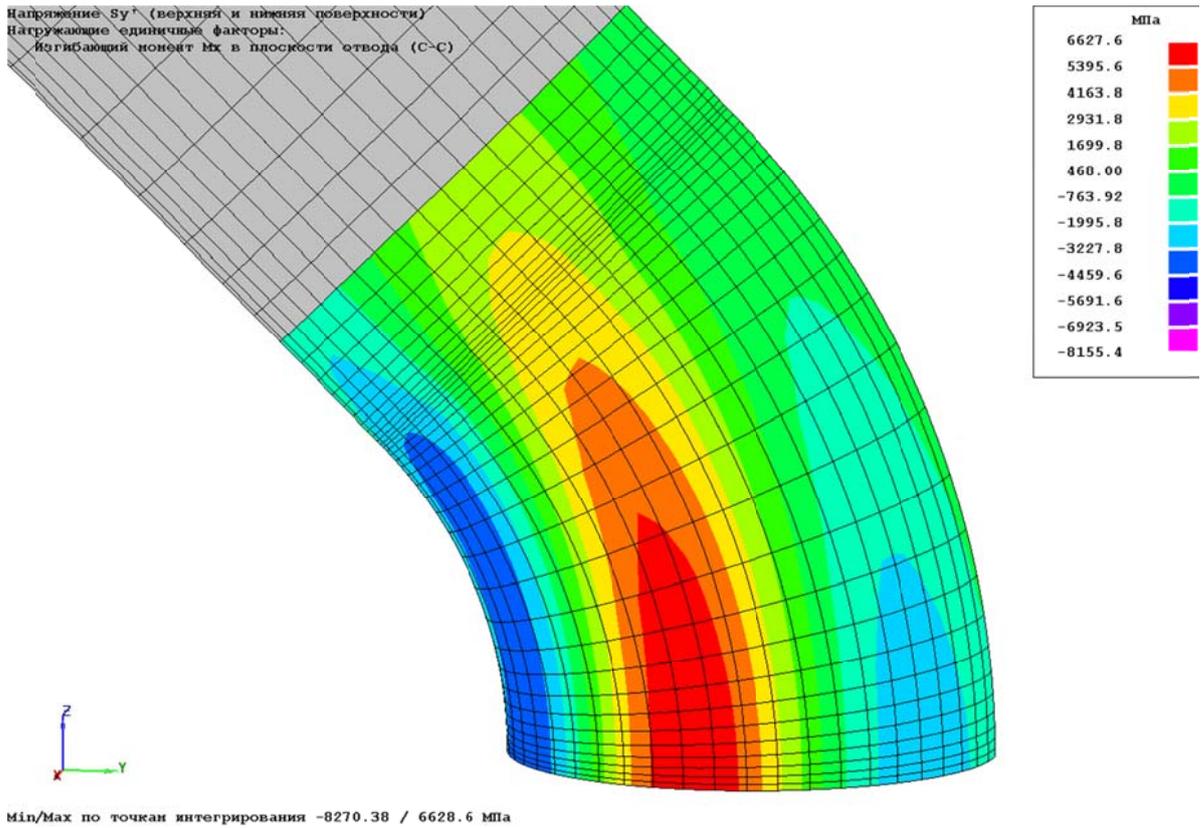


Рис. 32.6 Расчетные продольные напряжения ( $\sigma_x$ ) от действия изгибающего момента в плоскости отвода, МПа. Вариант «мягких» кромок

### Наружная поверхность



### Внутренняя поверхность

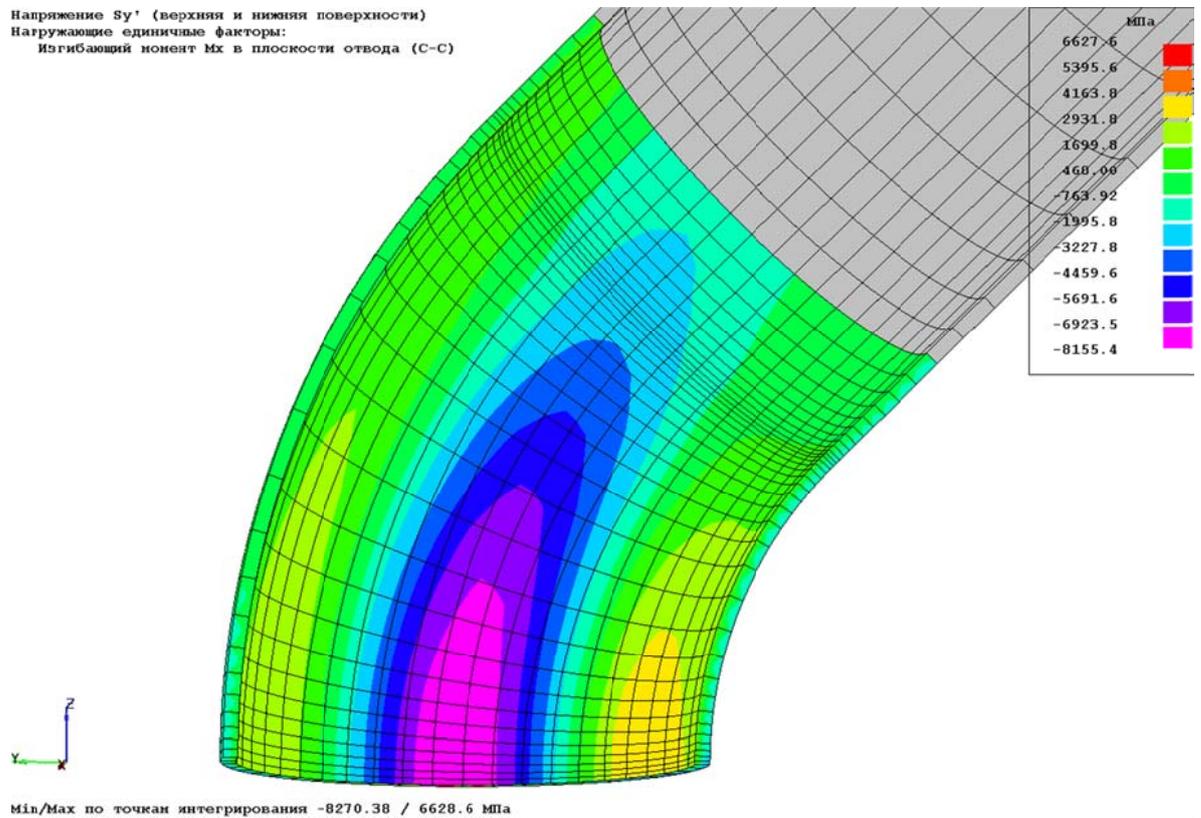


Рис. 32.7 Расчетные окружные напряжения ( $\sigma_y$ ) от действия изгибающего момента в плоскости отвода, МПа. Вариант "мягких" кромок

На рис. 32.4 – 32.7 показаны распределения расчетных продольных и окружных напряжений на наружной и внутренней поверхностях отвода для варианта “мягких” кромок. Напряжения приводятся к узлам суммированием с весами по точкам интегрирования, для набора элементов, включающих конкретный узел, берется среднее арифметическое значение напряжений.

На рис. 32.8 для сравнения приведены распределения напряжений от изгибающего момента в плоскости отвода при различных “альтернативных” вариантах приведения их в узлы:

- а – суммирование с весами по точкам интегрирования, осреднение;
- б – максимальные значения в КЭ с осреднением;
- в – максимальные значения в КЭ без осреднения;
- г – по ближайшей точке интегрирования без осреднения.

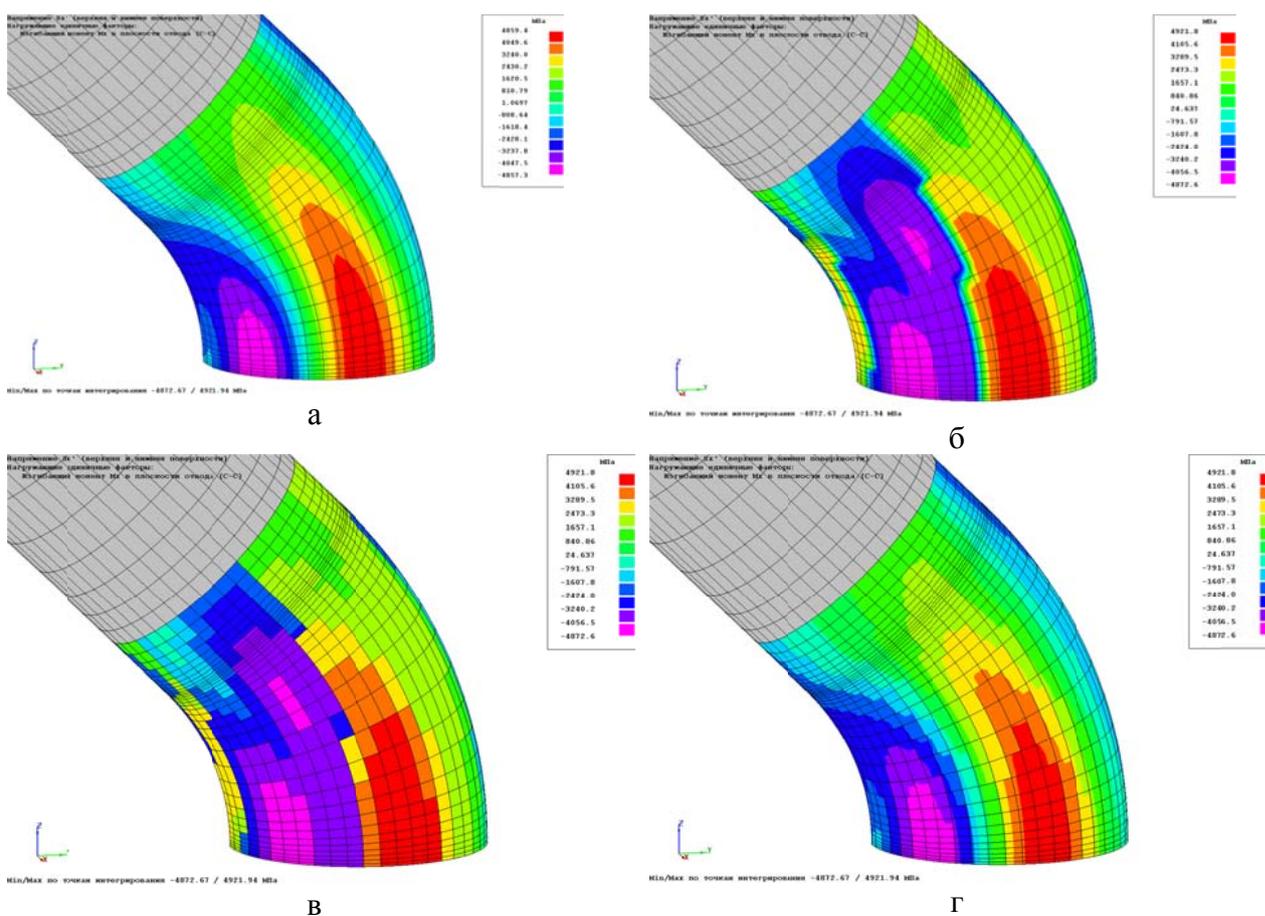


Рис. 32.8 Сопоставление различных способов приведения расчетных напряжений в узлы

В таблице 32.1 приведены максимальные (по модулю) продольные ( $\sigma_x$ ) и окружные ( $\sigma_y$ ) расчетные напряжения, полученные в ПК АСТРА-СВД по пространственной оболочечной модели отвода (гиба), для двух вариантов моделирования работы кромок при приложении к ним статической нагрузки (“мягкие”, “жесткие”).

Таблица 32.1

Нагружение	Тип моделирования кромок	Максимальные напряжения (по модулю), МПа	
		$\sigma_x$	$\sigma_y$
Изгибающий момент из плоскости отвода	“мягкие”	$\sigma_x$	7850.6
		$\sigma_y$	8443.8
	“жесткие”	$\sigma_x$	8324.5
		$\sigma_y$	9224.6
Изгибающий момент в плоскости отвода	“мягкие”	$\sigma_x$	4858.6
		$\sigma_y$	8155.3
	“жесткие”	$\sigma_x$	4764.1
		$\sigma_y$	7987.8

Сравнение коэффициентов интенсификации напряжений проведено для случая нагружения изгибающим моментом в плоскостигиба.

Коэффициент интенсификации напряжений (см. [1])

$$\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{ном}}$$

где:

$\sigma_{max}$  – максимальные напряжения в зоне резкого изменения геометрии;

$\sigma_{ном} = \frac{M}{W} = \frac{I}{7.61 \cdot 10^{-4}} = 1314.1$  МПа – номинальные напряжения для случая нагружения изгибающим моментом в плоскостигиба  $M_x$ ,

где

$$W = \frac{\pi S (D_h - s)^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0.01 \cdot (0.325 - 0.01)^2}{4} = 7.79 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

$W = \frac{\pi D_h^3 (1 - t^4)}{32} = \frac{3.142 \cdot 0.325^3 \cdot (1 - 0.938^4)}{32} = 7.61 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$  – момент сопротивления сечениягиба,

$$t = \frac{D_h - 2 \cdot S}{D_h} = \frac{0.325 - 2 \cdot 0.01}{0.325} = 0.938.$$

Сравнение коэффициентов интенсификации, полученных по ПК АСТРА-СВД и взятых из РТМ 108.020.01-75 [2], представлено в таблице 32.2.

Коэффициенты интенсификации напряжений для изгиба отвода в его плоскости

№ п/п	Коэффициент интенсификации	РТМ 108.020.01-75 [2]	АСТРА-СВД		$\delta$ , %
			тип кромок		
1	$\beta_m$	3.5	“мягкие”	3.7	5.71
			“жесткие”	3.6	2.86
2	$\gamma_m$	5.5	“мягкие”	6.2	12.73
			“жесткие”	6.1	10.91

Отличие в значениях коэффициентов до 13% связано, прежде всего, с точным учётом (по АСТРА-СВД) влияния присоединённых прямых труб для отвода.

### 32.5 Литература

1. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок (ПНАЭ Г-7-002-86) Госатомэнергонадзор СССР. – М.: Энергоатомиздат, 1989.
2. РТМ 108.020.01-75. Расчет трубопроводов атомных электростанций на прочность.

### Пример 33. Уточненный расчет конического перехода на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО)

Источник(и)	1. ANSYS 11. Verification manual. 2007.
Тип задачи	Уточненный статический расчет НДС деталей
Тип(ы) верифицируемых элементов (КЭ)	Оболочечные 8-ми узловые СПКЭ
Входной файл	<a href="#">TEST30.ast</a>

#### 33.1 Постановка задачи

Рассматривается конический переходник трубопровода (рис. 11.1). Учитываются следующие типы нагрузок:

- внутреннее давление;
- изгибающий момент.

Требуется по уточненной методике метода конечных элементов получить напряженно-деформированное состояние в переходнике для каждого из указанных типов нагружения в отдельности.

Верификация результатов заключается в сравнении таковых с соответствующими решениями по аттестованному ПК ANSYS[1].

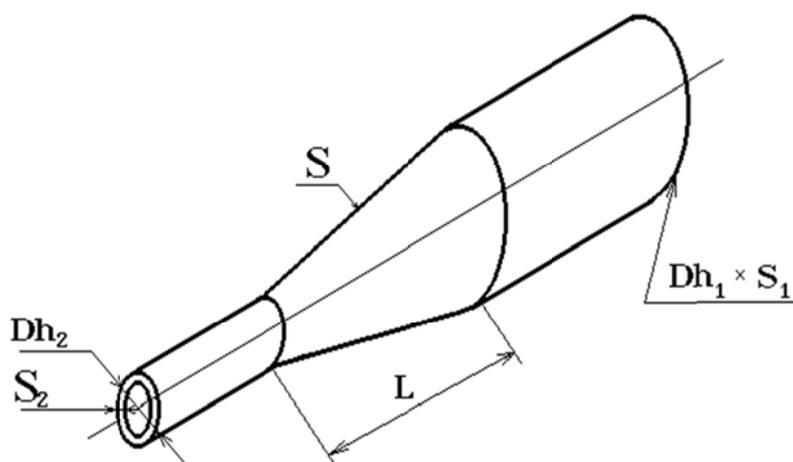


Рис. 33.1 Геометрические характеристики переходника

#### 33.2 Исходные данные

##### Геометрические характеристики

- наружные диаметры труб:  $D_{h1} = 325$  мм,  $D_{h2} = 219$  мм;
- толщины стенок труб  $S_1 = 10$  мм,  $S_2 = 10$  мм;
- длина переходного участка  $L = 180$  мм.

##### Физико-механические характеристики

- модуль упругости  $E = 2.05 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- плотность материала  $\rho = 7.8$  т/м<sup>3</sup>.

##### Параметры нагрузки

- внутреннее давление  $p = 1$  МПа;
- изгибающий момент  $M = 1$  МН·м.

### 33.3 Расчетная модель

В силу симметрии рассматривается 1/4 часть переходника (рис. 33.2, на рис 33.3 показана полная модель) с наложением соответствующих граничных условий симметрии (антисимметрии). Расчетная область разбивалась на оболочечные суперпараметрические конечные элементы, реализующие гипотезы Тимошенко, со сгущением в зонах резкого изменения геометрии (рис. 33.4).

Размерность задачи составила 1008 элементов и 3217 узлов.

Параметры конечноэлементной модели расчётного фрагмента переходника выбирались, исходя из требований точности определения местных напряжений в зоне концентрации:

- число КЭ на полуокружности сечения – 12;
- размер слоя элементов, примыкающего к линии стыковки магистрали и штуцера:  $0.1\sqrt{rs}$ , где  $r$  – радиус трубы;
- коэффициент сгущения 1.1 (отношение продольных размеров двух смежных слоев конечных элементов в зоне сгущения сетки).

Жесткость материала принималась одинаковой по всему объему переходника.

спкэ

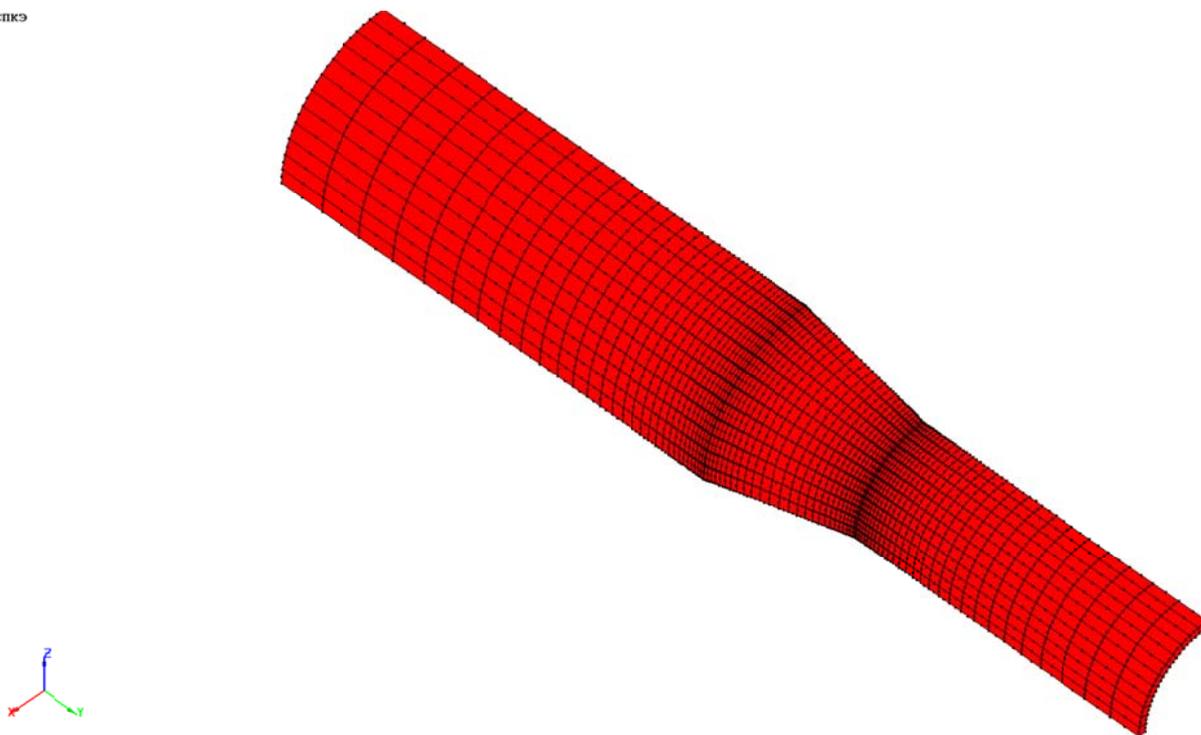


Рис. 33.2 Расчетная КЭ-модель конического переходника(1/4 часть)

спкэ

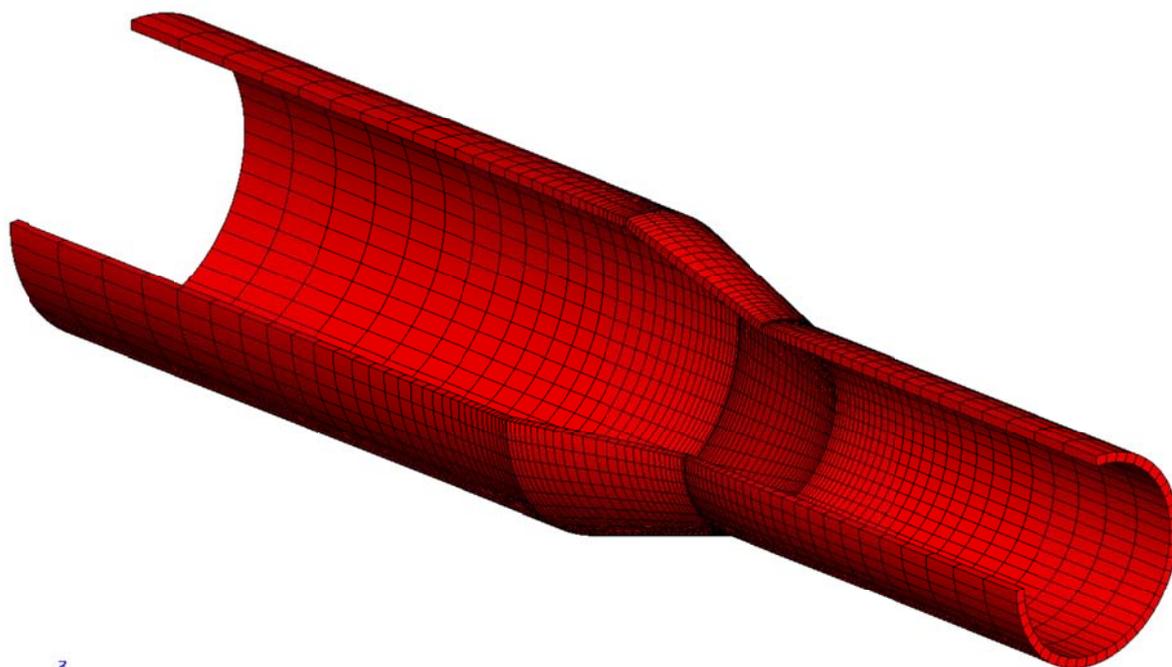


Рис. 33.3 Расчетная КЭ-модель конического переходника

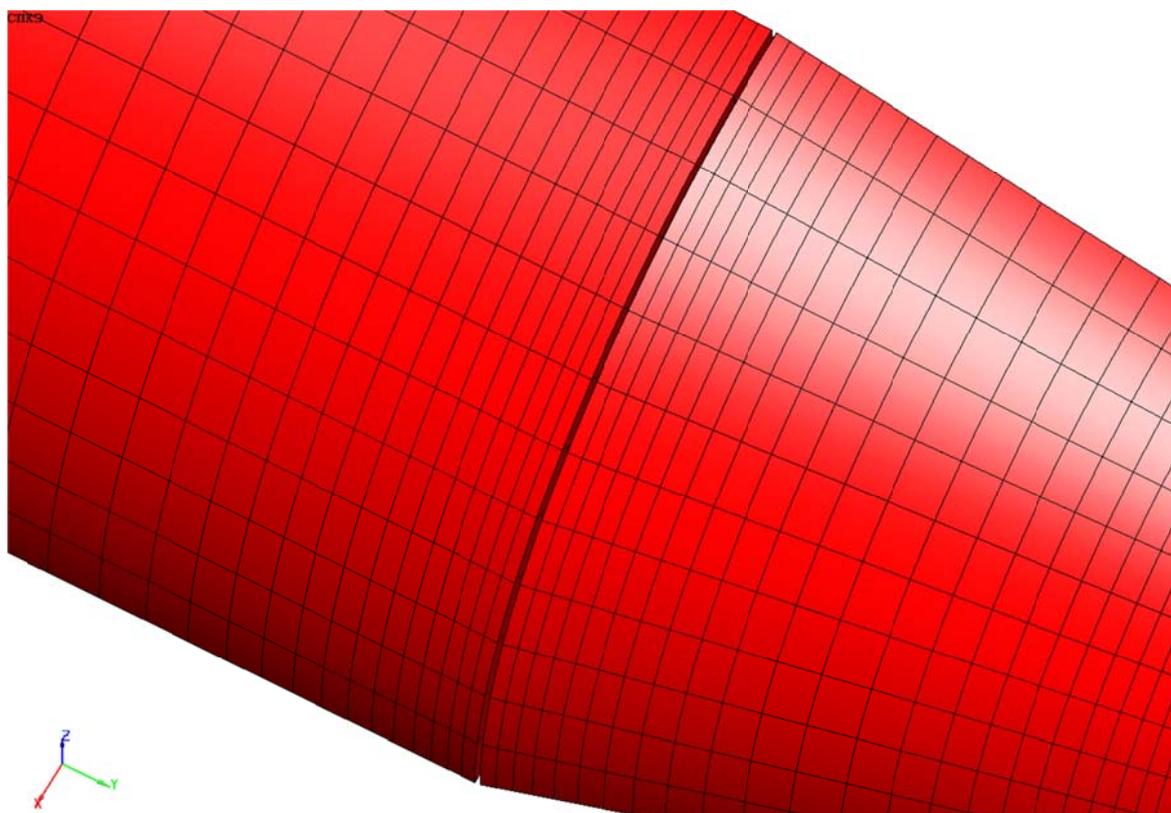
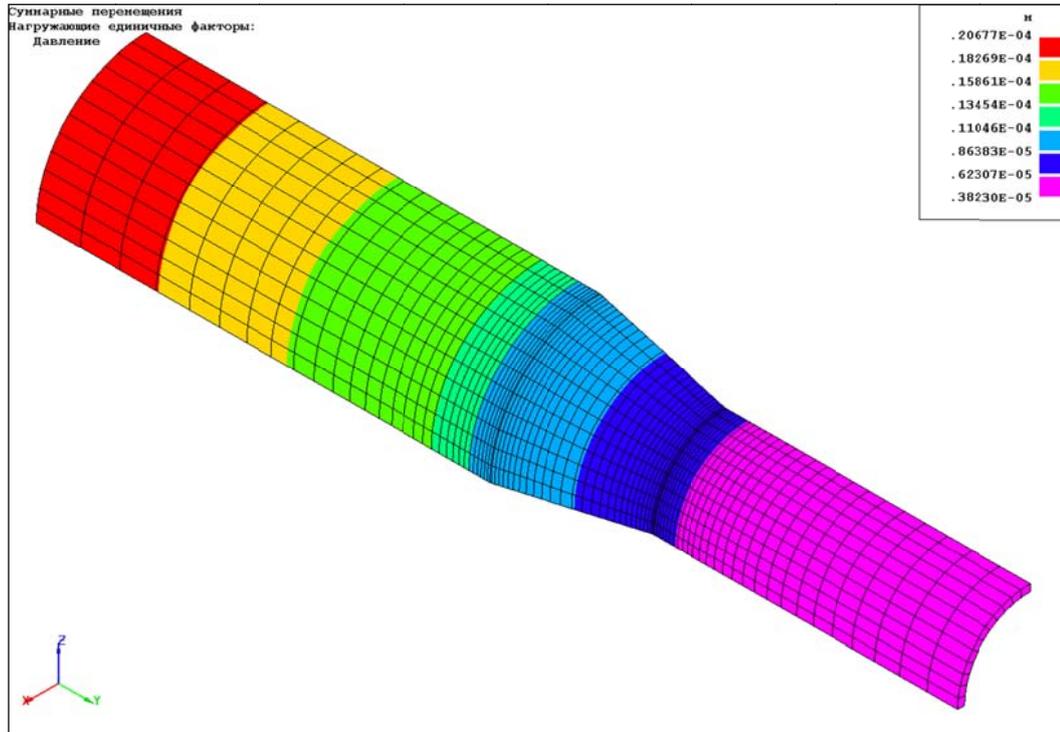


Рис. 33.4. Зона сгущения сетки

### 33.4 Результаты

#### АСТРА-СТАДИО



#### ANSYS

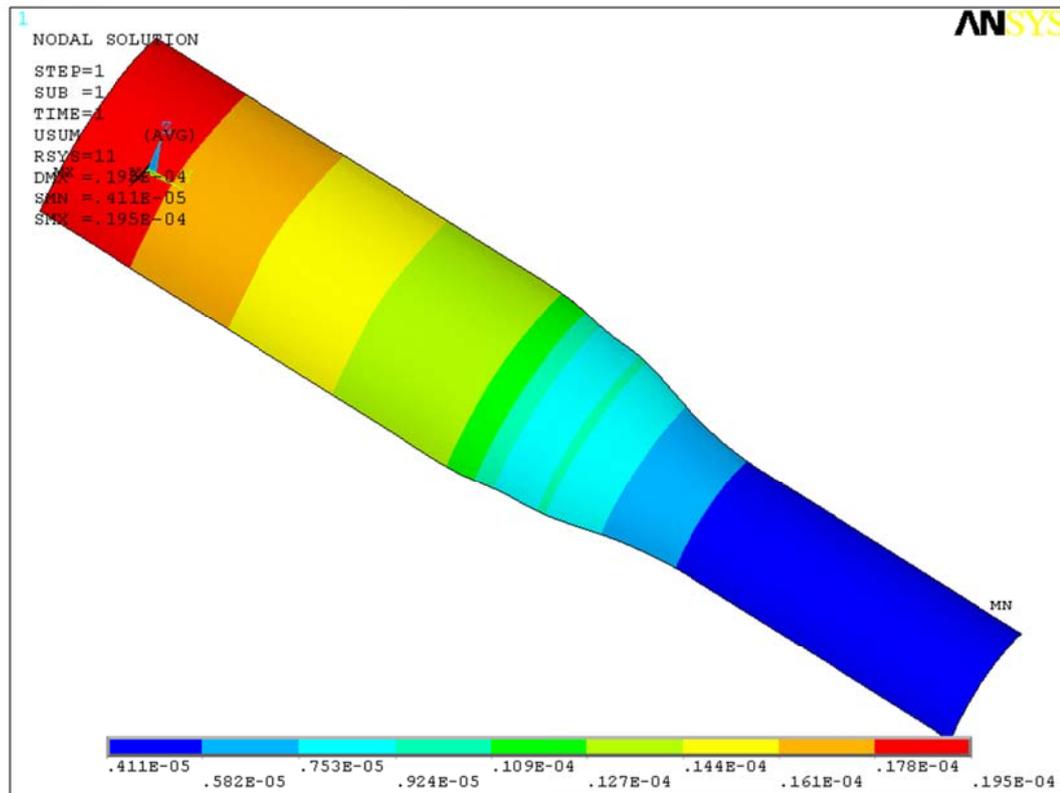
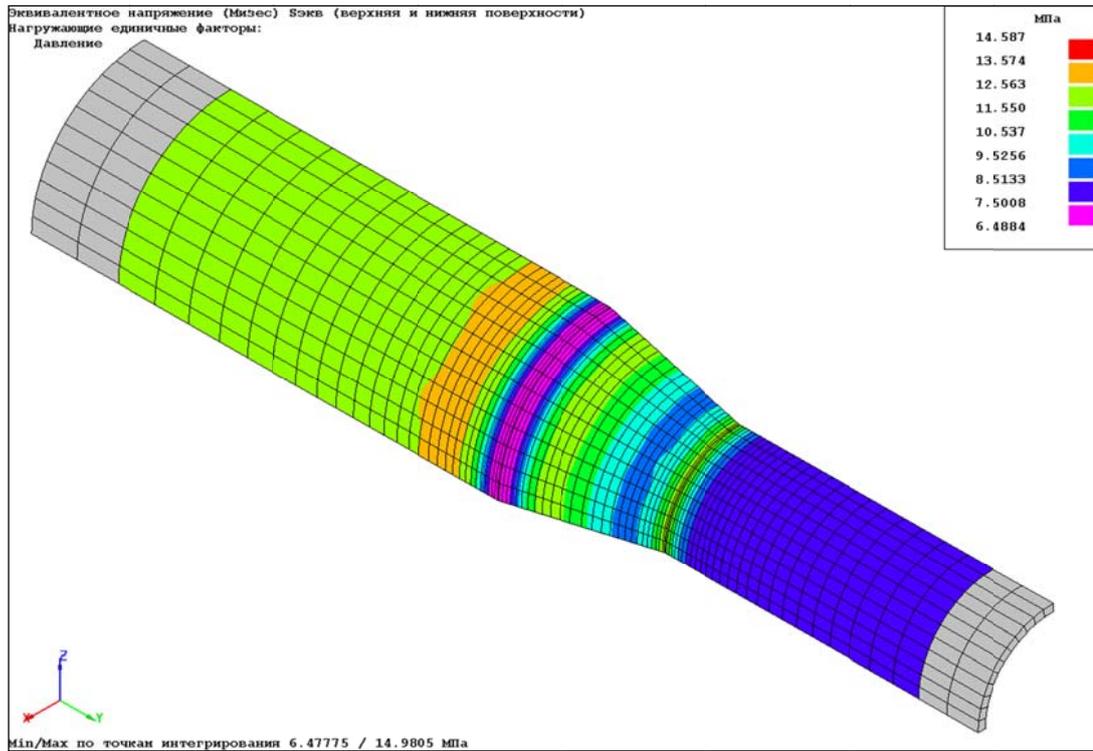


Рис. 33.5 Расчетные перемещения от действия "единичного" внутреннего давления (м)

АСТРА-СТАДИО



ANSYS

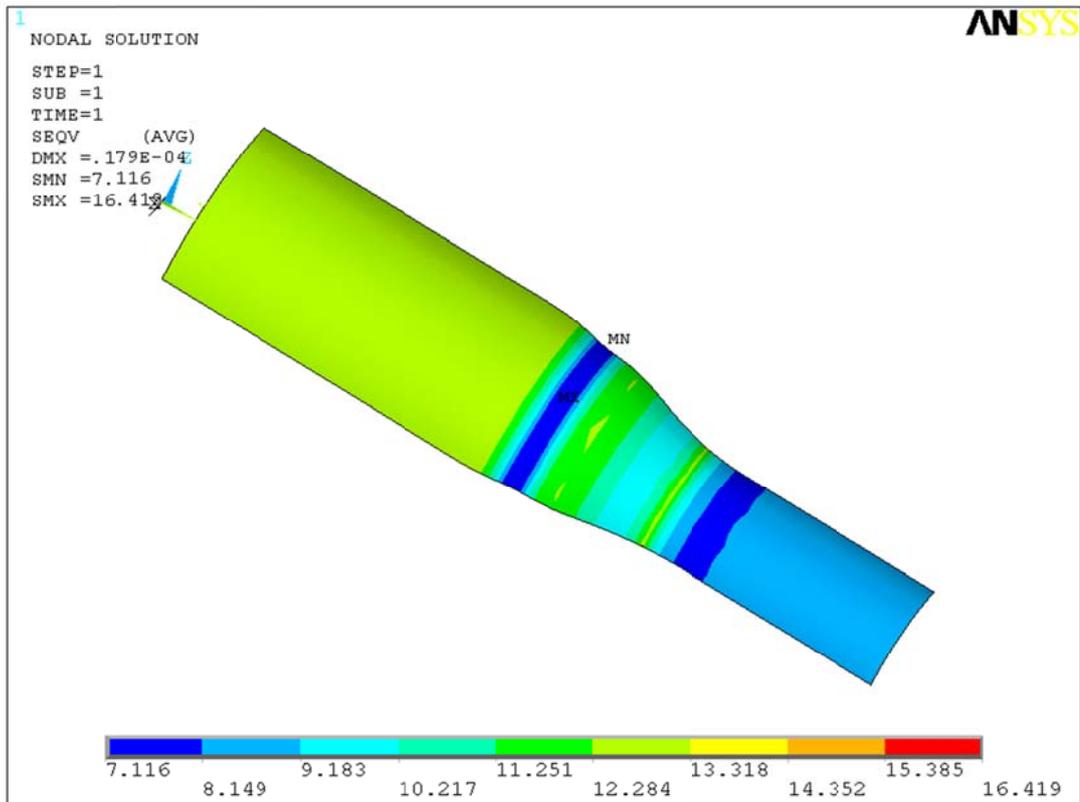
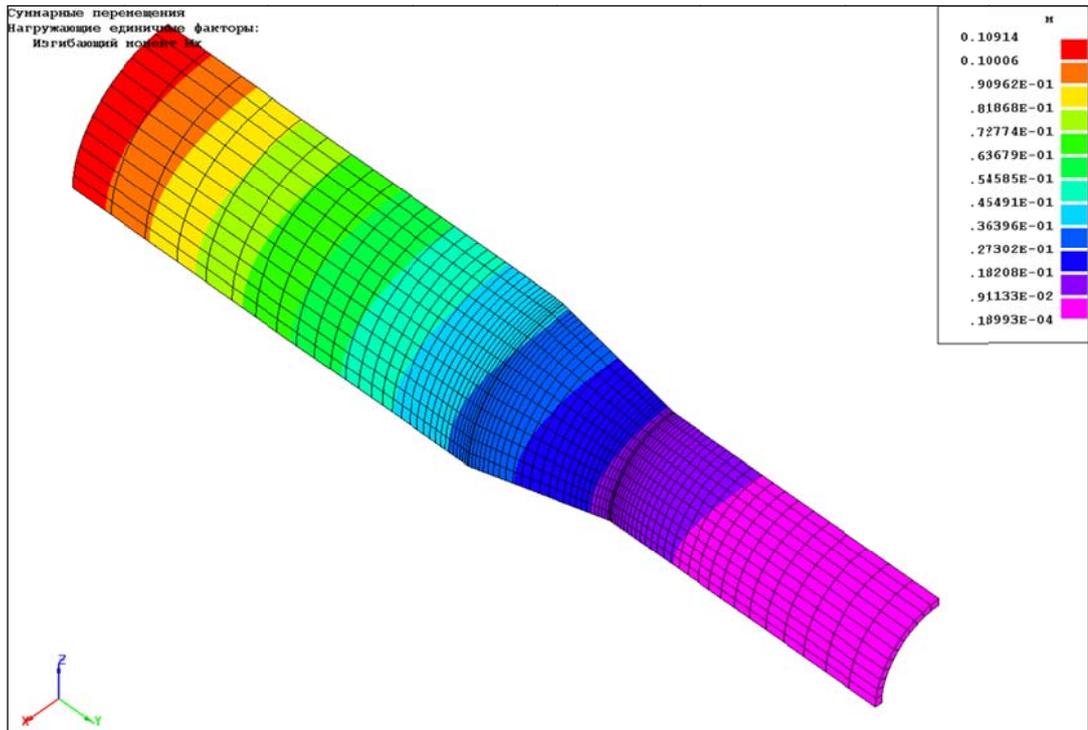


Рис. 33.6 Расчетные эквивалентные напряжения (критерий Мизеса) на внешней поверхности, МПа. Силовой фактор – внутреннее давление

АСТРА-СТАДИО



ANSYS

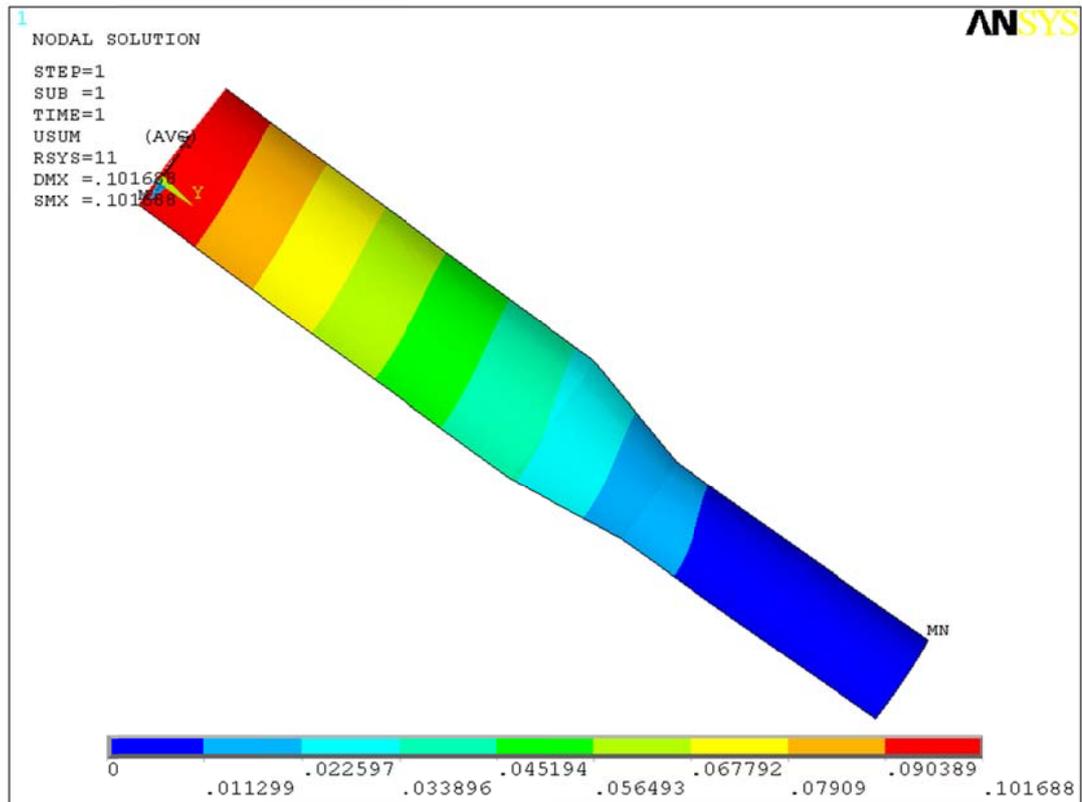
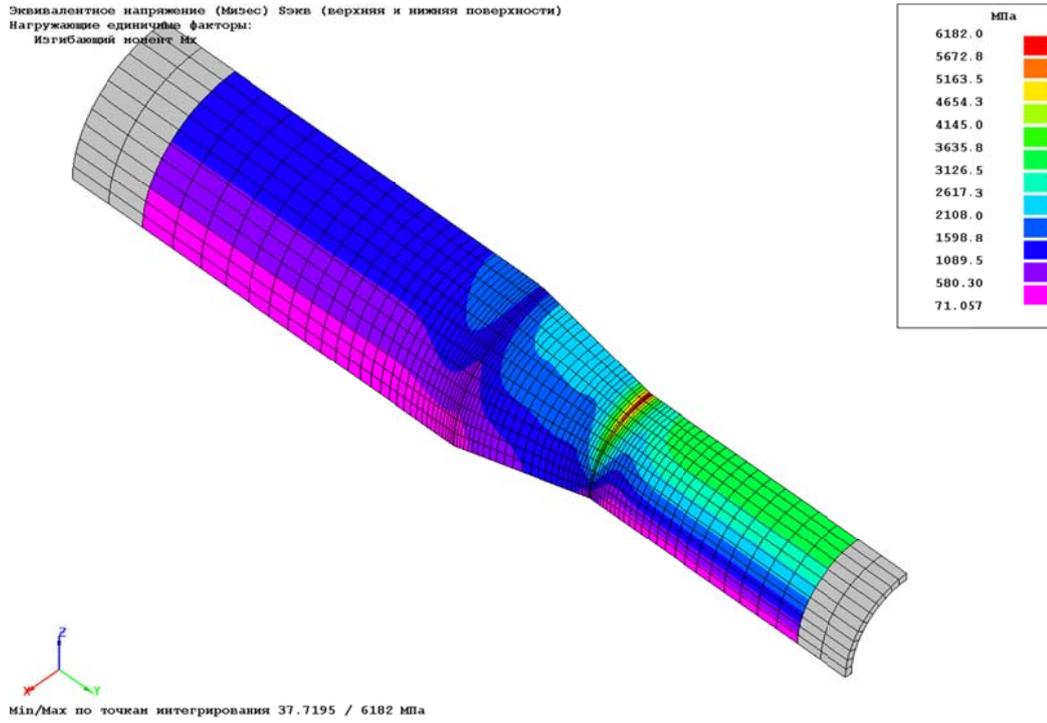


Рис. 33.7 Расчетные перемещения от действия изгибающего момента (м)

АСТРА-СТАДИО



ANSYS

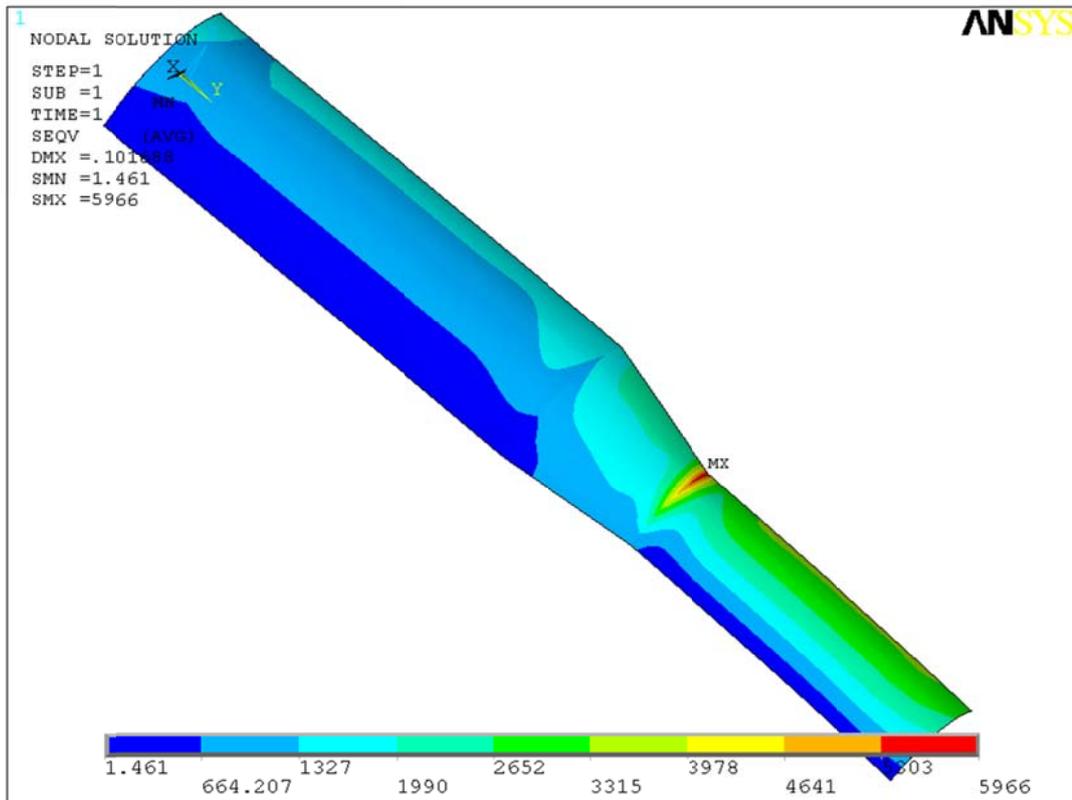


Рис. 33.8 Расчетные эквивалентные напряжения (критерий Мизеса), МПа.

Силовой фактор – изгибающий момент

На рис. 33.5 – 33.8 и в таблице 33.1 представлены и сопоставляются результаты (расчетные перемещения, эквивалентные по критерию Мизеса напряжения), полученные для рассматриваемого конического переходника в программных комплексах *АСТРА-СВД* (программный модуль АСТРА-СТАДИО) и ANSYS [1].

Таблица 33.1

Максимальные расчетные эквивалентные напряжения, МПа

	<b>АСТРА-СВД</b>	<b>ANSYS</b>	<b>δ, %</b>
Давление	<b>14.6</b>	16.4	11.00
Изгибающий момент	<b>6182</b>	5966	3.62

Максимальное расхождение составило 11 %.

### 33.5 Литература

1. ANSYS 11. Verification manual. 2007.

### Пример 34. Расчёт толстостенной трубы на действие внутреннего давления (АСТРА-СТАДИО)

<b>Источник(и)</b>	–
<b>Тип задачи</b>	Уточненный статический расчет НДС деталей
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов (КЭ)</b>	Объёмные 20-ми узловые ИПКЭ
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST31a.ast</a>

#### 34.1 Постановка задачи

Рассматривается отрезок прямой толстостенной трубы (рис. 34.1) под действием внутреннего давления.

Требуется по уточненной методике метода конечных элементов получить напряженно-деформированное состояние в трубе для каждого варианта сочетания типов материала и нагружения (таблица 34.1).

Верификация результатов заключается в сравнении таковых с соответствующими решениями по аттестованному ПК ANSYS[1].

#### 34.2 Исходные данные

##### Геометрические характеристики

- наружный диаметр  $D = 95$  мм;
- толщина стенки  $S = 27,5$  мм.

##### Физико-механические характеристики

- модуль упругости  $E = 2,03e5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ ;
- предел текучести  $\sigma_p = 850$  МПа;
- тангенциальный модуль  $E_t = 5e4$  МПа.

##### Параметры нагрузки

- внутреннее давление  $p = 800$  МПа;
- напряжения на торцах для учета осевых сил от давления  $172,39$  МПа.

##### Граничные условия

- на одном из свободных торцов заданы пружины с жесткостью  $k = 0,001$  МН/м для линейных пружин,  $0,001$  МН·м/рад для угловых пружин.

Таблица 34.1

Рассмотренные варианты задачи

№	Модель материала	Нагрузка
1	линейно-упругий	исходная
2	без упрочнения	исходная
3	с изотропным упрочнением	исходная
4	с изотропным упрочнением	увеличена в 8 раз по сравнению с исходной

### 34.3 Расчетная модель

В силу симметрии рассматривается 1/4 часть трубы (рис. 34.1) с наложением соответствующих граничных условий симметрии (антисимметрии). Расчетная область разбивалась на 20-узловые объёмные изопараметрические конечные элементы, со сгущением сетки по толщине трубы к внутренней поверхности (рис. 34.2).

Размерность задачи составила 1750 элементов и 7772 узлов.

- число КЭ на четверти окружности сечения – 5;
- число КЭ по толщине стенки – 15;

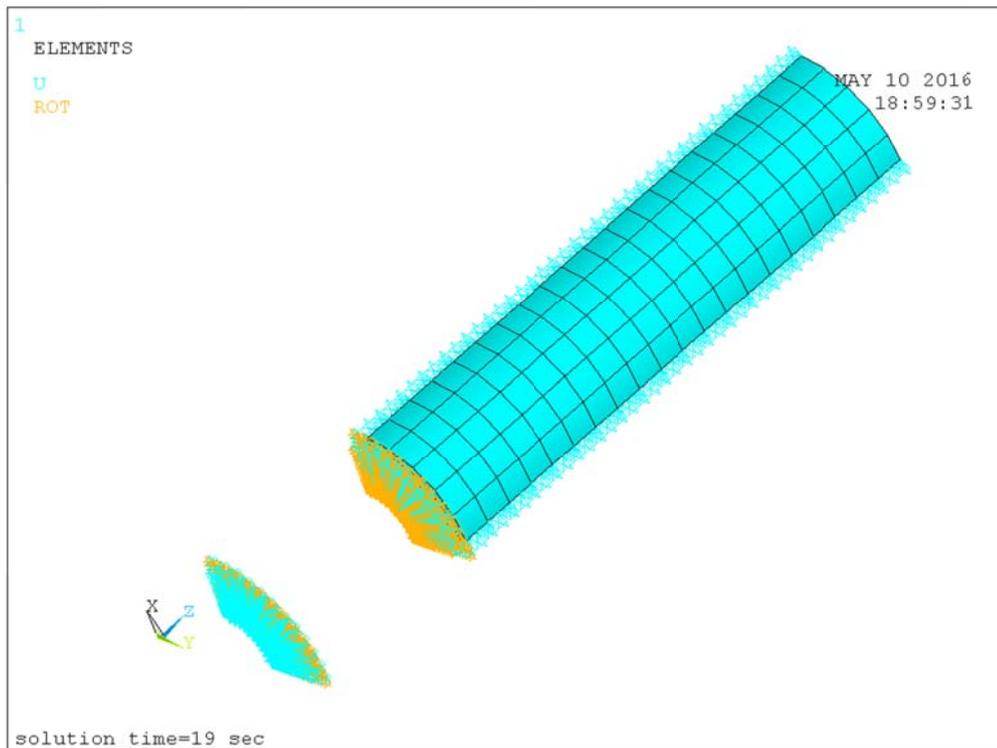


Рис. 34.1 Расчётная КЭ-модель трубы. Общий вид

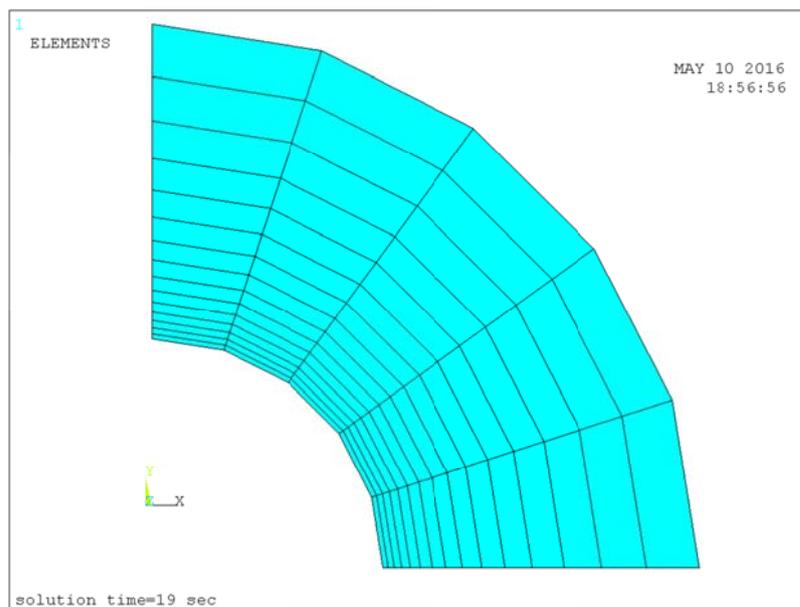


Рис. 34.2 Расчётная КЭ-модель трубы. Поперечное сечение

### 34.4 Результаты

На рис. 34.3 – 34.6 и в таблице 34.2 представлены и сопоставляются результаты (расчетные перемещения, эквивалентные по критерию Мизеса напряжения), полученные для рассматриваемой прямолинейной трубы в программных комплексах АСТРА-СВД (программный модуль АСТРА-СТАДИО) и ANSYS [1].

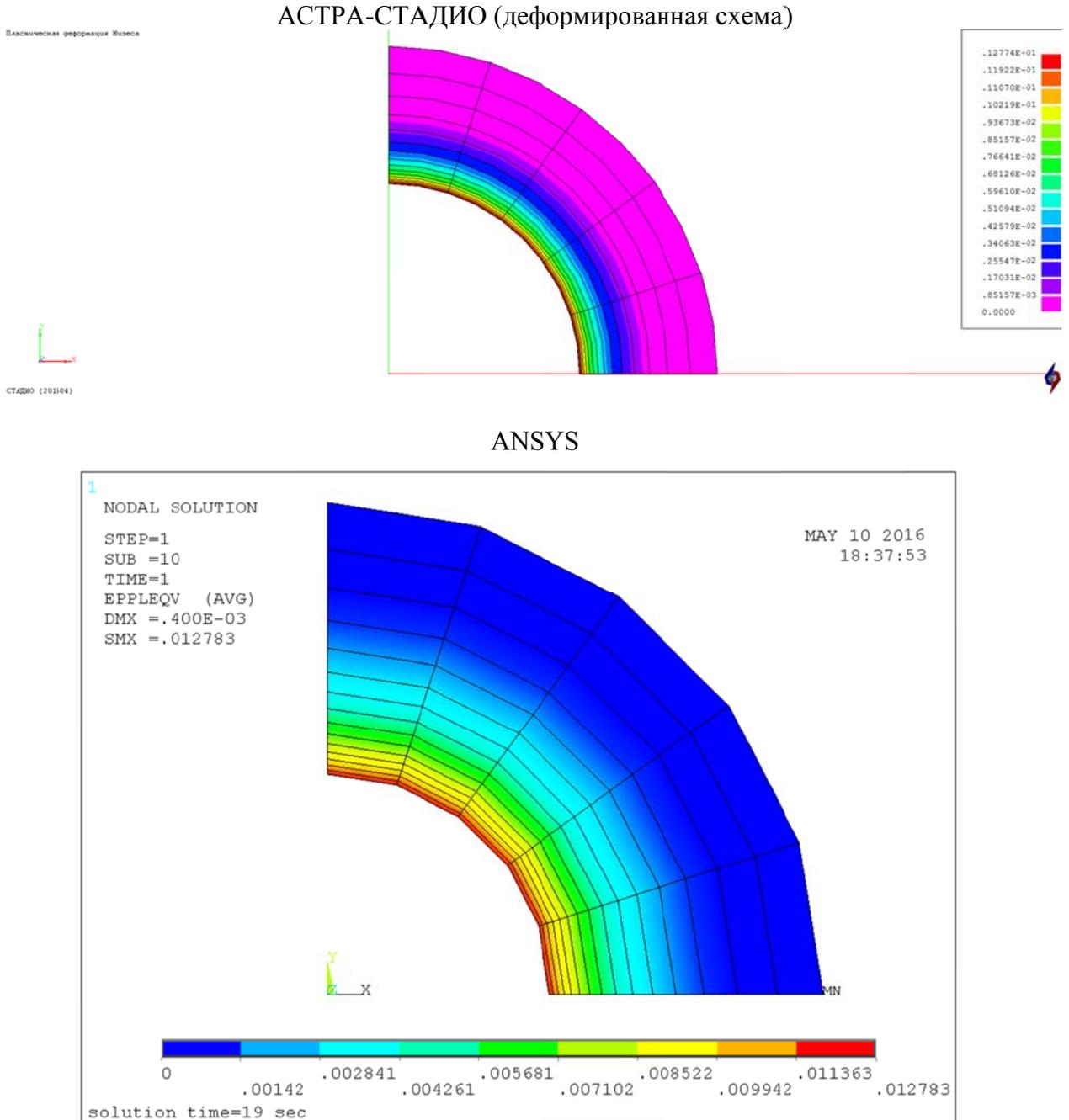
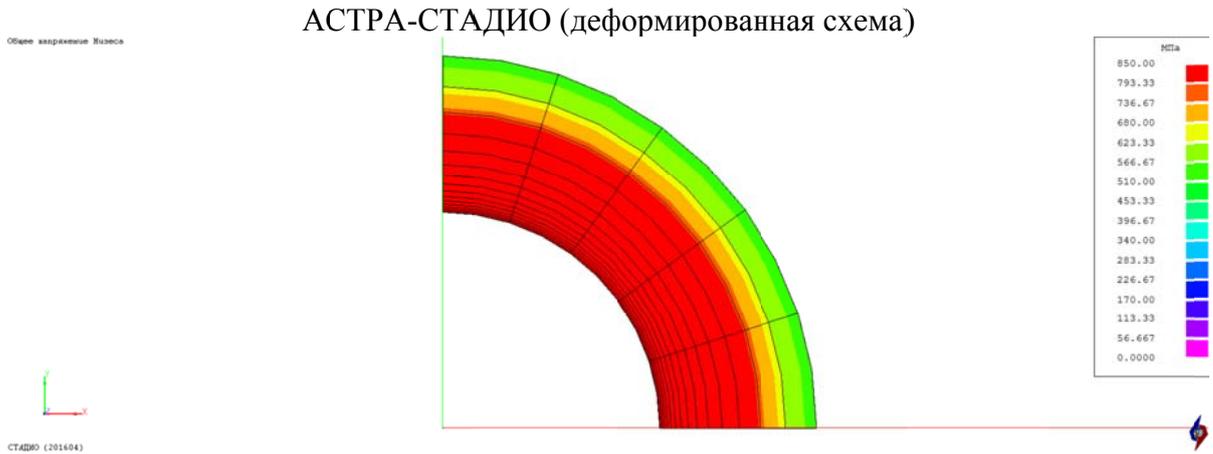


Рис. 34.3. Вариант 2. Эквивалентные пластические деформации по Мизесу



### ANSYS

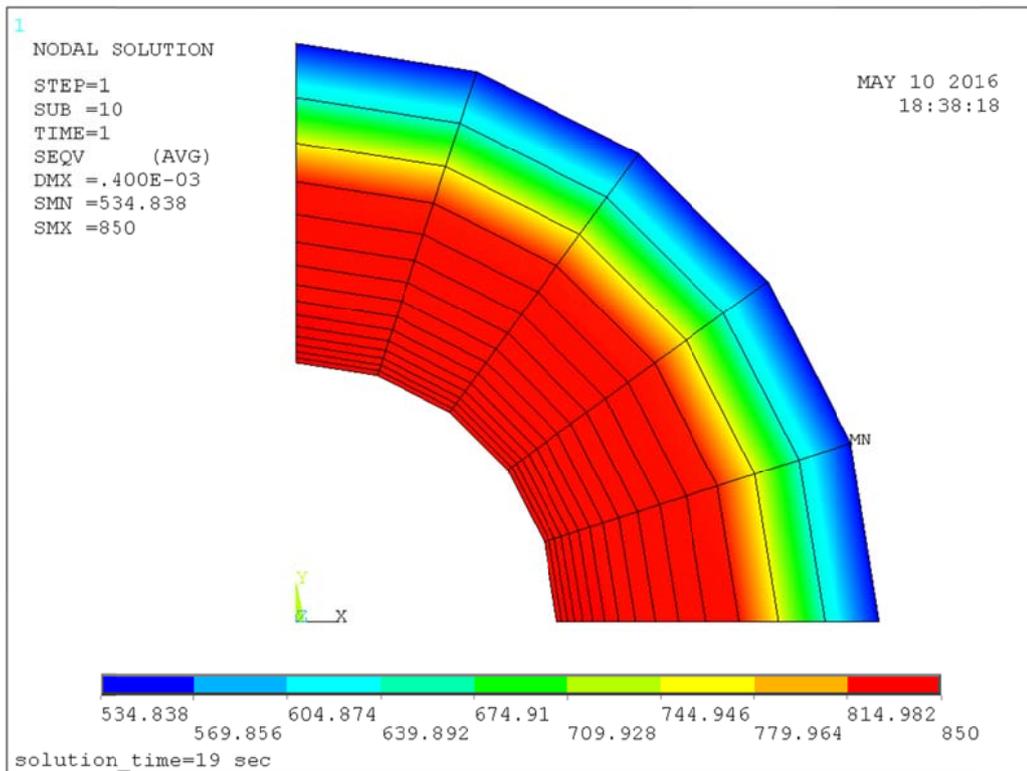


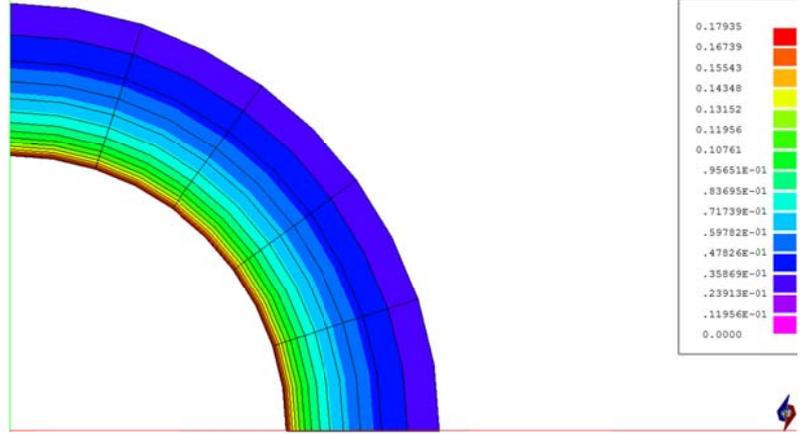
Рис. 34.4. Вариант 2. Эквивалентные напряжения по Мизесу

### АСТРА-СТАДИО (деформированная схема)

Пластическая деформация Мизеса



СТАДИО (201104)



### ANSYS

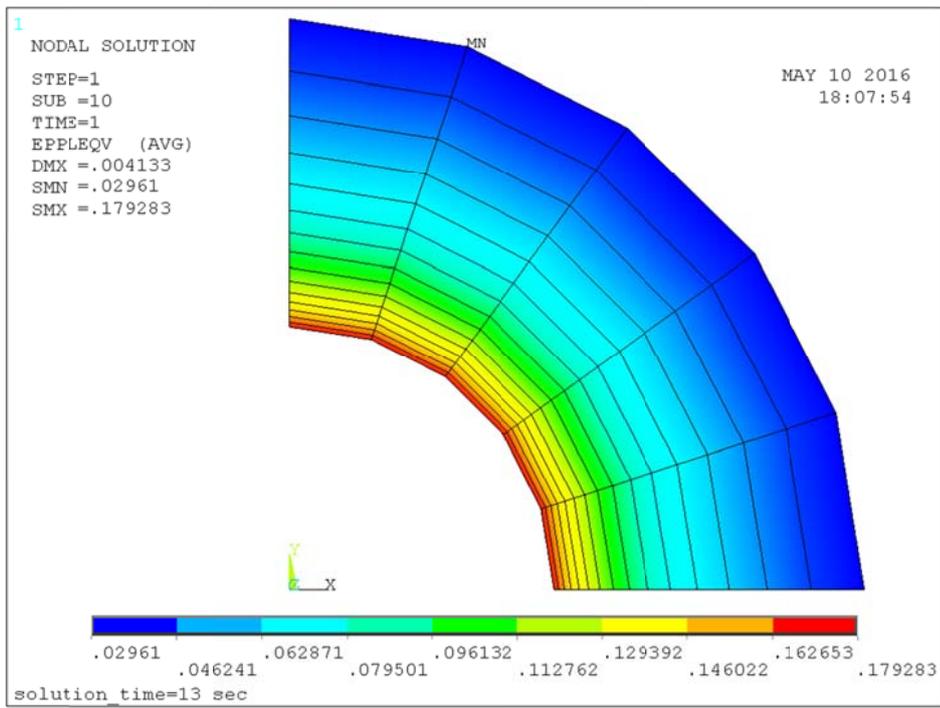
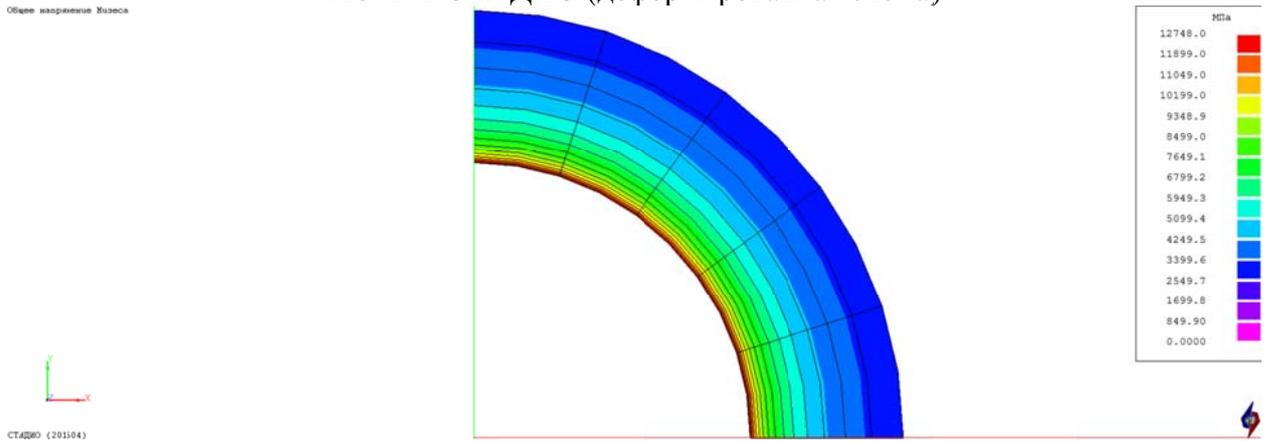


Рис. 34.5. Вариант 4. Эквивалентные пластические деформации по Мизесу

### АСТРА-СТАДИО (деформированная схема)



### ANSYS

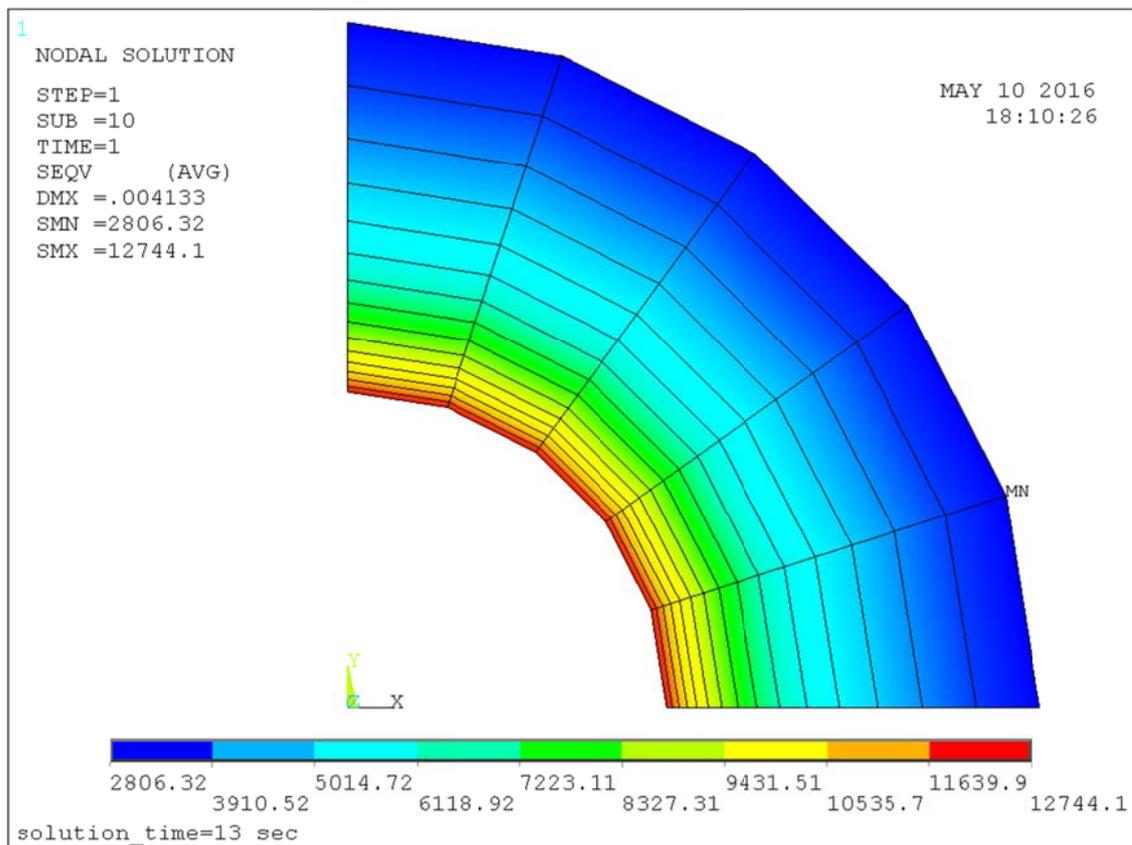


Рис. 34.6. Вариант 4. Эквивалентные напряжения по Мизесу

## Сопоставление результатов

Параметр	СТАДИО	ANSYS	$\delta$ , %
Вариант 1			
Эквивалентные полные деформации (Треска)	0,01239	0,01239	0,00
Эквивалентные полные деформации (Мизес)	0,008254	0,008251	0,04
Эквивалентные пластические деформации (Треска)	-	-	
Эквивалентные пластические деформации (Мизес)	-	-	
Эквивалентные напряжения, МПа (Треска)	1934,8	1934,1	0,04
Эквивалентные напряжения, МПа (Мизес)	1675,60	1674,98	0,04
Вариант 2			
Эквивалентные полные деформации (Треска)	0,028358	0,028375	0,06
Эквивалентные полные деформации (Мизес)	0,01893	0,01697	11,55
Эквивалентные пластические деформации (Треска)	0,02208	0,02210	0,09
Эквивалентные пластические деформации (Мизес)	0,01277	0,01278	0,08
Эквивалентные напряжения, МПа (Треска)	981,49	981,40	0,01
Эквивалентные напряжения, МПа (Мизес)	850	850	0,00
Вариант 3			
Эквивалентные полные деформации (Треска)	0,018248	0,018242	0,03
Эквивалентные полные деформации (Мизес)	0,012170	0,011338	7,34
Эквивалентные пластические деформации (Треска)	0,009329	0,009325	0,04
Эквивалентные пластические деформации (Мизес)	0,005392	0,005389	0,06
Эквивалентные напряжения, МПа (Треска)	1392,6	1392,5	0,01
Эквивалентные напряжения, МПа (Мизес)	1207,7	1207,5	0,02
Вариант 4			
Эквивалентные полные деформации (Треска)	0,4049	0,4048	0,02
Эквивалентные полные деформации (Мизес)	0,2697	0,2421	11,40
Эквивалентные пластические деформации (Треска)	0,3106	0,3105	0,03
Эквивалентные пластические деформации (Мизес)	0,1793	0,1793	0,00
Эквивалентные напряжения, МПа (Треска)	14721,0	14715,6	0,04
Эквивалентные напряжения, МПа (Мизес)	12748,0	12744,1	0,03

**34.5 Литература**

1. ГОСТ Р 55600-2013 Трубы и детали трубопроводов на давление свыше 100 до 320 МПа. Нормы и методы расчета на прочность. М.: Стандартинформ, 2015.

**Пример 35. Расчёт толстостенной автофретированной прямолинейной трубы на действие внутреннего давления (АСТРА-СТАДИО)**

<b>Источник(и)</b>	–
<b>Тип задачи</b>	Уточненный статический расчет НДС деталей
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов (КЭ)</b>	Объёмные 20-ми узловые ИПКЭ
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST32a.ast</a>

**35.1 Постановка задачи**

Рассматривается отрезок прямой толстостенной автофретированной трубы (рис. 35.1) под действием внутреннего давления.

Требуется по уточненной методике метода конечных элементов получить напряженно-деформированное состояние в трубе.

Верификация результатов заключается в сравнении таковых с соответствующими решениями по аттестованному ПК ANSYS[1].

**35.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- наружный диаметр  $D = 95$  мм;
- толщина стенки  $S = 27,5$  мм.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 2e5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ ;
- предел текучести  $\sigma_p = 850$  МПа;
- тангенциальный модуль  $E_t = 200$  МПа.

*Параметры нагрузки*

- давление автофретирования  $p_a = 613,38$  МПа;
- рабочее давление  $p = 275$  МПа;
- растягивающие силы от внутреннего давления на торцах.

### 35.3 Расчетная модель

В силу симметрии рассматривается 1/4 часть трубы (рис. 35.1) с наложением соответствующих граничных условий симметрии (антисимметрии). Расчетная область разбивалась на 20-узловые объёмные изопараметрические конечные элементы (рис. 35.1).

Размерность задачи составила 5120 элементов и 23573 узлов.

- число КЭ на четверти окружности сечения – 16;
- число КЭ по толщине стенки – 10;

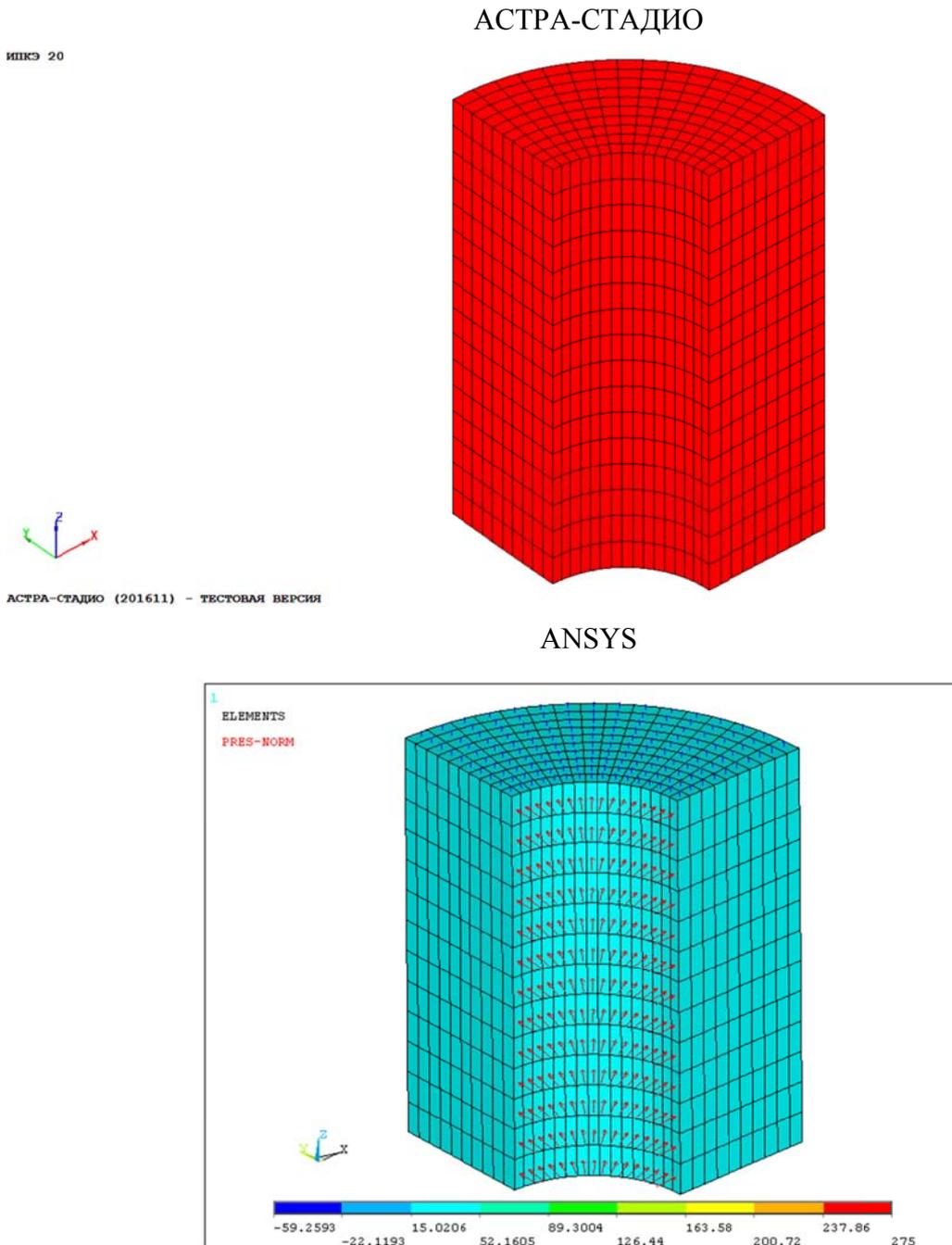


Рис. 35.1 Расчётная КЭ-модель трубы. Общий вид

### 35.4 Результаты

На рис. 35.2 – 35.4 и в таблице 35.1 представлены и сопоставляются результаты (расчетные перемещения, эквивалентные по критерию Мизеса напряжения), полученные для рассматриваемой прямой автофретированной трубы в программных комплексах АСТРА-СВД (программный модуль АСТРА-СТАДИО) и ANSYS [1].

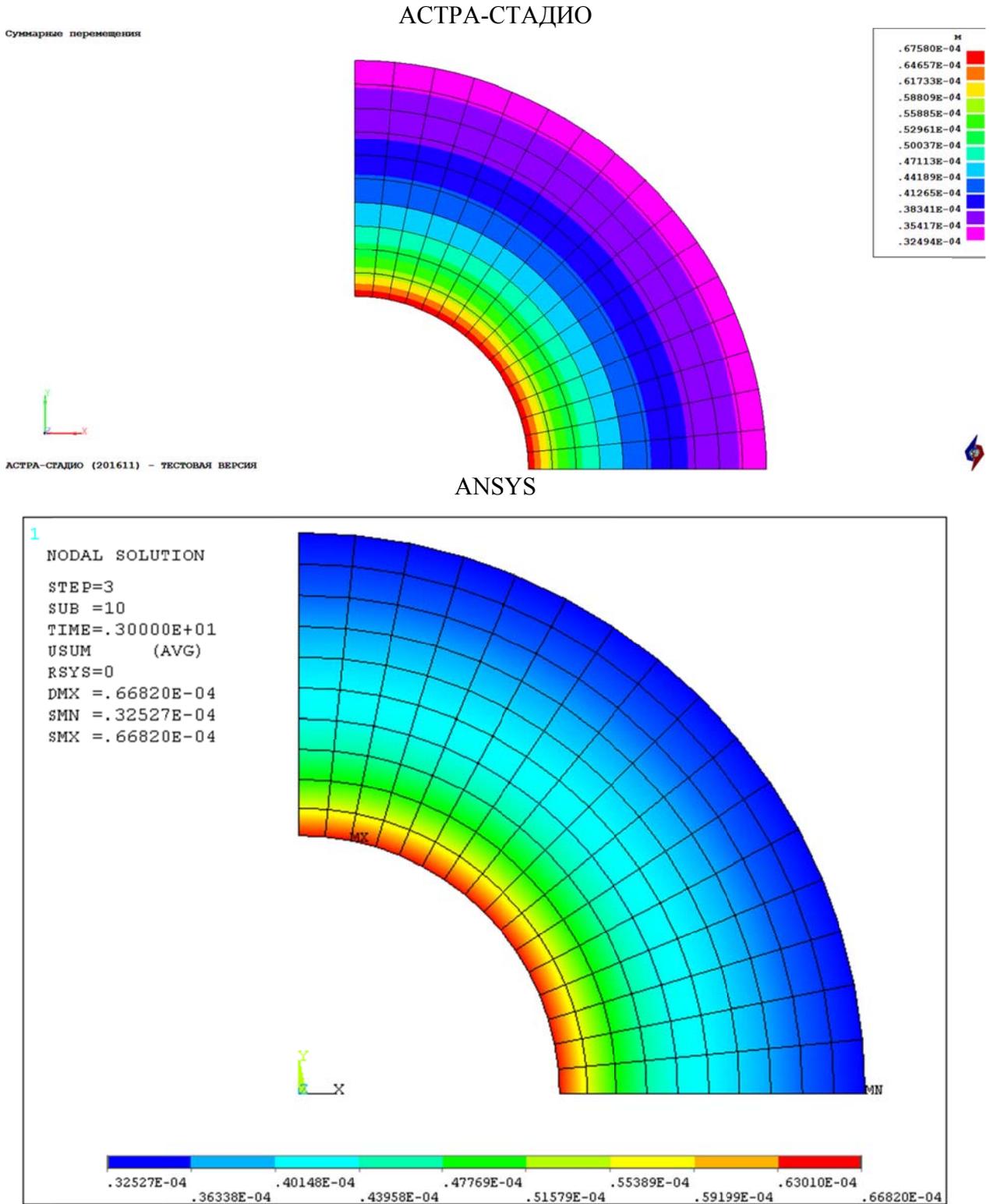


Рис. 35.2. Суммарные перемещения, м

### АСТРА-СТАДИО

Пластическая деформация Треска  
Min/Max по точкам интегрирования 0 / 0.0063347

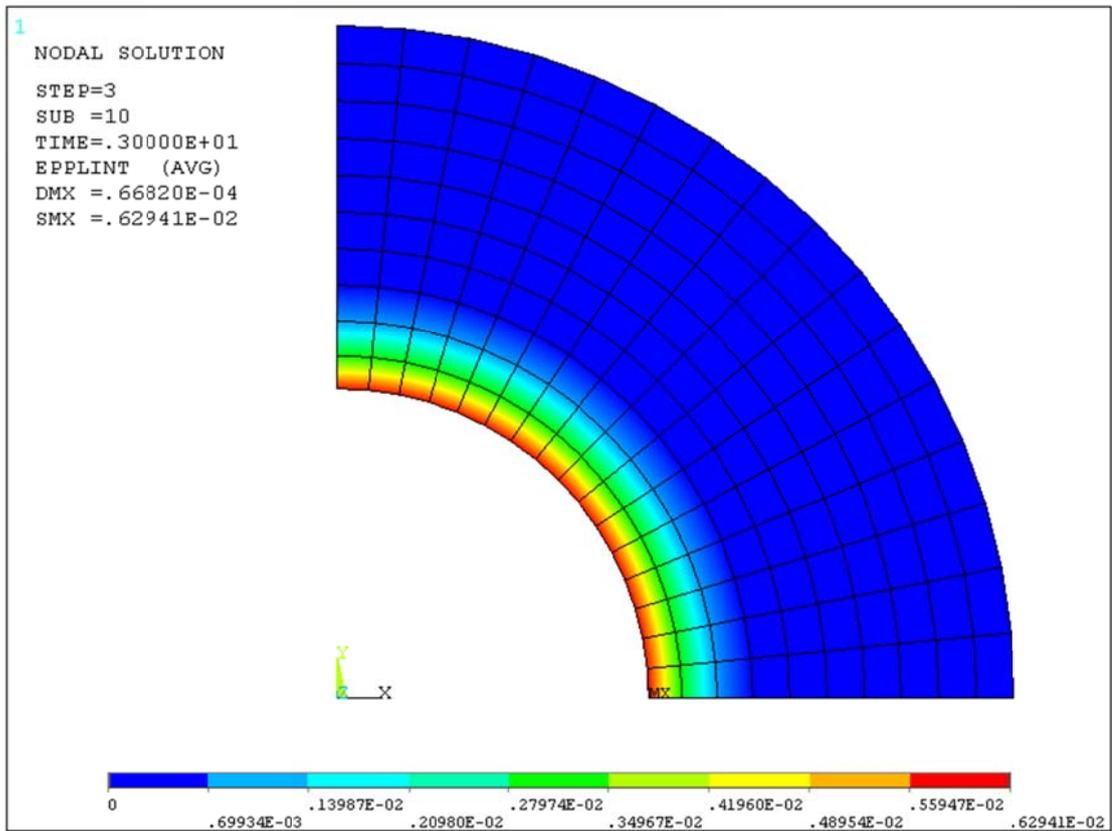
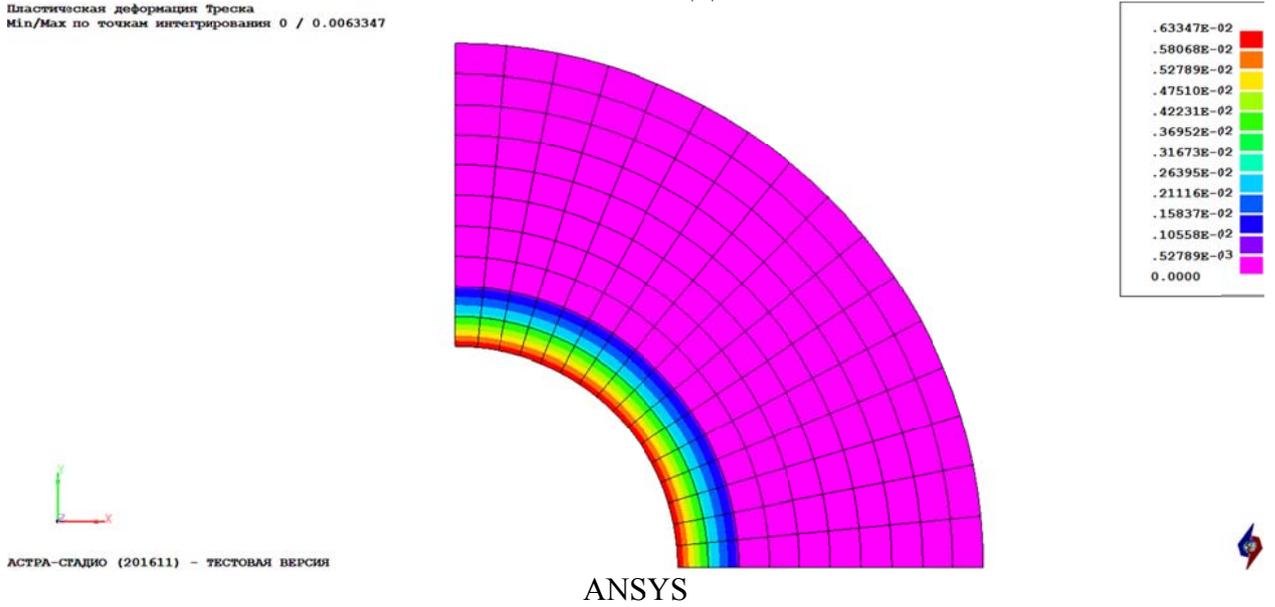


Рис. 35.3. Эквивалентные пластические деформации Треска

### АСТРА-СТАДИО

Напряжение Мизеса  
Min/Max по точкам интегрирования 139.554 / 435.03 МПа

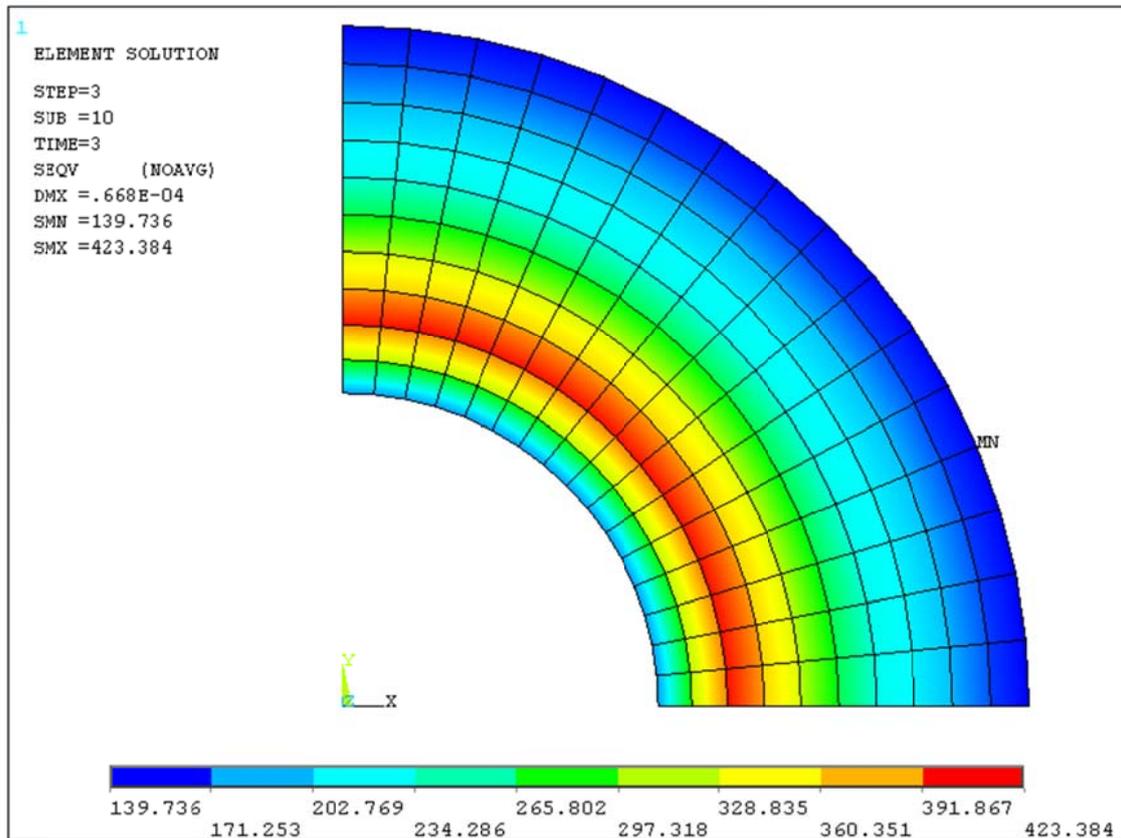
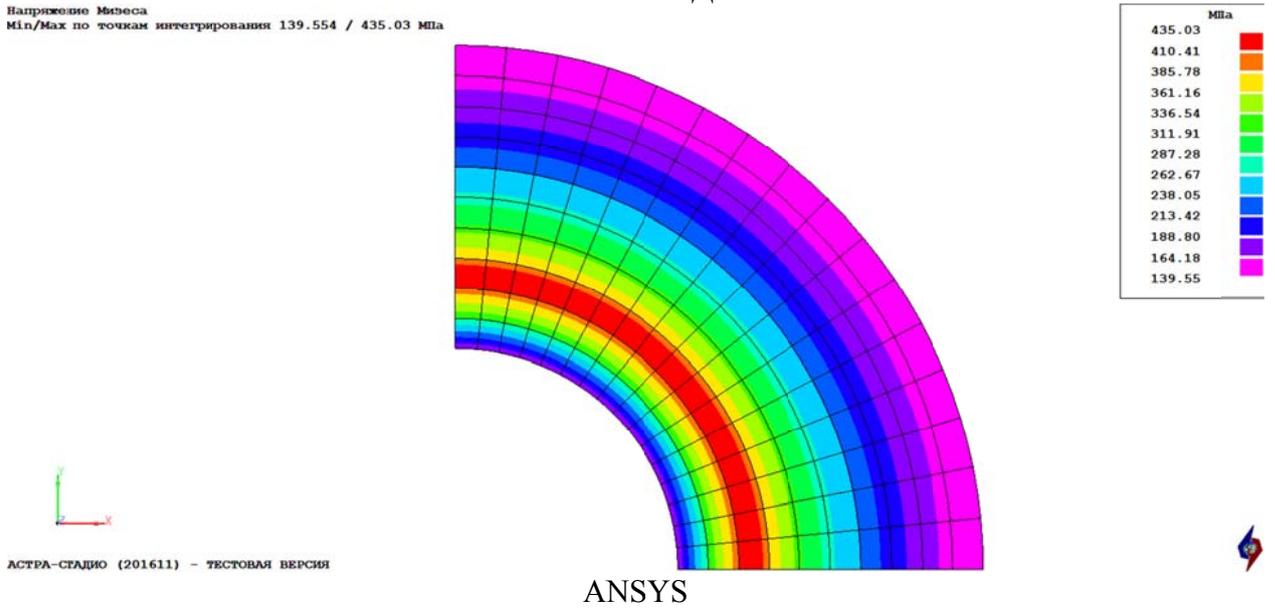


Рис. 35.4. Эквивалентные напряжения по Мизесу

## Сопоставление результатов

Параметр		АСТРА-СВД АСТРА- СТАДИО	ANSYS	$\delta$ (%)
Суммарные перемещения, м		0,6758e-4	0,6682e-4	1,14
Эквивалентные полные деформации	Треска	0,7531e-2	0,7498e-2	0,44
	Мизес	0,4371e-2	0,4493e-2	2,71
Эквивалентные пластические деформации	Треска	0,6335e-2	0,6294e-2	0,65
	Мизес	0,3664e-2	0,3639e-2	0,69
Эквивалентные напряжения, МПа	Треска	502,32	488,88	2,75
	Мизес	435,03	423,38	2,75

**35.5 Литература**

1. ГОСТ Р 55600-2013 Трубы и детали трубопроводов на давление свыше 100 до 320 МПа. Нормы и методы расчета на прочность. М.: Стандартиформ, 2015.

**Пример 36. Расчёт толстостенной автофретированной криволинейной трубы на действие внутреннего давления (АСТРА-СТАДИО)**

<b>Источник(и)</b>	–
<b>Тип задачи</b>	Уточненный статический расчет НДС деталей
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов (КЭ)</b>	Объёмные 20-ми узловые ИПКЭ
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST33.ast</a>

**36.1 Постановка задачи**

*Рассматривается* толстостенная автофретированная криволинейная труба (рис. 36.1) под действием внутреннего давления.

*Требуется* по уточненной методике метода конечных элементов получить напряженно-деформированное состояние в трубе.

Верификация результатов заключается в сравнении таковых с соответствующими решениями по аттестованному ПК ANSYS[1].

**36.2 Исходные данные**

*Геометрические характеристики*

- наружный диаметр  $D = 95$  мм;
- толщина стенки  $S = 27,5$  мм.
- радиус гiba  $R = 0,1$  м.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 2e5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ ;
- предел текучести  $\sigma_p = 850$  МПа;
- тангенциальный модуль  $E_t = 200$  МПа.

*Параметры нагрузки*

- давление автофретирования  $p_a = 613,38$  МПа;
- рабочее давление  $p = 275$  МПа;
- растягивающие силы от внутреннего давления на торцах.

### 36.3 Расчетная модель

В силу симметрии рассматривается 1/4 часть трубы (рис. 36.1) с наложением соответствующих граничных условий симметрии (антисимметрии). Расчетная область разбивалась на 20-узловые объёмные изопараметрические конечные элементы со сгущением к среднему сечению отвода.

Размерность задачи составила 2880 элементов и 13493 узлов.

- число КЭ на половине окружности сечения – 16;
- число КЭ по толщине стенки – 10;
- число КЭ по окружности отвода - 8

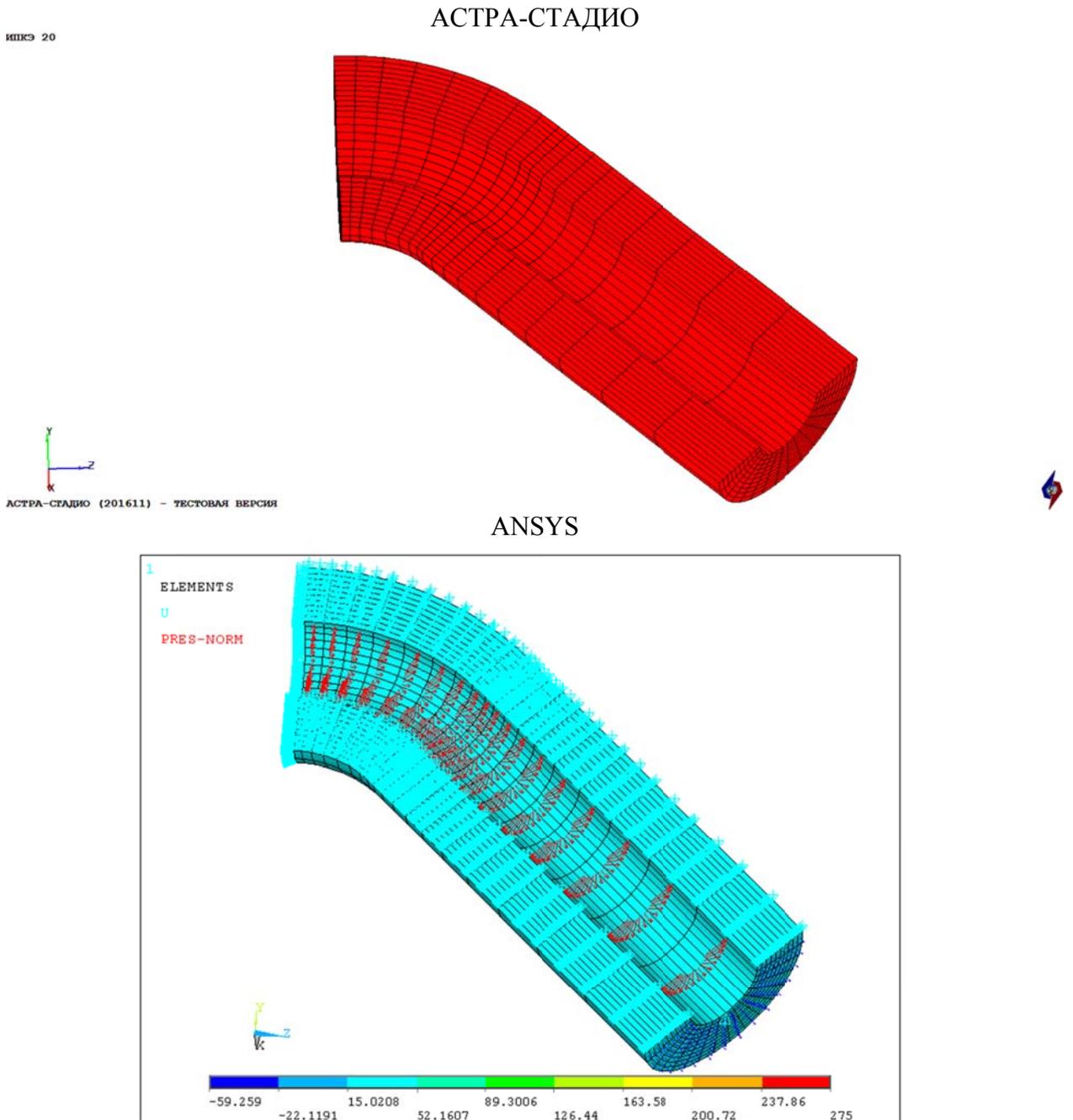


Рис. 36.1 Расчётная КЭ-модель трубы. Общий вид

### 36.4 Результаты

На рис. 36.2 – 36.5 и в таблице 36.1 представлены и сопоставляются результаты (расчетные перемещения, эквивалентные по критерию Мизеса напряжения), полученные для рассматриваемого конического переходника в программных комплексах *АСТРА-СВД* (программный модуль АСТРА-СТАДИО) и ANSYS [1].

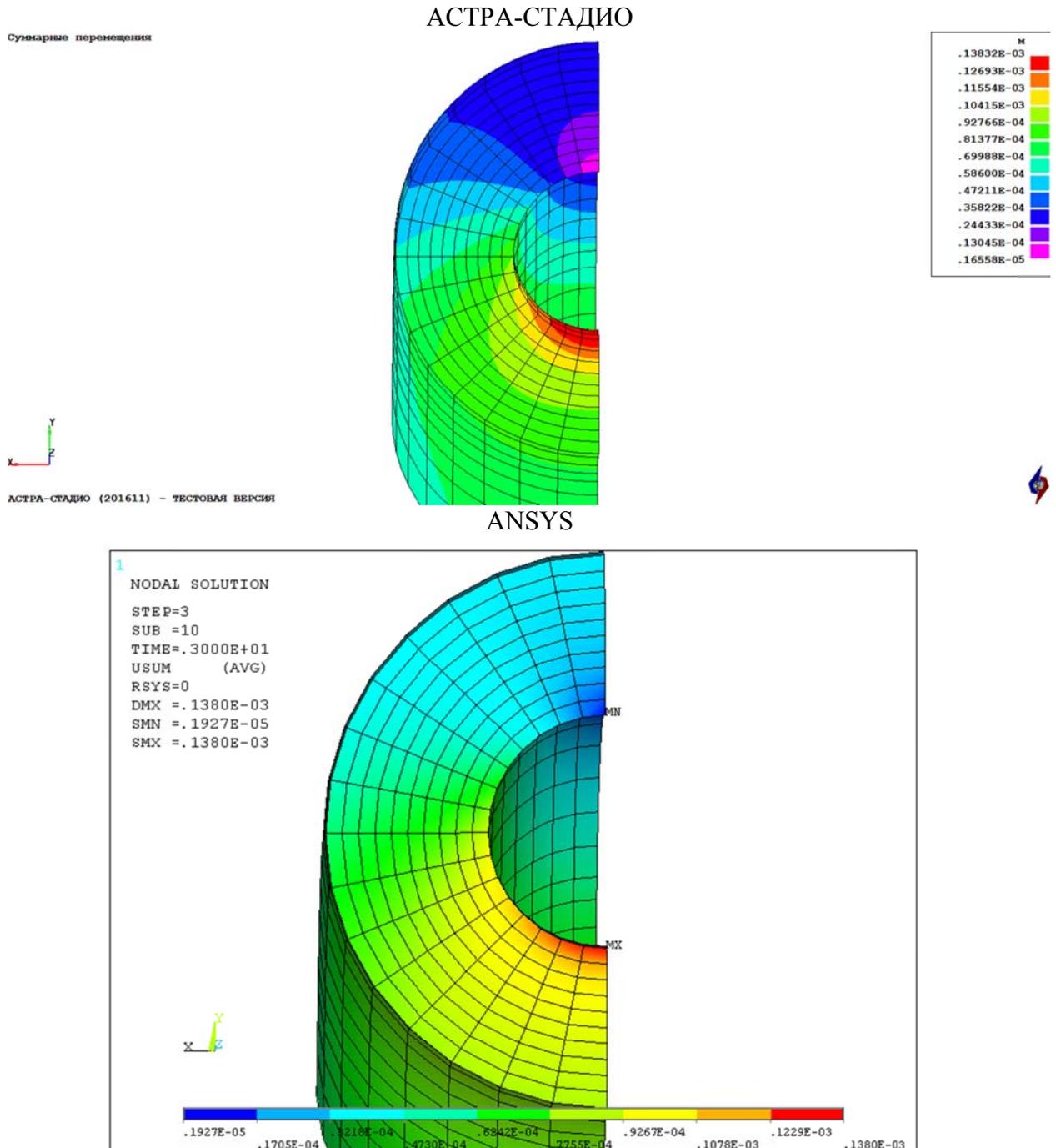


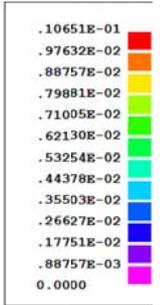
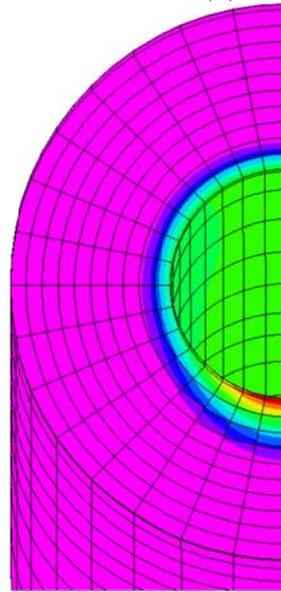
Рис. 36.2. Суммарные перемещения, м

### АСТРА-СТАДИО

Пластическая деформация Треска  
Min/Max по точкам интегрирования 0 / 0.0135143



АСТРА-СТАДИО (201611) - ТЕСТОВАЯ ВЕРСИЯ



ANSYS

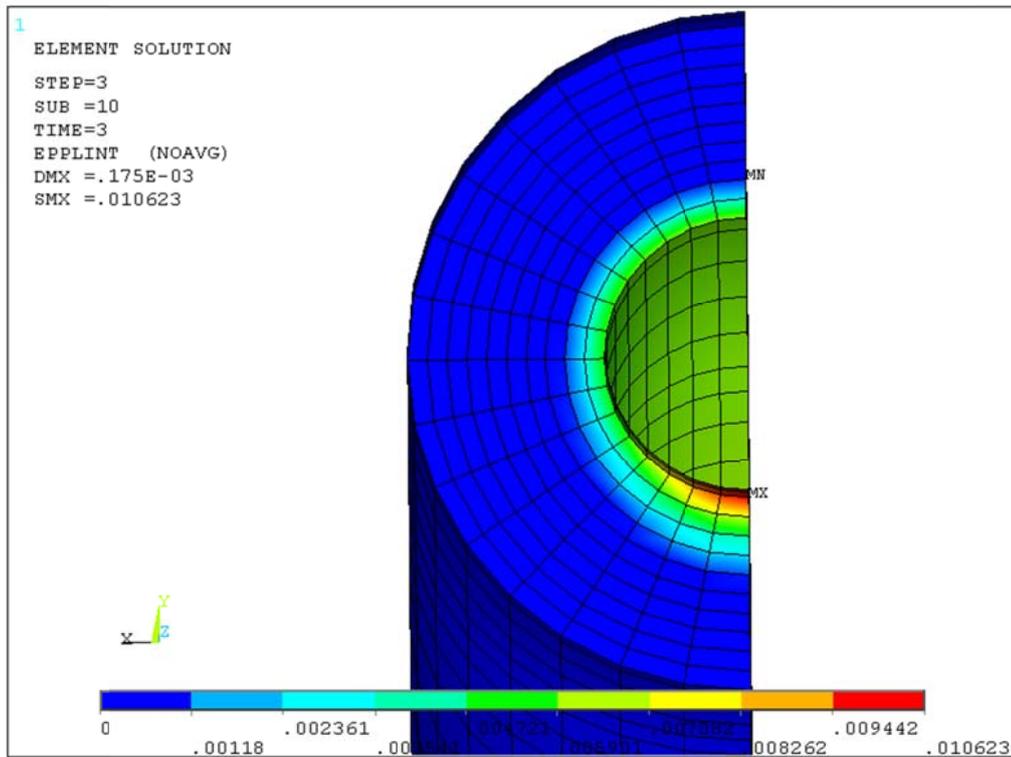
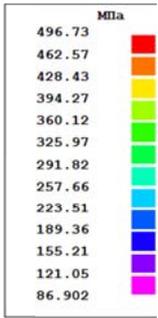


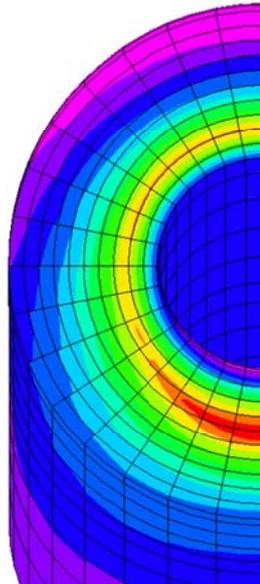
Рис. 36.3. Эквивалентные пластические деформации Треска

### АСТРА-СТАДИО

Напряжение Мизеса  
Min/Max по точкам интегрирования 86.9021 / 496.731 МПа



АСТРА-СТАДИО (201611) - ТЕСТОВАЯ ВЕРСИЯ



ANSYS

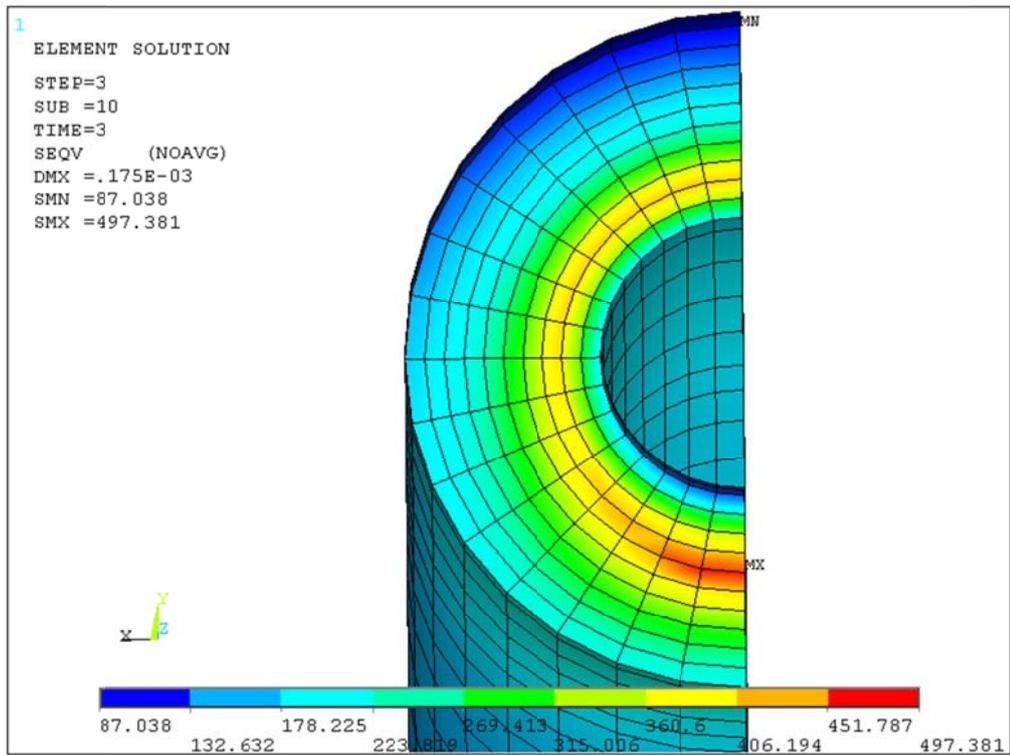


Рис. 36.4. Эквивалентные напряжения по Мизесу

## Сопоставление результатов

Параметр		АСТРА-СВД АСТРА- СТАДИО	ANSYS	$\delta$ (%)
Суммарные перемещения, м		0,1383e-3	0,1380e-3	0,22
Эквивалентные полные деформации	Треска	0,1138e-1	0,1136e-1	0,18
	Мизес	0,6581e-2	0,6722e-2	2,10
Эквивалентные пластические деформации	Треска	0,1065e-1	0,1062e-1	0,28
	Мизес	0,6182e-2	0,6166e-2	0,26
Эквивалентные напряжения, МПа	Треска	559,98	560,56	0,10
	Мизес	496,73	497,38	0,13

**36.5 Литература**

1. ГОСТ Р 55600-2013 Трубы и детали трубопроводов на давление свыше 100 до 320 МПа. Нормы и методы расчета на прочность. М.: Стандартиформ, 2015.

**Пример 37. Суперэлементный динамический расчет трубопроводной системы. Алгоритм Крейга-Бемптона (формирование и учет редуцированных матриц)**

<b>Источник(и)</b>	1. Белостоцкий А.М., Клепец О.Ю. Верификация алгоритма Крейга-Бемптона на примере суперэлементного динамического расчета трубопроводных систем. // Вопросы прикладной математики и вычислительной механики: Сб. научн. тр. №10. – М.: МГСУ, 2007, с. 80-86.
<b>Тип задачи</b>	Расчет собственных частот и форм (модальный синтез подконструкций)
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	<i>Прямая труба, стержень неколецевого сечения, отвод (гиб, колено), тройник, арматура, пружинная подвеска, односторонняя опора трения, мертвая опора (заделка), матричный суперэлемент Крейга-Бемптона</i>
<b>Входные файлы</b>	<a href="#">TEST31V1(full).dat</a> – исходная (единая) модель <a href="#">TEST31V2(pipe).dat</a> – редуцированная модель <a href="#">TEST31V3(sp).dat</a> – динамический суперэлемент

**37.1 Постановка задачи**

*Рассматривается система «трубопроводы – оборудование (сепараторы пара) – опорные конструкции» АЭС с РБМК.*

*Требуется вычислить 400 низших собственных частот и форм колебаний системы методом динамического синтеза подконструкций (Крейга-Бемптона) для вариантов учета различного количества внутренних степеней свободы подсистемы-суперэлемента (2 сепаратора пара на опорных конструкциях).*

Провести сравнение с результатами динамического расчета единой системы “трубопроводы – оборудование (сепараторы пара) – опорные конструкции”.

**37.2 Исходные данные**

Во входных файлах.

**37.3 Расчетная модель**

Полная модель сложной системы “трубопроводы – оборудование (сепараторы пара) – опорные конструкции” АЭС с РБМК и ее редуцированный аналог “трубопроводы – матрицы К-Б оборудования и опорных конструкций” представлены на рис. 37.1. Полная модель содержит 119 суперэлементных узлов, 182 участков-суперэлементов, 1834 элемента, 2375 динамических степеней свободы; “матричная” подсистема, имитирующая сепараторы пара на опорных конструкциях (с двумя уравнительными трубами) – 25 внешних и 25 внутренних узлов, 212 элементов, 150 динамических степеней свободы.

**37.4 Расчетная методика**

Применен естественный и исчерпывающий критерий соответствия реализованной редуцированной модели с матрицами Крейга-Бемптона (К-Б) “натуре” – идентичность вычисленного спектра собственных частот и форм колебаний таковому для полной модели с подсистемами, на основе которых эти матрицы и были получены.

Решение частных проблем собственных значений – расчет собственных частот и форм колебаний полной системы, определение “внутренних” степеней свободы закрепленной подсистемы (для формирования редуцированных матриц) и спектральный анализ

системы с редуцированными матрицами К-Б – выполнялось по ПК *АСТРА-СВД* блочным методом Ланцоша (блочность – 10, точность вычисления высшей собственной частоты –  $5 \cdot 10^{-5}$ ).

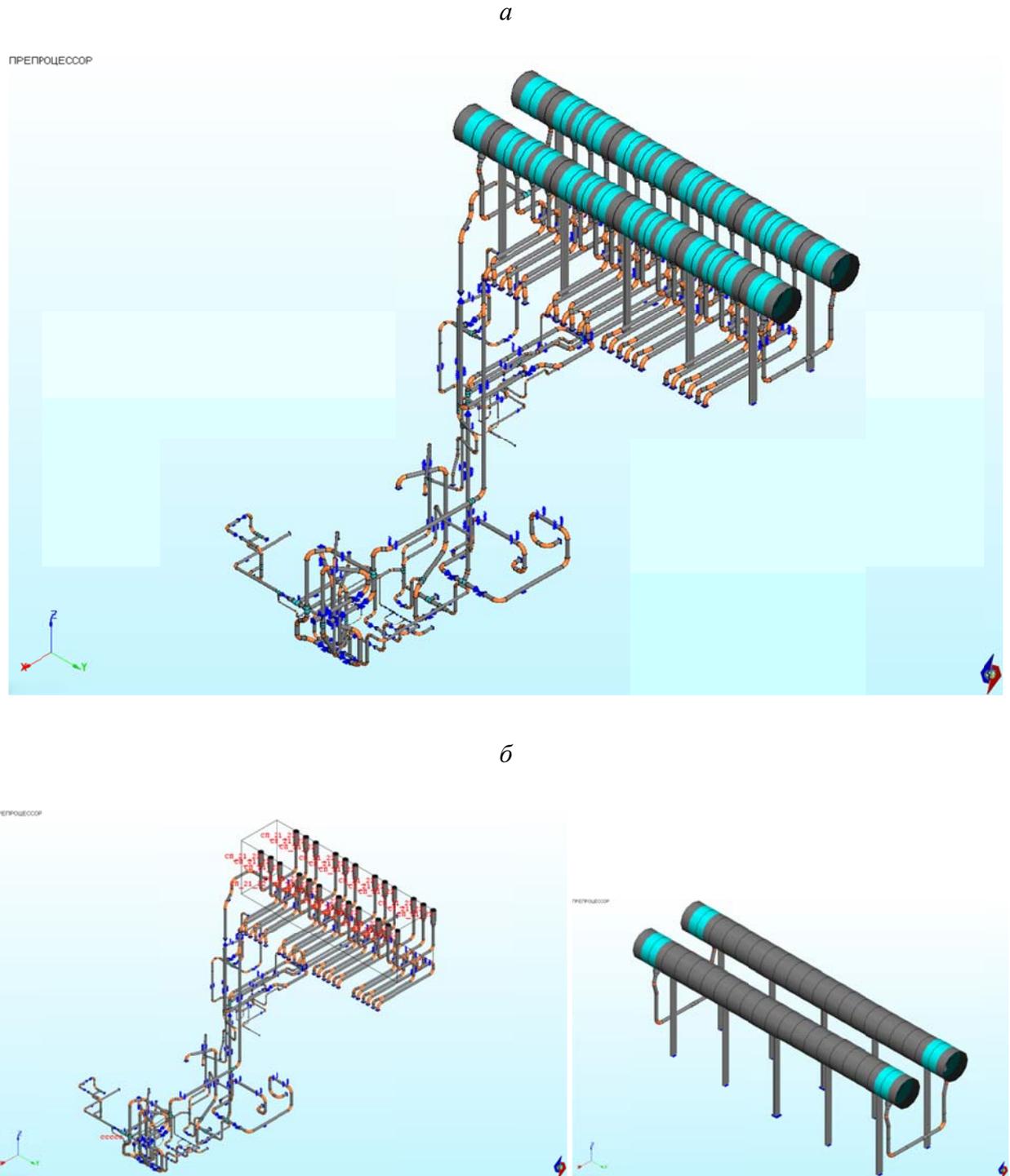


Рис. 37.1 Суперэлементные модели системы “трубопроводы-оборудование”.  
а) полная модель; б) модель с матричным СЭ К-Б (оборудование на опорах)

## 37.5 Результаты

Таблица 37.1

Вычисленные собственные частоты колебаний системы  
"трубопроводы – сепараторы пара на опорах", Гц

№ частоты формы	Полная модель системы	СЭ Крейга-Бемптона	Модели трубопроводов с присоединенными матричными СЭ (Крейга-Бемптона)				
			N = 0	N = 2	N = 5	N = 10	N = 20
1	0.402		0.402	0.402	0.402	0.402	0.402
2	0.415		0.415	0.415	0.415	0.415	0.415
3	0.619		0.619	0.619	0.619	0.619	0.619
4	0.689		0.689	0.689	0.689	0.689	0.689
5	0.728		0.728	0.728	0.728	0.728	0.728
6	0.807		0.807	0.807	0.807	0.807	0.807
7	1.033		1.033	1.033	1.033	1.033	1.033
8	1.100		1.100	1.100	1.100	1.100	1.100
9	1.220		1.220	1.220	1.220	1.220	1.220
10	1.319		1.319	1.319	1.319	1.319	1.319
...	...	...	...	...	...	...	...
85	4.506		4.506	4.506	4.506	4.506	4.506
86	<b>4.533</b>	<b>4.529</b>	–	<b>4.533</b>	<b>4.533</b>	<b>4.533</b>	<b>4.533</b>
87	4.642		4.642	4.642	4.642	4.642	4.642
...	...	...	...	...	...	...	...
142	6.523		6.523	6.523	6.523	6.523	6.523
143	<b>6.569</b>	<b>6.629</b>	–	<b>6.570</b>	<b>6.570</b>	<b>6.569</b>	<b>6.569</b>
144	6.599		6.599	6.599	6.599	6.599	6.599
...	...	...	...	...	...	...	...
198	10.367		10.367	10.367	10.367	10.367	10.367
199	<b>10.498</b>	<b>10.500</b>	–	–	<b>10.499</b>	<b>10.499</b>	<b>10.498</b>
200	10.536		10.536	10.536	10.536	10.536	10.536
...	...	...	...	...	...	...	...
338	17.872		17.872	17.872	17.872	17.872	17.872
339	<b>18.022</b>	<b>18.118</b>	–	–	<b>18.029</b>	<b>18.029</b>	<b>18.023</b>
340	18.172		18.172	18.172	18.172	18.172	18.172
...	...	...	...	...	...	...	...
366	21.533		21.533	21.533	21.533	21.533	21.533
367	<b>21.538</b>	<b>21.546</b>	–	–	<b>21.540</b>	<b>21.540</b>	<b>21.538</b>
368	21.959		21.959	21.959	21.959	21.959	21.959
...	...	...	...	...	...	...	...
400	23.126		23.126	23.126	23.126	23.126	23.126

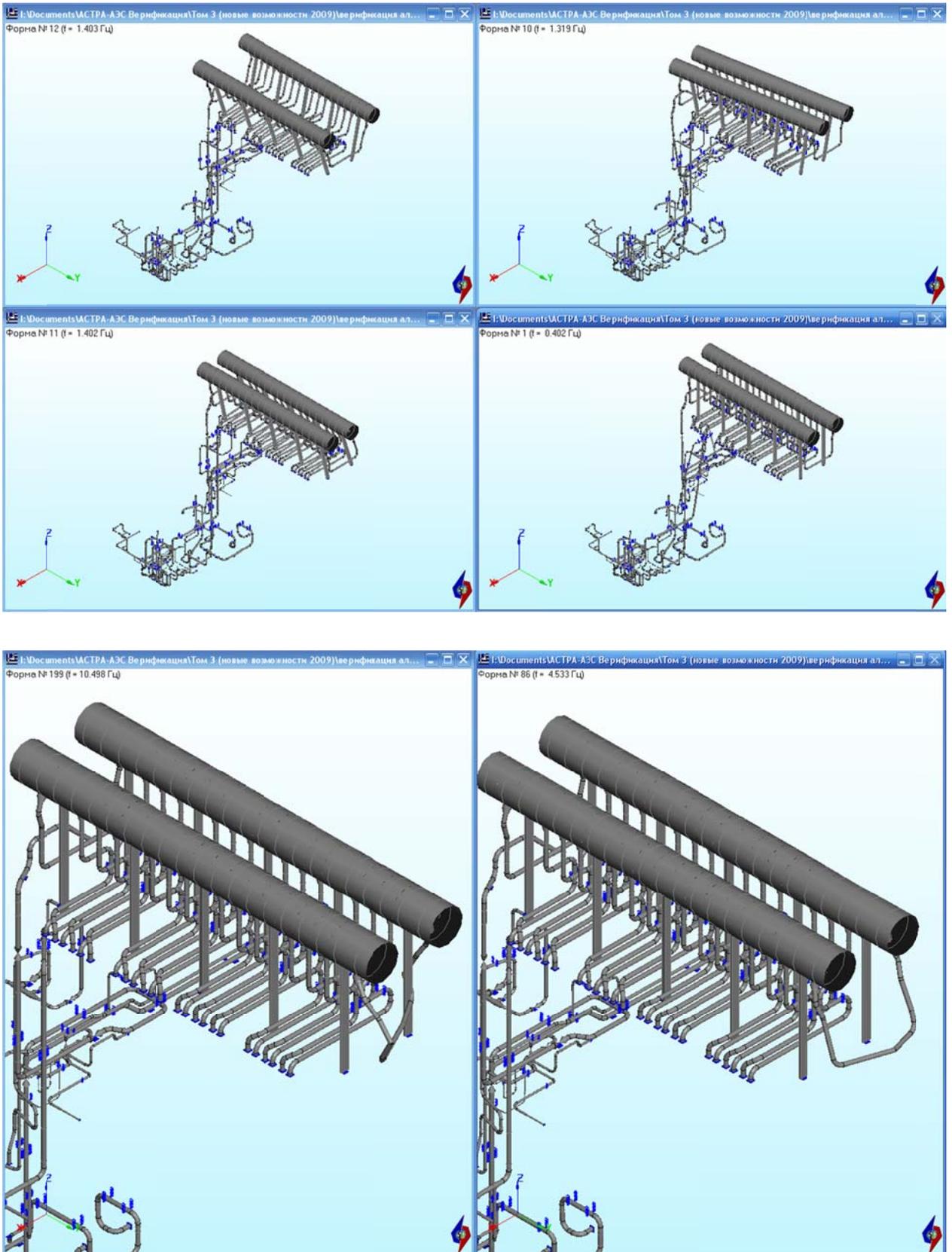


Рис.37.2 Собственные формы колебаний полной (исходной) модели  
а) общесистемные; б) 86-я и 199-я локальные (уравнительная труба)

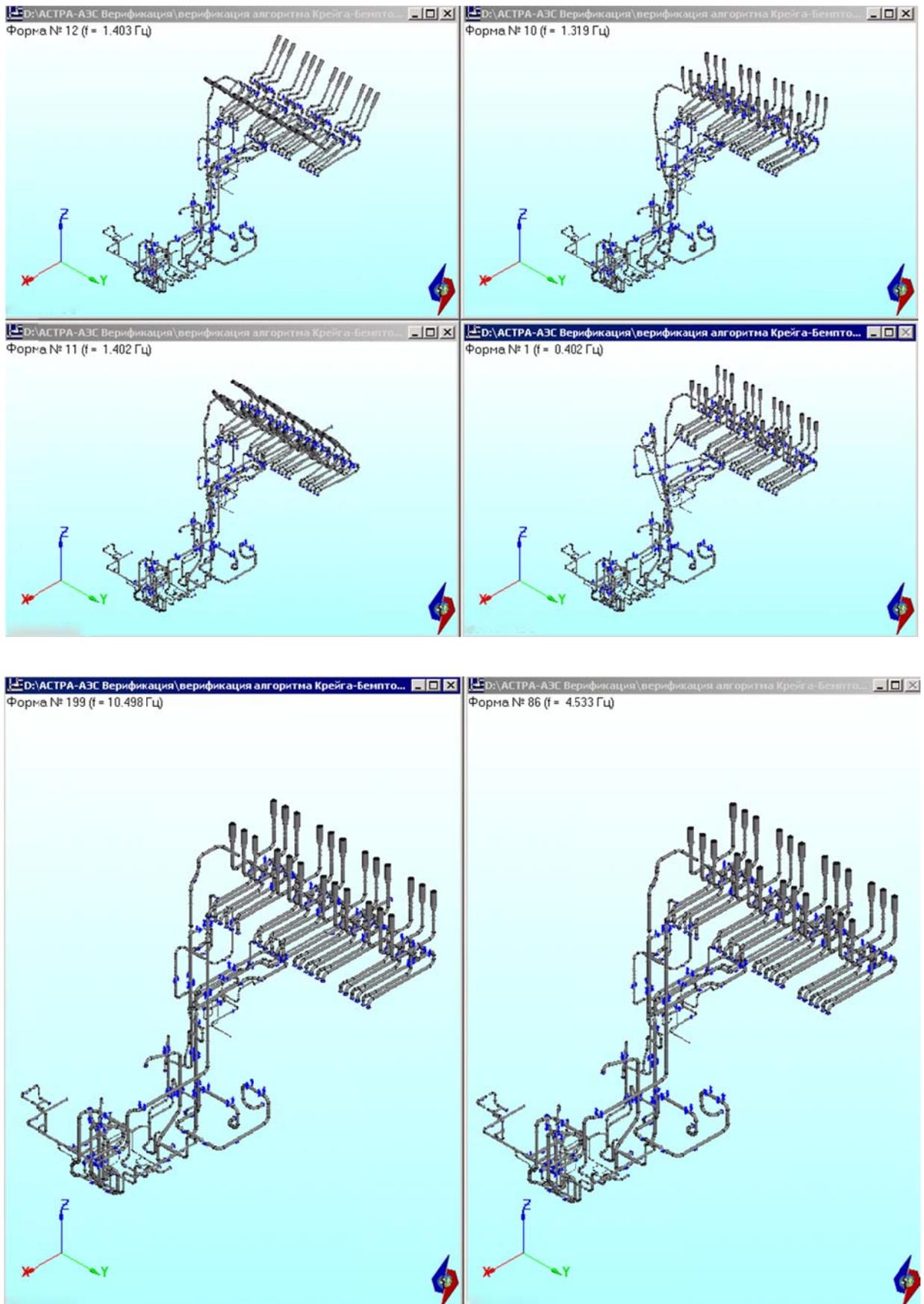


Рис.37.3 Собственные формы колебаний редуцированной модели  
а) общесистемные; б) 86-я и 199-я – внутренние матричного СЭ (не видны)

Результаты сравнительных расчетов собственных частот и форм колебаний подтверждают количественные выводы и рекомендации, полученные на более простых модельных задачах (таблица 37.1, рис. 37.2 – 37.3), и согласуются с выводами, опубликованные ранее рядом авторов (в частности, по ПК NASTRAN и ANSYS).

Так, неучет достаточного числа внутренних степеней свободы подсистемы ведет к прогнозируемой неточности в определении динамических характеристик всей системы (см. табл. 37.1). Эти результаты еще раз показывают реальную цену вынужденно упрощенных подходов к динамическому синтезу подконструкций, при которых не в полной мере учитывались их динамические характеристики. Отметим также выявленный и физически осязаемый численный результат: колебания системы не чувствительны к пропуску парциальных форм подсистем, носящих выраженный локальный характер (см. частоты, отвечающие колебаниям уравнильной трубы в составе “матричной” подсистемы в таблице 37.1).

Представляет интерес и сравнение “машинного” времени счета при анализе полной и редуцированной моделей. Как и ожидалось, редуцированная модель вычислительно конкурентна даже в относительно неблагоприятном для себя рассмотренном случае – большом количестве внешних узлов и определяемых “внутренних” частот и форм, простоте КЭ-модели подсистемы. Впечатляющий вычислительный выигрыш был бы достигнут, если бы, например, оборудование (сепараторы пара) подробно моделировалось по оболочечной или трехмерной схемам МКЭ.

Результаты проведенной верификации программно реализованного алгоритма Крейга-Бемптона количественно подтверждают эффективность необходимого, в практически важных случаях (многокомпонентные, ответственные, тяжело нагруженные, достаточно гибкие системы), перехода от традиционного расчета собственно трубопроводов к современному моделированию динамики связанных систем “трубопроводы–оборудование–строительные конструкции”.

### 37.6 Литература

1. Белостоцкий А.М., Клепец О.Ю. Верификация алгоритма Крейга-Бемптона на примере суперэлементного динамического расчета трубопроводных систем. // Вопросы прикладной математики и вычислительной механики: Сб. научн. тр. №10. – М.: МГСУ, 2007, с. 80-86.
2. Белостоцкий А.М., Дубинский С.И., Потапенко А.Л. Методы динамического синтеза подконструкций в задачах моделирования сложных инженерных систем. “Строительная механика и расчет сооружений”, 2006 г., № 6, с. 45-51.
3. Белостоцкий А.М., Потапенко А.Л., Клепец О.Ю. Реализация и верификация алгоритма Крейга-Бемптона в программных комплексах СТАДИО и АСТРА-НОВА. Труды XXII Международной конференции “Математическое моделирование в механике сплошных сред на основе методов граничных и конечных элементов”. ВЕМ&FEM-2007, С-Петербург, 2007 г., с. 65-69

**Пример 38. Применение матричных суперэлементов для моделирования деталей трубопроводов (на примере криволинейных труб)**

<b>Источник(и)</b>	–
<b>Тип задачи</b>	Статический расчет НДС (формирование и использование матричных суперэлементов)
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	Отвод (гиб, колено), прямая труба, мертвая опора (заделка), матричный суперэлемент
<b>Входной файл</b>	

**38.1 Постановка задачи**

Рассматривается статическое напряженно-деформированное состояние гнutoго отвода с примыкающими прямыми участками.

Требуется провести моделирование отвода при помощи матричного суперэлемента, сформированного в АСТРА-СВД (модуль АСТРА-СТАДИО) по пространственно-оболочечной КЭ-модели. Сравнить поведение полученной таким образом модели с поведением стандартной стержневой модели отвода с учетом и без учета податливости.

Для большей «представительности» рассматривается несколько вариантов задачи:

- вариант №1 (рис. 38.1 а): к отводу примыкают прямые трубы одинаковой длины, для которых задана разность температур. Концы прямых труб жестко закреплены;
- вариант №2 (рис. 38.1 б): к отводу примыкают прямые трубы одинаковой длины, к одному из концов приложен сосредоточенный изгибающий момент, второй конец жестко закреплен;
- вариант №3 (рис. 38.1 в): отличается от варианта №2 сравнительно малой длиной участка прямой трубы, примыкающего к заделке, что позволяет исключить (с определенной погрешностью) влияние податливости указанного участка на работу всей системы.

В качестве параметров для сравнения поведения различных моделей при выше указанных типах нагружения принимаются перемещения конца отвода и консольного конца прямой трубы (при наличии такового).

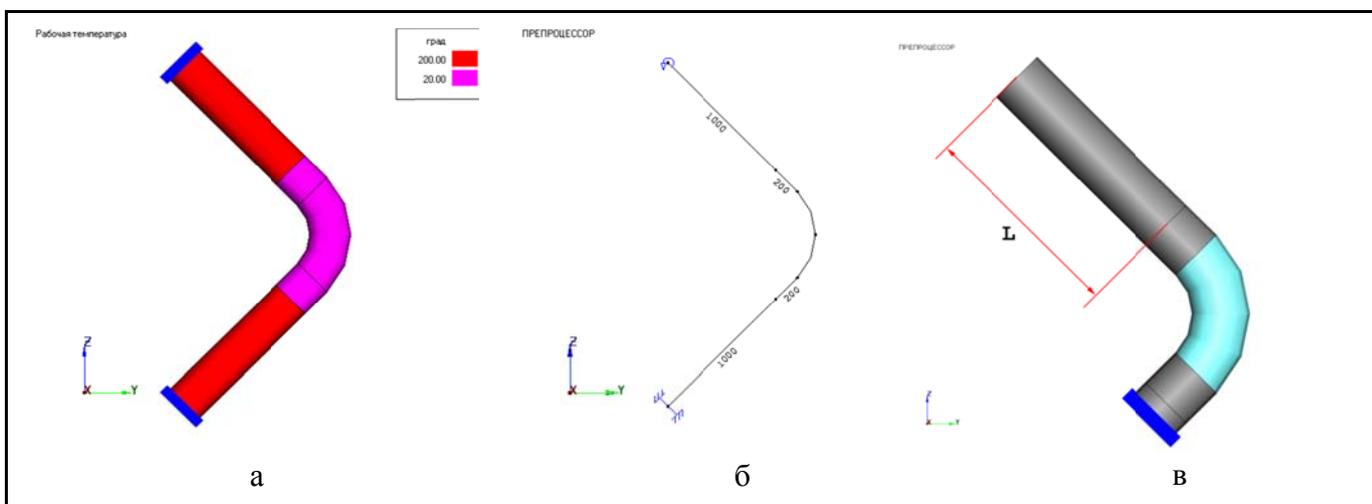


Рис. 38.1 Варианты задачи

### 38.2 Исходные данные

#### Геометрические характеристики

- радиус гiba  $R = 400$  мм;
- наружный диаметр трубы  $D_n = 273$  мм;
- толщина стенки  $S = 11$  мм.

#### Физико-механические характеристики

- модуль упругости  $E = 2.00 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- коэффициент теплового расширения  $\alpha^t = 1.15 \cdot 10^{-5}$ .

#### Параметры нагрузки

- изгибающий момент в плоскости отвода  $M = 100$  кН·м;
- перепад температур  $\Delta T = 180^\circ\text{C}$ .

### 38.3 Расчетная модель

В рамках данного тестового примера строятся три модели отвода:

- стержневая модель без учета податливости: гиб моделируется последовательно соединенными под некоторым углом отрезками прямых труб (рис. 38.2 а);
- стержневая модель с учетом податливости: гиб задается как стандартный криволинейный элемент АСТРА-СВД (рис. 38.2 б);
- модель, включающая матричный суперэлемент (рис. 38.2 в).

Матрица жесткости суперэлемента отвода формируется при помощи криволинейных 8-узловых оболочечных КЭ суперпараметрического семейства (СПКЭ). Для связи оболочечной модели отвода со стержневой моделью используются стержневые КЭ, модуль упругости которых в  $10^5$  раз больше, чем модуль материала самого отвода (рис. 38.3).

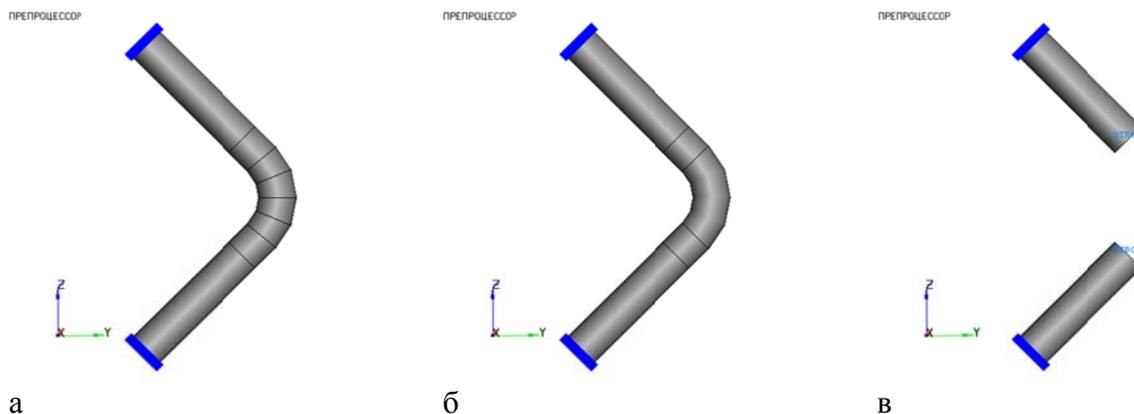


Рис. 38.2 Три способа моделирования отвода в АСТРА-НОВА(СВД)

- а) Отвод без учета податливости;
- б) Отвод с учетом податливости;
- в) Моделирование отвода при помощи матрицы жесткости оболочечного СЭ

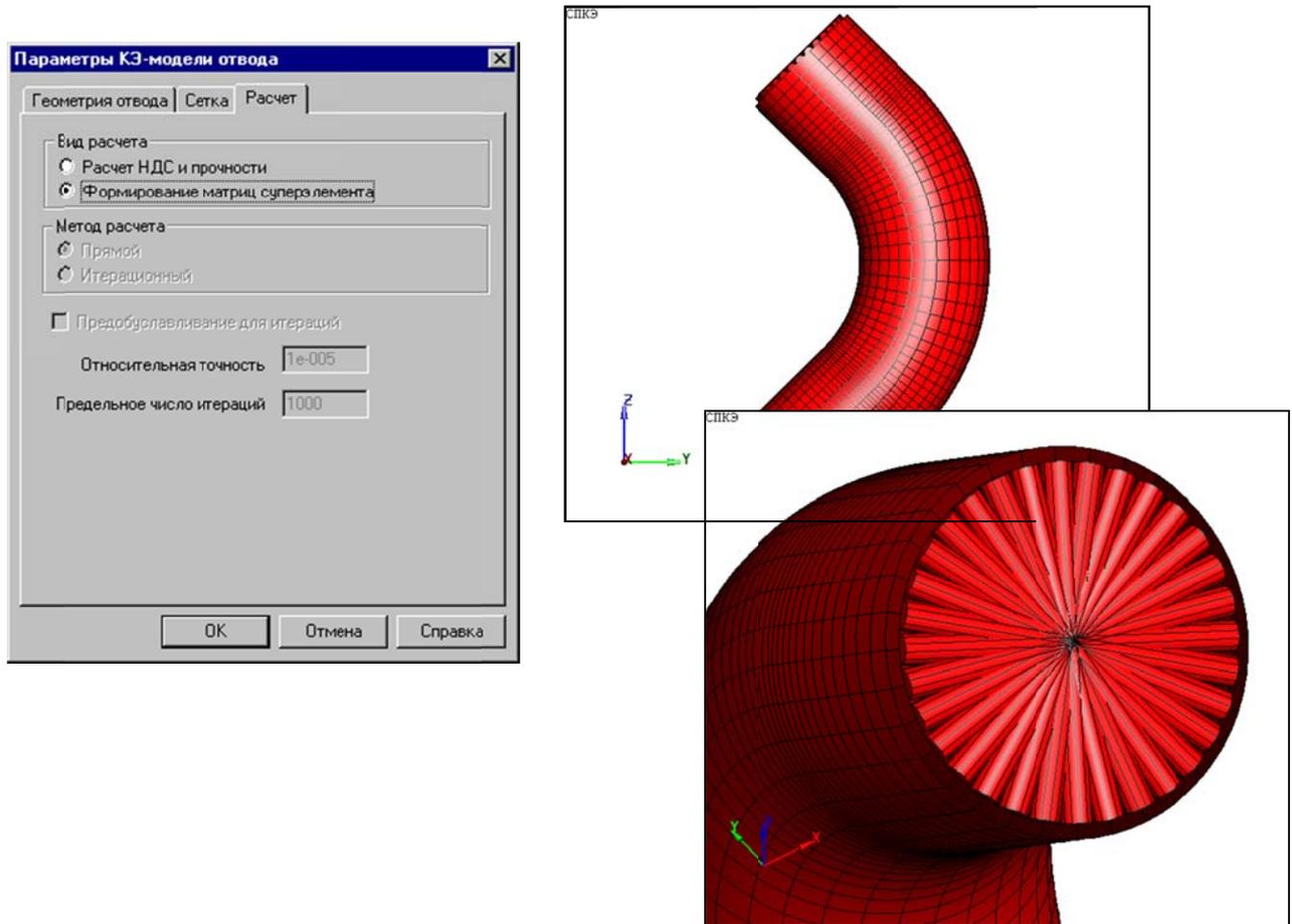


Рис. 38.3 Модель отвода с прямыми участками для формирования матрицы жесткости СЭ

### 38.4 Результаты

В таблицах 38.1 – 38.5 приведены перемещения точек конца отвода (а также точки приложения момента при наличии такового) для различных вариантов задачи и различных моделей отвода в зависимости от длины примыкающих прямых труб.

Проанализировав и сопоставив полученные результаты, можно сделать вывод о хорошем соответствии между стержневой моделью криволинейного элемента (гиба) с учетом податливости и комбинированной оболочечно-стержневой модели, построенной с использованием матричного суперэлемента.

Таблица 38.1

Перемещения конца отвода для варианта №1

Длина плеча, мм	Перемещения, мм						δ%,	
	Без податливости		С податливостью		МСЭ			
	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	Y	Z
1000	2.72	0.38	2.65	0.48	2.67	0.46	0.75	4.35
2000	5.98	0.31	5.82	0.49	5.85	0.46	0.51	6.52
3000	9.23	0.25	9.05	0.46	9.07	0.43	0.22	6.98
5000	15.69	0.17	15.49	0.39	15.51	0.37	0.13	5.41

Таблица 38.2

## Перемещения конца отвода для варианта №2

	Перемещения, мм						δ, %	
	Без податливости		С податливостью		МСЭ			
Длина плеча, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	Y	Z
1000	-11.07	1.30	-17.49	-1.96	-17.41	-1.91	0.46	2.62
2000	-23.98	8.47	-30.40	5.21	-30.09	5.26	1.03	0.95
3000	-41.68	20.43	-48.10	17.17	-47.55	17.22	1.16	0.29
5000	-91.39	58.67	-97.82	55.41	-88.84	63.43	10.11	12.64

Таблица 38.3

## Перемещения точки приложения момента для варианта №2

	Перемещения, мм						δ, %,	
	Без податливости		С податливостью		МСЭ			
Длина плеча, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	Y	Z
1000	-23.14	-10.78	-40.26	-24.73	-41.15	-25.65	2.16	3.59
2000	-62.47	-30.02	-90.29	-54.68	-91.91	-56.56	1.76	3.32
3000	-120.94	-58.83	-159.47	-94.2	-161.83	-97.05	1.46	2.94
5000	-295.16	-145.11	-355.1	-201.87	-358.94	-190.75	1.07	5.83

Таблица 38.4

## Перемещения конца отвода для варианта №3

	Перемещения, мм						δ, %	
	Без податливости		С податливостью		МСЭ			
Длина плечей, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	Y	Z
200	-3.54	-1.07	-9.96	-4.33	-10.1	-4.28	1.39	1.17
500	-3.54	-1.07	-9.96	-4.33	-10.1	-4.28	1.39	1.17
800	-3.54	-1.07	-9.96	-4.33	-10.1	-4.28	1.39	1.17
1000	-3.54	-1.07	-9.96	-4.33	-10.1	-4.28	1.39	1.17
2000	-3.54	-1.07	-9.96	-4.33	-10.1	-4.28	1.39	1.17
3000	-3.54	-1.07	-9.96	-4.33	-10.1	-4.28	1.39	1.17
5000	-3.54	-1.07	-9.96	-4.33	-10.1	-4.28	1.39	1.17

Перемещения точки приложения момента для варианта №3

	Перемещения, мм						δ, %	
	Без податливости		С податливостью		МСЭ			
Длина плечей, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	Y	Z
200	-4.71	-2.24	-13.27	-7.64	-13.6	-7.78	2.43	1.80
500	-6.82	-4.36	-18.59	-12.97	-19.22	-13.4	3.28	3.21
800	-9.37	6.9	-24.35	-18.72	-25.26	-19.44	3.60	3.70
1000	-11.3	-8.84	-28.43	-22.8	-29.53	-23.71	3.73	3.84
2000	-23.85	-21.39	-51.68	-46.05	-53.74	-47.93	3.83	3.92
3000	-41.19	-38.72	-79.72	-74.09	-82.75	-76.93	3.66	3.69
5000	-90.19	-87.72	-150.11	-144.48	-155.07	-149.25	3.20	3.20

\*δ - различие между результатами для модели, включающей суперэлемент, и стержневой модели с учетом оболочечной податливости

Максимальное различие составило 12,64 %.

### Пример 39. Тесты на размерность задачи

<b>Источник(и)</b>	–
<b>Тип задачи</b>	Расчет собственных частот и форм колебаний
<b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b>	Прямая труба, стержень некольцевого сечения, отвод (гиб, колено), тройник, опора трения односторонняя, опора трения двусторонняя, мертвая опора, арматура, пружинная подвеска
<b>Входной файл</b>	<a href="#">TEST34V1.dat</a> – 8355 динамических степеней свободы <a href="#">TEST34V2.dat</a> – 13467 динамических степеней свободы <a href="#">TEST34V3.dat</a> – 23475 динамических степеней свободы

#### 39.1 Постановка задачи

Рассматривается сложная пространственно разветвленная трубопроводная система с большим количеством (24) повторяющихся блоков.

Требуется проверить сходимость алгоритма расчета собственных частот, реализованного в ПК АСТРА-СВД (блочный Ланцош), при последовательном увеличении числа динамических степеней свободы (масс).

#### 39.2 Исходные данные

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 188600$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Граничные условия (опоры)*

- двухсторонние опоры, запрещающие вертикальные перемещения ( $U_z = 0$ );
- односторонние опоры, запрещающие вертикальные перемещения вниз ( $U_z = 0$ );
- мертвые опоры, запрещающие все перемещения (линейные и угловые);
- пружинные подвески с жесткостью  $k = 114,286$  кН/м.

*Параметры нагрузки*

- внутреннее давление:
  - в магистрали  $p_1 = 1.35$  МПа;
  - в блоках  $p_2 = 0.5$  МПа – блоки.
- температура в рабочем состоянии  $T_p = 214^\circ\text{C}$ , в холодном –  $T_x = 20^\circ\text{C}$
- распределенная весовая нагрузка (по сортаментам):
  - $m_1 = -0.50$  кН/м (трубы с наружным диаметром 273 мм);
  - $m_2 = -1.00$  кН/м (трубы с наружным диаметром 219 мм);
  - $m_3 = -1.20$  кН/м (трубы с наружным диаметром 133 мм).
- сосредоточенные силы в промежуточных сечениях:
  - $F_1 = -0.4$  кН;
  - $F_2 = -2$  кН.

*Геометрия (трасса, сечения, элементы)* – во входном файле [TEST34V1.dat](#).

#### 39.3 Расчетная модель

Расчетная модель, построенная в ПК АСТРА-СВД и показанная на рис. 39.1 – 39.3, содержит 745 суперэлементных узлов, 768 участков-суперэлементов, 7128 элементов. В составе анализируемой модели имеются 24 одинаковых блока, включенные с целью про-

верки эффективности определения кратных собственных частот. Рассматривается три варианта данной модели с различным количеством динамических степеней свободы (8355, 13467 и 23475).

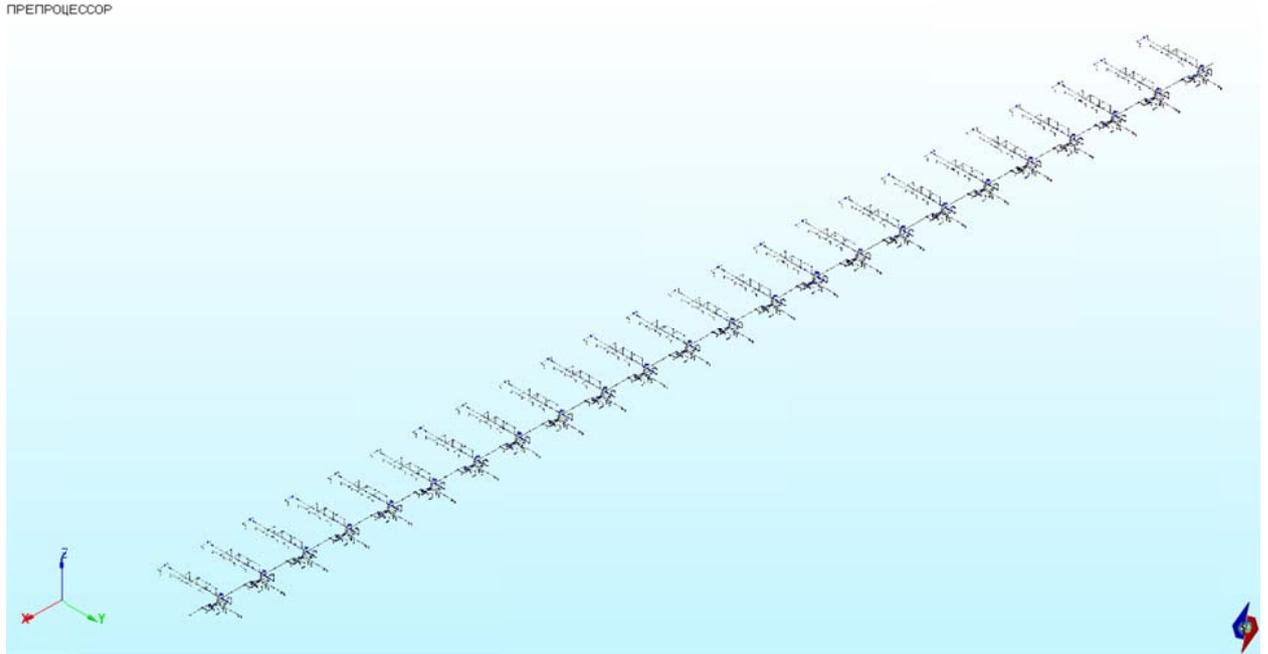


Рис. 39.1 Расчетная АСТРА-модель трубопроводной системы

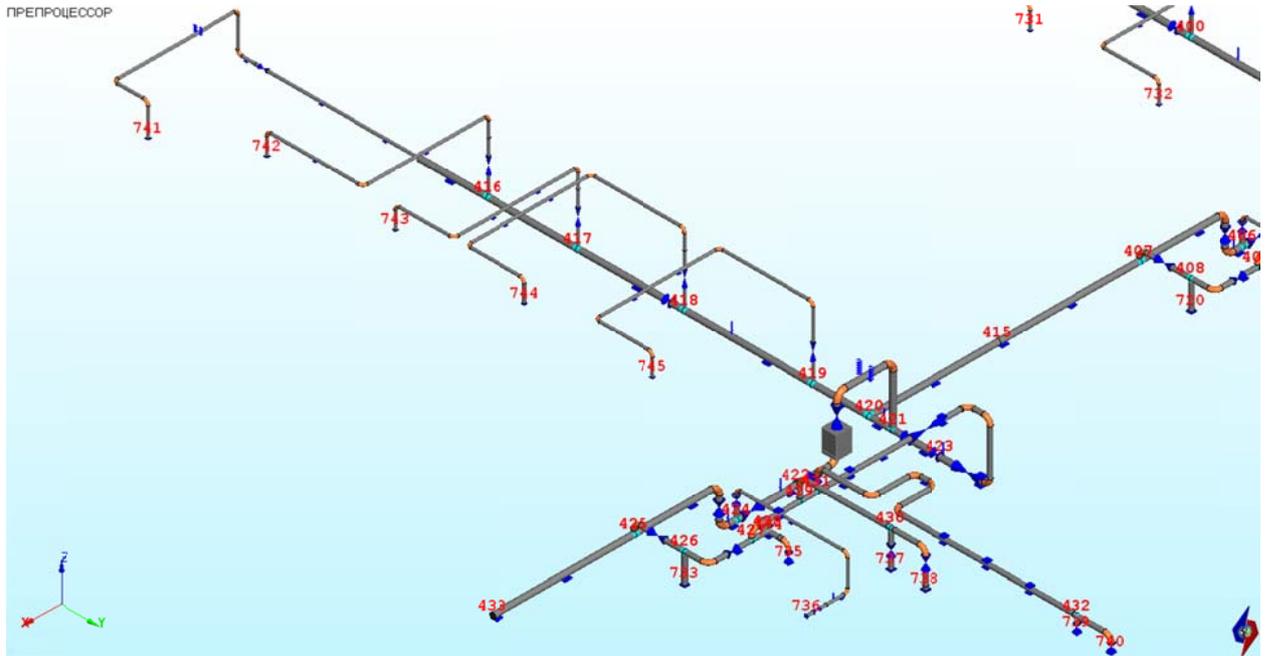


Рис. 39.2 Крайний блок АСТРА-модели трубопроводной системы

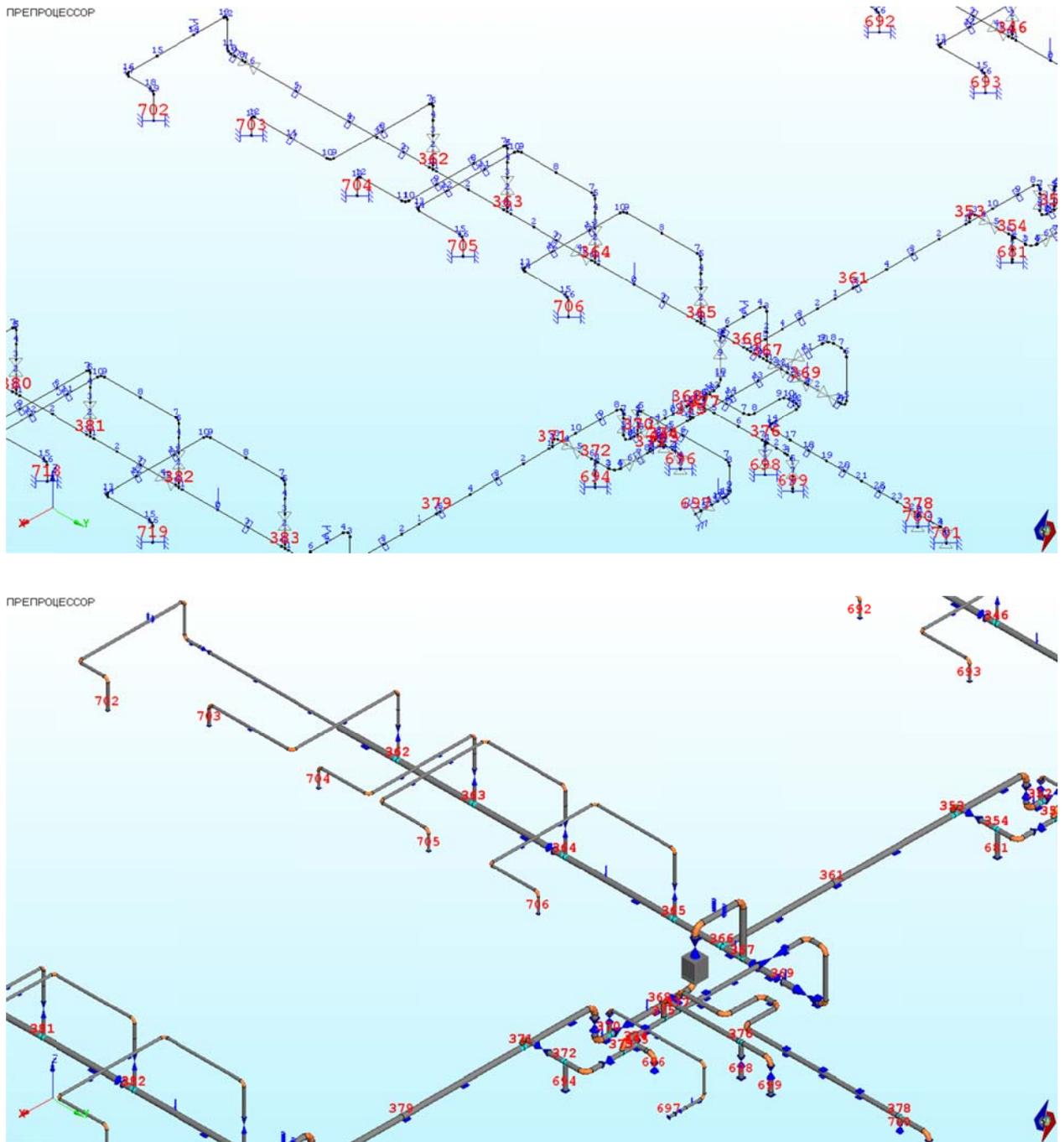


Рис. 39.3 Типовой блок АСТРА-модели ТС

### 39.4 Расчетная методика

Для решения частичной проблемы собственных значений (определение 50-ти низших собственных частот рассматриваемой трубопроводной системы) применяется блочный метод Ланцоша с блочностью 10 и точностью вычисления высшей собственной частоты  $5 \cdot 10^{-5}$ .

### 39.5 Результаты

В таблице 39.1 приведены расчетные значения 50-ти низших собственных частот для различного числа динамических степеней свободы. Показана сходимость результатов при увеличении числа динамических степеней свободы. Также указано время счета для ПЭВМ со следующими характеристиками:

- тактовая частота процессора 3.00 ГГц;
- ОЗУ 2.00 ГБ.

Таблица 39.1

Расчетные собственные частоты, Гц

№ частоты/формы	Вариант 1. (8355 динам. ст. св.)	Вариант 2. (13467 динам. ст. св.)	Вариант 3. (23475 динам. ст. св.)	$\delta_{12}$ , % вар. 1 vs. вар. 2	$\delta_{23}$ , % вар. 2 vs. вар. 3
1	0.5584	0.5639	0.5647	0.98	0.14
2	0.6292	0.6357	0.6366	1.03	0.14
3	0.6300	0.6364	0.6374	1.02	0.16
4	0.6312	0.6377	0.6386	1.03	0.14
5	0.6329	0.6394	0.6403	1.03	0.14
6	0.6350	0.6415	0.6424	1.02	0.14
7	0.6376	0.6441	0.6450	1.02	0.14
8	0.6405	0.6470	0.6479	1.01	0.14
9	0.6437	0.6503	0.6512	1.03	0.14
10	0.6473	0.6539	0.6547	1.02	0.12
11	0.6510	0.6576	0.6585	1.01	0.14
12	0.6550	0.6616	0.6624	1.01	0.12
13	0.6590	0.6656	0.6665	1.00	0.14
14	0.6631	0.6697	0.6705	1.00	0.12
15	0.6671	0.6737	0.6746	0.99	0.13
16	0.6711	0.6777	0.6785	0.98	0.12
17	0.6749	0.6814	0.6823	0.96	0.13
18	0.6784	0.6850	0.6858	0.97	0.12
19	0.6817	0.6883	0.6891	0.97	0.12
20	0.6846	0.6912	0.6920	0.96	0.12
21	0.6871	0.6937	0.6945	0.96	0.12
22	0.6892	0.6957	0.6965	0.94	0.11
23	0.6906	0.6971	0.6979	0.94	0.11
24	0.6916	0.6980	0.6988	0.93	0.11
25	0.8809	0.8442	0.8448	4.17	0.07
26	0.9450	0.8868	0.8878	6.16	0.11
27	0.9450	0.8868	0.8878	6.16	0.11
28	0.9451	0.8869	0.8879	6.16	0.11
29	0.9451	0.8870	0.8880	6.15	0.11

№ частоты/формы	Вариант 1. (8355 динам. ст. св.)	Вариант 2. (13467 динам. ст. св.)	Вариант 3. (23475 динам. ст. св.)	$\delta_{12}$ , % вар. 1 vs. вар. 2	$\delta_{23}$ , % вар. 2 vs. вар. 3
30	0.9452	0.8871	0.8881	6.15	0.11
31	0.9453	0.8873	0.8882	6.14	0.10
32	0.9455	0.8874	0.8884	6.14	0.11
33	0.9456	0.8876	0.8886	6.13	0.11
34	0.9457	0.8879	0.8888	6.11	0.10
35	0.9459	0.8881	0.8891	6.11	0.11
36	0.9461	0.8883	0.8893	6.11	0.11
37	0.9462	0.8886	0.8896	6.09	0.11
38	0.9464	0.8889	0.8899	6.08	0.11
39	0.9466	0.8891	0.8901	6.07	0.11
40	0.9467	0.8894	0.8904	6.05	0.11
41	0.9469	0.8897	0.8907	6.04	0.11
42	0.9470	0.8899	0.8909	6.03	0.11
43	0.9471	0.8901	0.8912	6.02	0.12
44	0.9473	0.8903	0.8914	6.02	0.12
45	0.9473	0.8905	0.8915	6.00	0.11
46	0.9474	0.8906	0.8917	6.00	0.12
47	0.9475	0.8907	0.8918	5.99	0.12
48	0.9475	0.8908	0.8918	5.98	0.11
49	1.4004	1.3330	1.3344	4.81	0.11
50	1.7396	1.6879	1.6872	2.97	0.04
время счета t, с	31.28	72.42	864.35	-	

Следует отметить, что количество кратных (или близких к таковым) собственных частот по результатам расчета составило 22 (при числе повторяющихся блоков 24). Этот факт можно объяснить расположением 2-х из блоков по краям рассматриваемой трубопроводной системы, что обуславливает их отличные от остальных повторяющихся фрагментов динамические свойства.